

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ  
ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное автономное  
образовательное учреждение высшего образования  
«Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет  
им. Н.И. Лобачевского»

Институт информационных технологий, математики и механики

УТВЕРЖДЕНО  
решением Ученого совета ННГУ  
(протокол от 14.12.2021 г. №4)

## Рабочая программа дисциплины

*Теоретическая механика*

Уровень высшего образования  
*бакалавриат*

Направление подготовки / специальность

*01.03.01 Математика*

Направленность образовательной программы  
*Общий профиль*

Форма обучения  
*Очная*

Нижний Новгород

2022 год

## 1. Место дисциплины в структуре ОПОП

Дисциплина относится к обязательной части Блока 1 Дисциплины (модули) Б1О.26.

№ варианта	Место дисциплины в учебном плане образовательной программы	Стандартный текст для автоматического заполнения в конструкторе РПД
1	Блок 1. Дисциплины (модули) Обязательная часть	Дисциплина Б1.0.26, «Теоретическая механика», относится к обязательной части ООП направления подготовки 01.03.01 Математика

## 2. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями и индикаторами достижения компетенций)

Формируемые компетенции (код, содержание компетенции)	Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), в соответствии с индикатором достижения компетенции		Наименование оценочного средства
	Индикатор достижения компетенции* (код, содержание индикатора)	Результаты обучения по дисциплине**	
<i>ПК-3</i> Способен активно участвовать в исследовании новых математических моделей в естественных науках	<i>ПК-3.1.</i> Знает классические математические модели задач естествознания, численные методы решения базовых математических задач, математические методы обработки информации.	<b>Знает</b> основные понятия и правила в области теоретической механики.	<i>Экзамен</i>
	<i>ПК-3.2.</i> Умеет самостоятельно и корректно решать задачи естественнонаучного содержания, корректно использовать инновационные математические методы в конкретной предметной области,	<b>Умеет</b> активно участвовать в исследовании новых математических моделей в естественных науках.	<i>Контрольная работа, зачет, экзамен</i>

Формируемые компетенции (код, содержание компетенции)	Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), в соответствии с индикатором достижения компетенции		Наименование оценочного средства
	Индикатор достижения компетенции* (код, содержание индикатора)	Результаты обучения по дисциплине**	
	применять численные методы решения базовых математических задач и классических задач естествознания в практической деятельности.		
	<i>ПК-3.3</i> Владеет навыками использования новых математических методов обработки информации, полученной в результате экспериментальных исследований или производственной деятельности.	<b>Владеет навыками</b> использования на практике аппарата теоретической механики для математического моделирования различных физических процессов.	<i>Контрольная работа, зачет, экзамен</i>

## 1. Структура и содержание дисциплины

### 3.1. Трудоемкость дисциплины

	очная форма обучения
<b>Общая трудоемкость</b>	<b><u>8</u> з.е.</b>
<b>Часов по учебному плану</b>	<b>288</b>
<b>в том числе</b>	
<b>аудиторные занятия (контактная работа):</b>	
- занятия лекционного типа	64
- занятия семинарского типа	64
- КСР	3
<b>самостоятельная работа</b>	<b>111</b>
<b>Промежуточная аттестация – зачет</b>	

### 3.2. Содержание дисциплины

Очная форма обучения						
Наименование и краткое содержание разделов и тем дисциплины	Всего (часы)	в том числе				
		Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы				СР <sup>1</sup> , часы
		из них				
		ЗЛеТ <sup>2</sup>	ЗСеТ <sup>3</sup>	ЗЛаТ <sup>4</sup>	Всего	
Кинематика материальной точки и твердого тела	40	10	10		20	20
Основные теоремы динамики системы	49	10	10		20	29
Динамика вращательного движения твердого тела	54	12	12		24	30
Общее уравнение динамики. Принцип виртуальных перемещений	19	6	6		12	7
Уравнения Лагранжа в независимых переменных	19	6	6		12	7
Свободные колебания системы	19	6	6		12	7
Устойчивсть движения	19	6	6		12	7
Механика Гамильтона	19	6	6		12	7
Вариационные интегральные принципы механики	11	2	2		4	7
<sup>1</sup> Самостоятельная работа обучающегося.						
<sup>2</sup> Занятия лекционного типа.						
<sup>3</sup> Занятия семинарского типа.						
<sup>4</sup> Занятия лабораторного типа.						
КСР					3	
Экзамен					36	

Практическая подготовка предусматривает выполнение проекта, решение прикладной задачи кейса.

#### Краткое содержание разделов и тем дисциплины (модуля)

#### 3 семестр

1. **Кинематика материальной точки и твердого тела.** Введение. Система отсчета. Закон инерции. Траектория. Способы задания движения. Скорость. Ускорение. Абсолютно твердое тело. Поступательное и вращательное движение. Основные кинематические характеристики – меры движения точки. Скорость и ускорение точки в криволинейных координатах. Классификация движений твердого тела. Вращение тела вокруг неподвижной оси. Плоскопараллельное движение тела. Абсолютное, относительное, переносное движения точки. Сложение скоростей. Сложение ускорений.

2. **Основные теоремы динамики системы.** Взаимодействия и силы. Фундаментальные взаимодействия. Масса. Гравитационное взаимодействие. Действие и противодействие. Силы в механике. Потенциальные силы. Потенциальная функция. Сложение потенциальных сил. Количество движения. Второй закон Ньютона. Главный вектор сил. Второй закон в проекциях на оси естественного трехгранника. Прямая и обратная задачи механики. Теорема об изменении количества движения точки. Момент количества

движения точки. Теорема об изменении момента количества движения. Центральная сила. Следствия из теоремы об изменении момента количества движения. Мощность. Работа силы. Работа потенциальной силы. Теорема об изменении кинетической энергии точки. Динамика материальной точки в неинерциальной системе. Силы инерции. Система материальных точек. Центр инерции. Теорема о движении центра инерции. Теорема об изменении количества движения. Закон сохранения количества движения. Теорема об изменении момента количества движения системы. Закон сохранения момента количества движения. Теорема об изменении кинетической энергии системы. Закон сохранения суммы кинетической и потенциальной энергии.

**3. Динамика вращательного движения твердого тела.** Момент количества движения твердого тела относительно оси вращения. Момент инерции относительно оси. Теорема Штейнера. Уравнение вращательного движения тела вокруг неподвижной оси. Колебания физического маятника. Динамика плоского движения твердого тела. Кинетическая энергия твердого тела в плоском движении. Радиус инерции относительно оси. Кинетическая энергия твердого тела в общем случае. Тензор моментов инерции. Главные моменты инерции. Момент количества движения твердого тела. Уравнения поступательного и вращательного движений твердого тела. Уравнения движения твердого тела в подвижной системе. Работа силы во вращательном движении.

#### **4 семестр**

**4. Общее уравнение динамики. Принцип виртуальных перемещений.** Связи: удерживающие-неудерживающие, голономные, неголономные, стационарные, нестационарные. Реакции связей. Основная задача механики несвободной системы  $n$  точек. Действительные, возможные, виртуальные перемещения. Идеальные связи. Дифференциальные принципы Общее уравнение динамики. Принцип виртуальных перемещений. Принцип Даламбера.

**5. Уравнения Лагранжа в независимых переменных.** Независимые координаты. Обобщенные силы. Уравнения Лагранжа в независимых координатах. Структура кинетической энергии и функции Лагранжа в обобщенных координатах. Обобщенный интеграл энергии. Циклические интегралы.

**6. Свободные колебания системы.** Колебания. Свободные колебания. Гармонический осциллятор. Линейный осциллятор. Фазовый портрет осциллятора. Разбиение плоскости параметров линейной системы на области с различным типом состояний равновесия. Колебания систем с  $n$  степенями свободы. Уравнение частот. Амплитудные векторы. Главные колебания. Нормальные координаты

**7. Устойчивость движения.** Невозмущенное движение, возмущенное движение. Устойчивость по Ляпунову, асимптотическая устойчивость. Уравнения возмущенного движения. Уравнения первого приближения Устойчивость по первому приближению. Характеристические показатели. Характеристический определитель. Теорема Ляпунова об устойчивости по первому приближению. Теорема Ляпунова о неустойчивости по первому приближению. Устойчивость положения равновесия консервативной системы (теорема Лагранжа).

**8. Механика Гамильтона.** Переменные Лагранжа, канонические переменные. Канонические уравнения Гамильтона. Свойства функции Гамильтона. Первый интеграл канонической системы. Скобки Пуассона. Теорема Пуассона. Фазовое пространство, пространство конфигураций, пространство состояний.

**9. Вариационные интегральные принципы механики.** Решение задачи о движении механической системы методом Остроградского. Уравнение Остроградского -Гамильтона. Теорема Остроградского. Уравнение Остроградского-Гамильтона в отсутствие явной зависимости функции Гамильтона от времени. Метод разделения переменных. Вариационные интегральные принципы. Первая вариация функционала. Действие по Гамильтону. Принцип Гамильтона. Действие по Лагранжу. Принцип наименьшего действия Эйлера-Лагранжа. Принцип Лагранжа в форме Якоби (принцип Мопертюи).

#### 4. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся

В рамках дисциплины предусмотрены следующие виды самостоятельной работы (порядок их выполнения, форма контроля):

- повторение материала, пройденного на занятиях лекционного типа (в течение всего семестра, опрос на занятиях лекционного и семинарского типа),
- самостоятельное изучение отдельных вопросов программы (1 раз в семестр, опрос на занятиях семинарского типа),
- подготовка к занятиям семинарского типа, решение задач по списку, представленному преподавателем (в течение всего семестра, опрос на занятиях семинарского типа),
- подготовка к промежуточному контролю успеваемости (зачет).

Контрольные вопросы и задания для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины приведены в п. 5.2.

#### 5. Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)

Фонд оценочных средств включает: контрольные материалы для проведения текущего контроля в форме *задач (практических заданий), контрольных работ* и контрольные материалы для проведения промежуточной аттестации в форме вопросов и заданий к *зачету и экзамену*.

##### 5.1. Описание шкал оценивания результатов обучения по дисциплине

Шкала оценивания сформированности компетенций		Уровень сформированности компетенций (индикатора достижения компетенций)		
		Знания	Умения	Навыки
плохо	не зачтено	Отсутствие знаний теоретического материала. Невозможность оценить полноту знаний вследствие отказа обучающегося от ответа	Отсутствие минимальных умений. Невозможность оценить наличие умений вследствие отказа обучающегося от ответа	Отсутствие владения материалом. Невозможность оценить наличие навыков вследствие отказа обучающегося от ответа
		Уровень знаний ниже минимальных требований. Имели место грубые ошибки.	При решении стандартных задач не продемонстрированы основные умения. Имели место грубые ошибки.	При решении стандартных задач не продемонстрированы базовые навыки. Имели место грубые ошибки.
удовлетворительно	зачтено	Минимально допустимый уровень знаний. Допущено много негрубых ошибок.	Продемонстрированы основные умения. Решены типовые задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, но не в полном объеме.	Имеется минимальный набор навыков для решения стандартных задач с некоторыми недочетами
хорошо		Уровень знаний в объеме, соответствующем	Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные	Продемонстрированы базовые навыки при решении стандартных

Шкала оценивания сформированности компетенций		Уровень сформированности компетенций (индикатора достижения компетенций)		
		Знания	Умения	Навыки
		программе подготовки. Допущено несколько негрубых ошибок	задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, в полном объеме, но некоторые с недочетами.	задач с некоторыми недочетами.
	<b>очень хорошо</b>	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько несущественных ошибок	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме, но некоторые с недочетами.	Продemonстрированы базовые навыки при решении стандартных задач без ошибок и недочетов.
	<b>отлично</b>	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки, без ошибок.	Продemonстрированы все основные умения, решены все основные задачи с отдельными несущественными недочетами, выполнены все задания в полном объеме.	Продemonстрированы навыки при решении нестандартных задач без ошибок и недочетов.
	<b>превосходно</b>	Уровень знаний в объеме, превышающем программу подготовки.	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме без недочетов	Продemonстрирован творческий подход к решению нестандартных задач

### Шкала оценки при промежуточной аттестации

Оценка		Уровень подготовки
зачтено	превосходно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «превосходно»
	отлично	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «отлично», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «отлично»
	очень хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «очень хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «очень хорошо»
	хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «хорошо»
	удовлетворительно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «удовлетворительно», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «удовлетворительно»
незачтено	неудовлетворительно	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «неудовлетворительно», ни одна из компетенций не сформирована на уровне «плохо»
	плохо	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «плохо»

## **5.2. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения**

### **5.2.1. Контрольные вопросы**

1. Кинематика точки. Основные понятия.
2. Кинематика точки. Скорость точки в декартовых координатах, в полярных координатах. Пример.
3. Кинематика точки. Ускорение точки в декартовых координатах, в полярных координатах. Пример.
4. Кинематика твердого тела. Определение положения твердого тела в пространстве. Формулы Пуассона.
5. Кинематика твердого тела. Скорости и ускорения точек тела. Формула Эйлера. Формула Ривальса.
6. Кинематика твердого тела. Скорости и ускорения точек тела при плоском движении. Пример.
7. Кинематика твердого тела. Мгновенный центр скоростей. Мгновенный центр ускорений. Пример.
8. Кинематика сложного движения точки. Теорема о сложении скоростей. Теорема о сложении ускорений. Пример.
9. Динамика точки. Основные понятия и аксиомы. Примеры сил.
10. Динамика точки. Количество движения. Теорема об изменении количества движения. Пример.
11. Динамика точки. Момент количества движения. Теорема об изменении момента количества движения. Пример.
12. Динамика точки. Кинетическая энергия точки. Работа силы. Теорема об изменении кинетической энергии.
13. Динамика точки. Потенциальные силы. Потенциальная энергия. Примеры. Закон сохранения полной механической энергии.
14. Динамика точки в неинерциальной системе отсчета. Теоремы. Пример.
15. Динамика системы материальных точек. Центр масс системы. Теорема о движении центра масс. Пример.
16. Динамика системы материальных точек. Количество движения. Теорема об изменении количества движения. Пример.
17. Динамика системы материальных точек. Момент количества движения. Теорема об изменении момента количества движения. Пример.
18. Динамика твердого тела. Центр инерции. Момент инерции относительно оси. Тензор инерции. Примеры.
19. Динамика твердого тела. Момент количества движения и кинетическая энергия в различных случаях движения твердого тела. Примеры. Теорема об изменении кинетической энергии.
20. Динамика несвободной материальной системы. Классификация связей. Реакции связей. Примеры.
21. Динамика несвободной материальной системы. Действительные, возможные и виртуальные перемещения. Идеальные связи. Пример.
22. Дифференциальные вариационные принципы. Принцип виртуальных перемещений. Пример.
23. Динамика несвободной материальной системы. Основное уравнение динамики. Пример.
24. Независимые координаты. Обобщенные силы. Примеры.
25. Уравнения Лагранжа второго рода.
26. Разложение кинетической энергии. Вид уравнения Лагранжа в случае потенциальных сил. Пример.
27. Первые интегралы циклических систем. Интеграл Пенлеве-Якоби. Циклические интегралы.



Пример.

28. Положения равновесия. Условие устойчивости.

29. Колебания механических систем. Фазовая плоскость. Малые движения систем с диссипацией. Линейный осциллятор (общий вид решения).

30. Колебания механических систем. Фазовая плоскость. Линейный осциллятор. Случаи центра и устойчивого фокуса.

31. Колебания механических систем. Фазовая плоскость. Линейный осциллятор. Случаи неустойчивого фокуса и устойчивого узла.

32. Колебания механических систем. Фазовая плоскость. Линейный осциллятор. Случаи неустойчивого узла и седла.

33. Устойчивость по первому приближению. Теорема Ляпунова об устойчивости по первому приближению. Теорема Ляпунова о неустойчивости по первому приближению.

34. Механика Гамильтона.

32. Интегральные вариационные принципы. Принцип Гамильтона. Принцип наименьшего действия Лагранжа.

### 5.2.2. Типовые задания/задачи для оценки сформированности компетенции (ПК-3)

Известна зависимость радиус-вектора частицы от времени  $\vec{r}(t)$ . Написать выражения для: а. скорости частицы  $\vec{v}$ , б. пути, пройденного за время от  $t_1$  до  $t_2$ , в. средней скорости частицы за время от  $t_1$  до  $t_2$ , г. модуля скорости  $v$ , д. среднего значения модуля скорости за время от  $t_1$  до  $t_2$ .

Начальная скорость частицы  $\vec{v}_1 = 1\vec{e}_x + 3\vec{e}_y + 5\vec{e}_z$  (в момент времени  $t_1$ ), конечная скорость  $\vec{v}_2 = 2\vec{e}_x + 4\vec{e}_y + 6\vec{e}_z$  (в  $t_2$ ). Найти: а. приращение скорости  $\Delta\vec{v}$ , б. модуль приращения скорости  $|\Delta\vec{v}|$ , в. приращение модуля скорости  $\Delta v$ , г. среднюю скорость  $\langle \vec{v} \rangle$  за время от  $t_1$  до  $t_2$ .

Модуль скорости  $v$  частицы меняется со временем  $t$  по закону  $v = at + b$ , где  $a$  и  $b$  – положительные постоянные. Модуль ускорения  $w = 3a$ . Найти тангенциальное и нормальное ускорения и радиус кривизны  $R$  траектории в зависимости от времени.

Диск радиуса  $R$  катится по горизонтальной поверхности без проскальзывания. В некоторый момент времени известны скорости  $\vec{v}_0$  и ускорение  $\vec{w}_0$  его центра. Найти в этот момент времени скорость и ускорение верхней точки диска. Показать ускорение этой точки на рисунке

Маленький шарик, брошенный с начальной скоростью  $v_0$  под углом  $\alpha$  к горизонту, ударился о вертикальную стенку, движущуюся навстречу с горизонтально направленной скоростью  $v$ , и отскочил в точку, из которой был брошен. Определить через какое время  $t$  после броска произошло столкновение шарика со стенкой. Потерями на трение пренебречь

Известно, что Луна все время обращена к Земле одной и той же стороной и обращается вокруг Земли за 27,3 суток. Определить угловую скорость вращения Луны вокруг ее оси. Сравнить ее со скоростью суточного вращения Земли.

Смещение материальной точки по двум взаимно перпендикулярным направлениям описывается уравнениями  $x=0,1\sin 2t$ ;  $y=0,05\sin(2t+\pi/2)$ . Найдите а) уравнение траектории точки; б) зависимость скорости точки от времени; в) зависимость полного ускорения точки от времени; г) радиус кривизны траектории в тех точках, где скорость наибольшая и наименьшая.

Шарик, подвешенный на нити, качается в вертикальной плоскости так, что его ускорение в крайнем и нижнем положениях равны по модулю друг другу. Найти угол  $\alpha$  отклонения нити в крайнем положении

Через блок, вращающийся вокруг горизонтальной оси  $O$ , перекинута нерастяжимая веревка, к одному концу которой подвешен груз  $m$ . Другой конец прикреплен к вертикальной пружине. Коэффициент жесткости  $k$ . Определить период колебаний. Масса блока  $M$ , радиус  $R$ . Вербка не скользит по блоку.

Гладкая проволочная окружность радиуса  $R$  вращается вокруг вертикального диаметра с постоянной угловой скоростью  $\omega$ . На окружность насажено колечко массы  $m$ , соединенное с точкой  $O$  окружности пружиной жесткости  $k$ , для которой в недеформированном состоянии  $R\varphi_0$ . Составить уравнение относительного движения колечка в форме Лагранжа. Составить канонические уравнения.

Материальная точка массы  $m$  движется по окружности под действием центральной силы  $P = -\frac{a}{r^3}$ , где  $a$  - положительная постоянная,  $r$  - расстояние от притягивающего центра. Момент количества движения точки равен  $K$ . Исследовать устойчивость этого движения.

Волчок, который представляет собой диск радиуса  $r$ , насаженный в центре под прямым углом на невесомый стержень длины  $l$ , закрутили с большой скоростью, после чего он начал прецессировать вокруг вертикали с углом нутации  $\theta$  и угловой скоростью прецессии  $\omega_2$ . Найти угловую скорость собственного вращения волчка  $\omega_1$ .

## 6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля)

а) основная литература:

1. Журавлев В.Ф. Основы классической механики. М. Физматлит, 2001. 320 с. (27 экз)
2. Бугаенко Г.А., Маланин В.В., Яковлев В.И. Основы классической механики. М. Высшая школа, 1999. 306 с. (56 экз)
3. Бухгольц Н.Н. Основы курс теоретической механики. Т.1,2 (78 экз)
4. Мещерский И.В. Задачи по теоретической механике. С-Петербург. Изд-во «Лань», 1998. 448 с. (20 экз.)
5. Пятницкий Е.С., Трухан Н.М., Ханукаев Ю.И., Яковенко Е.Н. Сборник задач по аналитической механике. М. Наука, 1980. 320 с. (354 экз.)
6. Кульпина Н.Ю., Новиков В.В. Как решать задачи по теоретической механике. Н. Новгород. ННГУ, 2010. 34 с. (20 экз. на каф. ТКЭМ)

б) дополнительная литература:

1. Лойцянский Л.Г., Лурье А.И. Курс теоретической механики Т.1.2
2. Меркин Д.Р. Введение в теорию устойчивости движения. М. Наука. 1971, 312 стр. (8 экз.)
3. Журавлев В.Ф., Климов Д.М. Прикладные методы в теории колебаний. М.: Наука. 1988, Наука. 1988, 28 с.

в) программное обеспечение и Интернет-ресурсы:

1. Для обеспечения самостоятельной работы обучающихся используется электронный курс «Теоретическая механика»,  
<https://e-learning.unn.ru/enrol/index.php?id=5089>  
созданный в системе электронного обучения ННГУ - <https://e-learning.unn.ru/>
2. <http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/mechanics/theoretical.htm>

#### 7. Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля)

Помещения представляют собой учебные аудитории для проведения учебных занятий лекционного и семинарского типа, оснащенные оборудованием и техническими средствами обучения: мультимедийная техника (компьютер, проектор, экран).

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечены доступом в электронную информационно-образовательную среду.

Программа составлена в соответствии с требованиями ОС ВО ННГУ 01.03.01 Математика.

**Автор(ы)**

**к.ф.-м.н., ст.  
преподаватель  
Капитанов Д.В.**

**Рецензент(ы)**

**Заведующий кафедрой  
теоретической,  
компьютерной и  
экспериментальной  
механики**

**д.ф.-м.н., профессор  
Игумнов Л.А.**

Программа одобрена на заседании методической комиссии института информационных технологий, математики и механики от 01.12.2021 №2.