

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

**федеральное государственное автономное
образовательное учреждение высшего образования_
«Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет
им. Н.И. Лобачевского»**

Физический факультет

УТВЕРЖДЕНО

решением Ученого совета ННГУ

протокол № 10 от 02.12.2024 г.

Рабочая программа дисциплины

Теория вероятностей и математическая статистика

Уровень высшего образования

Бакалавриат

Направление подготовки / специальность

03.03.02 - Физика

Направленность образовательной программы

Медицинская физика

Форма обучения

очная

г. Нижний Новгород

2025 год начала подготовки

1. Место дисциплины в структуре ОПОП

Дисциплина Б1.О.08.07 Теория вероятностей и математическая статистика относится к обязательной части образовательной программы.

2. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями и индикаторами достижения компетенций)

Формируемые компетенции (код, содержание компетенции)	Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), в соответствии с индикатором достижения компетенции		Наименование оценочного средства	
	Индикатор достижения компетенции (код, содержание индикатора)	Результаты обучения по дисциплине	Для текущего контроля успеваемости	Для промежуточной аттестации
ОПК-1: Способен применять базовые знания в области физико-математических и (или) естественных наук в сфере своей профессиональной деятельности;	ИД ОПК-1: Демонстрация способности применять базовые знания в области физико-математических и (или) естественных наук в сфере своей профессиональной деятельности	ИД ОПК-1: Знать: аксиомы и основные теоремы теории вероятности, математические характеристики случайных событий и случайных величин, базовые понятия математической статистики, методы проверки статистических гипотез. Уметь: делать численные оценки вероятностей случайных событий, работать с распределениями вероятностей дискретных случайных величин, интегрировать плотность вероятности, строить доверительные интервалы, вычислять коэффициент корреляции, решать задачи регрессии, проводить факторный анализ. Владеть: различными методами расчета вероятностей, статистическими методами обработки результатов эксперимента.	Задачи	Зачёт: Контрольные вопросы Задачи

3. Структура и содержание дисциплины

3.1 Трудоемкость дисциплины

	очная
Общая трудоемкость, з.е.	2
Часов по учебному плану	72
в том числе	
аудиторные занятия (контактная работа):	
- занятия лекционного типа	32
- занятия семинарского типа (практические занятия / лабораторные работы)	16
- КСР	1
самостоятельная работа	23
Промежуточная аттестация	0 Зачёт

3.2. Содержание дисциплины

(структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и виды учебных занятий)

Наименование разделов и тем дисциплины	Всего (часы)	в том числе			
		Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы из них			Самостоятельная работа обучающегося, часы
		Занятия лекционного типа	Занятия семинарского типа (практические занятия/ лабора- торные работы), часы	Всего	
	0 Ф 0	0 Ф 0	0 Ф 0	0 Ф 0	0 Ф 0
Определение вероятности	5	2	1	3	2
Случайные события	8	4	2	6	2
Случайные события	8	4	2	6	2
Закон больших чисел и предельные теоремы	5	2	1	3	2
Линейная корреляция	5	2	1	3	2
Генеральная совокупность и выборка	5	2	1	3	2
Точечные и интервальные оценки	9	4	2	6	3
Проверка статистических гипотез	9	4	2	6	3
Факторный и дисперсионный анализ	8	4	2	6	2
Регрессионный анализ	9	4	2	6	3
Аттестация	0				
КСР	1				1
Итого	72	32	16	49	23

Содержание разделов и тем дисциплины

1. Понятие случайного события. Статистическая устойчивость частот событий. Аксиоматическое определение вероятности.
2. Пространство элементарных событий. Свойства случайных событий. Алгебра случайных событий.

Классический способ вычисления вероятностей. Теоремы сложения и умножения. Формула полной вероятности и формула Байеса. Схема Бернулли.

3. Дискретные и непрерывные случайные величины. Плотность вероятности и её свойства. Функция распределения случайной величины. Многомерные случайные величины. Функции случайных величин. Математическое ожидание и дисперсия. Среднеквадратичное отклонение. Квантили.

4. Неравенство Чебышева. Теоремы Чебышева и Маркова. Теорема Пуассона. Теорема Муавра-Лапласа. Центральная предельная теорема и её частные случаи. Формула полной вероятности и формула Байеса. Схема Бернулли.

5. Независимые и стохастически зависимые случайные величины. Понятие о корреляции. Коэффициент линейной корреляции и его свойства.

6. Основные понятия математической статистики. Генеральная совокупность и выборка. Генеральные и выборочные параметры.

7. Среднее статистическое и оценки генеральной дисперсии. Общие свойства точечных оценок. Интервальные оценки. Принцип практической достоверности. Распределения Стюдента и «хи-квадрат».

8. Понятие статистической гипотезы. Общая схема проверки статистической гипотезы. Гипотезы о распределении вероятностей. Ошибки 1-го и 2-го рода. Мощность критерия. Критерий Пирсона. Теорема Фишера. Гипотезы о параметрах распределений. Критерий Стюдента. Распределение Фишера-Снедекора. Критерий Уилкоксона.

9. Понятие о факторном анализе. Уровни фактора. Однофакторный ранговый анализ. Критерий Краскала-Уоллиса. Статистика Манна-Уитни. Критерий Джонкхиера. Дисперсионный однофакторный анализ.

10. Регрессионный анализ. Метод наименьших квадратов. Оценка коэффициента линейной корреляции. Непараметрическая линейная регрессия. Статистика и коэффициент корреляции Кенделла.

План практических занятий.

1. Расчеты частот случайных событий.

2. Операции над случайными событиями. Классический метод вычисления вероятностей.

3. Расчеты вероятностей случайных событий на основе данных распределений случайных величин. Вычисление математических ожиданий, дисперсий, среднеквадратичных отклонений и квантилей.

4. Использование теорем Пуассона и Муавра-Лапласа для вычисления вероятностей в рамках схемы Бернулли. Применение формул полной вероятности и Байеса.

5. Расчеты коэффициентов линейной корреляции.

6. Вычисления оценок генеральных параметров по заданной выборке.

7. Расчеты доверительных интервалов для генерального среднего и генеральной дисперсии.

8. Проверка статистической гипотезы о распределении генеральной совокупности. Проверка статистических гипотез о совпадении генеральных средних и генеральных дисперсий.

9. Применение однофакторного дисперсионного анализа с помощью критерия Фишера-Снедекора. Применение однофакторного рангового анализа с помощью критерия Краскала-Уоллиса.

10. Расчеты эмпирического коэффициента линейной корреляции. Линейная регрессия методом наименьших квадратов. Расчеты коэффициента корреляции Кенделла.

Занятия по дисциплине проходят в лекционной форме и в форме практических занятий, на которых закрепляются полученные знания. Самостоятельная работа включает в себя выполнение домашних заданий и теоретическую подготовку к занятиям по материалам лекций и рекомендованной литературе, приведенной в конце данной программы.

Лекционный материал снабжен презентациями в формате Power Point. Презентации содержат графики сложных распределений вероятностей, таблицы данных, громоздкие уравнения и формулы, а также необходимые комментарии. Демонстрация презентаций проводится на плазменной панели большого формата.

4. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся

Самостоятельная работа обучающихся включает в себя подготовку к контрольным вопросам и заданиям для текущего контроля и промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины приведенным в п. 5.

Самостоятельная работа студентов предусматривает выполнение домашних заданий, решение задач, изучение рекомендованной литературы и подготовку к экзамену.

Оценочные средства для контроля текущей успеваемости включают в себя устный опрос на занятиях и в процессе лекций, активность в обсуждении качественных вопросов.

5. Фонд оценочных средств для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)

5.1 Типовые задания, необходимые для оценки результатов обучения при проведении текущего контроля успеваемости с указанием критериев их оценивания:

5.1.1 Типовые задания (оценочное средство - Задачи) для оценки сформированности компетенции ОПК-1:

1. Колода из 36 карт хорошо перемешана. Случайным образом вынимают 3 карты. Найти вероятность события: среди трёх вынутых карт ровно две дамы.
2. Колода из 36 карт хорошо перемешана. Случайным образом вынимают 3 карты. Найти вероятность события: среди трёх вынутых карт все дамы.
3. Из множества всех последовательностей длины n , состоящих из цифр 0, 1, 2, случайно выбирается одна. Найти вероятность события $A = \{\text{последовательность начинается с } 0\}$
4. 3. Из множества всех последовательностей длины n , состоящих из цифр 0, 1, 2, случайно выбирается одна. Найти вероятность события $B = \{\text{последовательность содержит ровно } m+2 \text{ нуля, причём 2 из них находятся на концах последовательности}\}$
5. Студент забыл две средние цифры шестизначного номера телефона. Найти вероятность того, что он дозвонится с первого раза туда, куда планировал, при случайном наборе забытых цифр.
6. Вывести математическое ожидание биномиальной случайной величины.
7. Вывести расчётную формулу для вычисления дисперсии случайной величины.
8. Написать закон распределения случайной величины числа появлений решки при 3-х бросаниях монеты.

Критерии оценивания (оценочное средство - Задачи)

Оценка	Критерии оценивания
зачтено	успешное выполнение задач, выданных преподавателем

Оценка	Критерии оценивания
не зачтено	невыполнение задач, выданных преподавателем

5.2. Описание шкал оценивания результатов обучения по дисциплине при промежуточной аттестации

Шкала оценивания сформированности компетенций

Уровень сформированности компетенций (индикатор достижения компетенций)	плохо	неудовлетворительно	удовлетворительно	хорошо	очень хорошо	отлично	превосходно
	не зачтено			зачтено			
<u>Знания</u>	Отсутствие знаний теоретического материала. Невозможность оценить полноту знаний вследствие отказа обучающегося от ответа	Уровень знаний ниже минимальных требований. Имели место грубые ошибки	Минимально допустимый уровень знаний. Допущено много негрубых ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько негрубых ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько несущественных ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Ошибок нет.	Уровень знаний в объеме, превышающем программу подготовки.
<u>Умения</u>	Отсутствие минимальных умений. Невозможность оценить наличие умений вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы основные умения. Имели место грубые ошибки	Продemonстрированы основные умения. Решены типовые задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, но не в полном объеме	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания в полном объеме, но некоторые с недочетами	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания в полном объеме, но некоторые с недочетами	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с отдельным и несущественными недочетами, выполнены все задания в полном объеме	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме без недочетов
<u>Навыки</u>	Отсутствие базовых навыков. Невозможность оценить наличие навыков вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы базовые навыки. Имели место грубые ошибки	Имеется минимальный набор навыков для решения стандартных задач с некоторыми недочетами	Продemonстрированы базовые навыки при решении стандартных задач с некоторыми недочетами	Продemonстрированы базовые навыки при решении стандартных задач без ошибок и недочетов	Продemonстрированы навыки при решении нестандартных задач без ошибок и недочетов	Продemonстрирован творческий подход к решению нестандартных задач

Шкала оценивания при промежуточной аттестации

Оценка		Уровень подготовки
зачтено	превосходно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «превосходно», продемонстрированы знания, умения, владения по соответствующим компетенциям на уровне выше предусмотренного программой
	отлично	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «отлично».
	очень хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «очень хорошо»
	хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «хорошо».
	удовлетворительно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «удовлетворительно», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «удовлетворительно»
не зачтено	неудовлетворительно	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «неудовлетворительно».
	плохо	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «плохо»

5.3 Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения на промежуточной аттестации с указанием критериев их оценивания:

5.3.1 Типовые задания (оценочное средство - Контрольные вопросы) для оценки сформированности компетенции ОПК-1

1. Что такое случайное событие?
2. Дать определение вероятности.
3. Сформулировать теоремы сложения и умножения вероятностей.
4. Записать формулы классического способа вычисления вероятности.
5. Что такое случайная величина?
6. Дать определение дискретной случайной величины.
7. Перечислить свойства плотности вероятности.
8. Записать формулы математического ожидания для дискретной и непрерывной случайных величин.
9. Записать формулы дисперсии для дискретной и непрерывной случайных величин.
10. теоремы о свойствах математического ожидания и дисперсии.
11. Записать формулу коэффициента линейной корреляции.

12. Сформулировать теоремы Пуассона и Муавра-Лапласа.
13. Что такое центральная предельная ?
14. Записать закон больших чисел в форме Чебышева.
15. Что такое генеральная совокупность и выборка?
16. Перечислить основные свойства точечных оценок.
17. Записать формулы среднего статистического и несмещенной оценки дисперсии.
18. Что такое статистическая гипотеза?
19. Сформулировать критерий Пирсона.
20. Сформулировать критерий Уилкоксона.
21. Что такое факторный анализ?
22. Что такое дисперсионный анализ?
23. Объяснить принцип Ч регрессионного анализа на основе метода наименьших квадратов.
24. Записать формулу эмпирического коэффициента линейной корреляции.
25. Объяснить принцип непараметрической линейной регрессии.

Критерии оценивания (оценочное средство - Контрольные вопросы)

Оценка	Критерии оценивания
зачтено	владение программным материалом, понимание сущности рассматриваемых процессов и явлений, умение самостоятельно обозначить точки активного роста нового знания, успешное выполнение практических заданий, выданных преподавателем
не зачтено	полное непонимание смысла проблем, не достаточно полное владение терминологией, неумение самостоятельно обозначить проблемные ситуации, невыполнение практических заданий, выданных преподавателем

5.3.2 Типовые задания (оценочное средство - Задачи) для оценки сформированности компетенции ОПК-1

1.
Колода из 36 карт хорошо перемешана. Случайным образом вынимают 3 карты. Найти вероятность события: среди трёх вынутых карт ровно два валета.
2.
Колода из 36 карт хорошо перемешана. Случайным образом вынимают 3 карты. Найти вероятность события: среди трёх вынутых карт ровно две карты бубновой масти.
3.
Колода из 36 карт хорошо перемешана. Случайным образом вынимают 3 карты. Найти вероятность события: среди трёх вынутых карт ровно все карты одной масти.

4.
Из урны, содержащей 2 белых и 3 чёрных шара, наудачу извлекают 2 шара и добавляют в урну 1 белый шар. Найти вероятность того, что после этого наудачу выбранный из урны шар окажется белым.
5.
При передаче сообщения вероятность искажения одного знака равна 0.1. Какова вероятность того, что сообщение из 10 знаков не будет искажено.
6.
При передаче сообщения вероятность искажения одного знака равна 0.1. Какова вероятность того, что сообщение из 10 знаков содержит ровно 3 искажения.
7.
При передаче сообщения вероятность искажения одного знака равна 0.1. Какова вероятность того, что сообщение из 10 знаков содержит не более трёх искажений.
8.
Цена деления шкалы измерительного прибора равна 0,2. Показания округляют до ближайшего целого деления. Найти вероятность того, что при отсчете будет сделана ошибка, превышающая 0,04.
9.
Найти математическое ожидание суммы числа очков, которые могут выпасть при бросании двух игральных костей.
10.
Найти дисперсию суммы числа очков, которые могут выпасть при бросании двух игральных костей.

Критерии оценивания (оценочное средство - Задачи)

Оценка	Критерии оценивания
зачтено	владение программным материалом, понимание сущности рассматриваемых процессов и явлений, умение самостоятельно обозначить точки активного роста нового знания, успешное выполнение практических заданий, выданных преподавателем
не зачтено	полное непонимание смысла проблем, не достаточно полное владение терминологией, неумение самостоятельно обозначить проблемные ситуации, невыполнение практических заданий, выданных преподавателем

6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля)

Основная литература:

1. Тюрин Ю. Н. Анализ данных на компьютере : учебное пособие . - 4-е изд., перераб. - М. : Форум, 2010. - 368 с. - ISBN 978-5-8199-0356-8 : 139.41., 5 экз.
2. Пустыльник Евгений Изиевич. Статистические методы анализа и обработки наблюдений. - М. : Наука, 1968. - 288 с. - 1.09., 3 экз.
3. Чистяков Владимир Павлович. Курс теории вероятностей : учеб. для студентов высших техн.

учеб. заведений. - Изд. 2-е, перераб. и доп. - М. : Наука, 1982. - 255 с. : ил. - 0.60., 63 экз.

4. Севастьянов Борис Александрович. Сборник задач по теории вероятностей : [для вузов]. - М. : Наука, 1980. - 223 с. : ил. - 0.40., 9 экз.

Дополнительная литература:

1. Ликеш Иржи. Основные таблицы математической статистики / пер. с чеш. Ю. А. Данилова. - М. : Финансы и статистика, 1985. - 356 с. : ил. - (Библиотечка иностранных книг для экономистов). - 2.70., 2 экз.

2. Кендалл М. Дж. Статистические выводы и связи / пер. с англ. Л. И. Гальчука, А. Т. Терехина ; под ред. А. Н. Колмогорова. - М. : Наука, 1973. - 899 с. - 4.34., 3 экз.

3. Худсон Дерек. Статистика для физиков : лекции по теории вероятностей и элементарной статистике : пер. с англ. / [пер. В. Ф. Грушина ; под ред. и с предисл. Е. Лейкина]. - 2-е доп. изд. - М. : Мир, 1970. - 296 с. - 1.14., 3 экз.

4. Пугачев Владимир Семенович. Теория вероятностей и математическая статистика : [учеб. пособие для вузов]. - М. : Наука, 1979. - 496 с. : ил. - 1.20., 19 экз.

5. Ширяев Альберт Николаевич. Вероятность : [учеб. пособие для вузов по специальностям "Математика", "Приклад. математика", "Физика"]. - 2-е изд., перераб. и доп. - М. : Наука, 1989. - 640 с. : ил. - ISBN 5-02-013955-6 (в пер.) : 1.70., 86 экз.

6. Крамер Гаральд. Математические методы статистики / пер. с англ. А. С. Монины и А. А. Петрова ; под ред. А. Н. Колмогорова. - 2-е изд., стер. - М. : Мир, 1975. - 648 с. : ил. - 2.87., 18 экз.

7. Смирнов Николай Васильевич. Курс теории вероятностей и математической статистики для технических приложений : [для вузов]. - 3-е изд., стер. - М. : Наука, 1969. - 511 с. : с черт. - 1.26., 22 экз.

8. Ивченко Григорий Иванович. Математическая статистика : [учеб. пособие для вузов]. - 2-е изд., доп. - М. : Высшая школа, 1992. - 303, [1] с. : ил. - ISBN 5-06-002317-6 (в пер.) : 21.88., 1 экз.

9. Мостеллер Фредерик. Вероятность / пер. с англ. В. В. Фирсова ; под ред. и с предисл. И. М. Яглома. - М. : Мир, 1969. - 431 с. : черт. - (Современная математика. Популярная серия). - 1.36., 2 экз.

10. Вентцель Елена Сергеевна. Теория вероятностей : учеб. для вузов. - 5-е изд., стер. - М. : Высшая школа, 1998. - 576 с. : ил. - 23.80., 6 экз.

Программное обеспечение и Интернет-ресурсы (в соответствии с содержанием дисциплины):

Не используется

7. Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля)

Учебные аудитории для проведения учебных занятий, предусмотренных образовательной программой, оснащены мультимедийным оборудованием (проектор, экран), техническими средствами обучения, компьютерами.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечены доступом в электронную информационно-образовательную среду.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению подготовки/специальности 03.03.02 - Физика.

Автор(ы): Фаддеев Михаил Андреевич, кандидат физико-математических наук, доцент.

Заведующий кафедрой: Чупрунов Евгений Владимирович, доктор физико-математических наук.

Программа одобрена на заседании методической комиссии от 30.11.2024, протокол № б/н.