

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

**федеральное государственное автономное
образовательное учреждение высшего образования_
«Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет
им. Н.И. Лобачевского»**

Институт информационных технологий, математики и механики

УТВЕРЖДЕНО

решением президиума Ученого совета ННГУ

протокол № 1 от 16.01.2024 г.

Рабочая программа дисциплины

Аналитическая геометрия

Уровень высшего образования

Специалитет

Направление подготовки / специальность

01.05.01 - Фундаментальные математика и механика

Направленность образовательной программы

Фундаментальная механика и приложения

Форма обучения

очная

г. Нижний Новгород

2024 год начала подготовки

1. Место дисциплины в структуре ОПОП

Дисциплина Б1.О.13 Аналитическая геометрия относится к обязательной части образовательной программы.

2. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями и индикаторами достижения компетенций)

Формируемые компетенции (код, содержание компетенции)	Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), в соответствии с индикатором достижения компетенции		Наименование оценочного средства	
	Индикатор достижения компетенции (код, содержание индикатора)	Результаты обучения по дисциплине	Для текущего контроля успеваемости	Для промежуточной аттестации
ОПК-1: Способен находить, формулировать и решать актуальные и значимые проблемы фундаментальной математики и механики	ОПК-1.1: Знает основы фундаментальных физико-математических дисциплин и других естественных наук ОПК-1.2: Умеет формулировать, анализировать и решать профессиональные задачи с применением фундаментальных знаний математики, физики и других естественных наук ОПК-1.3: Имеет практический опыт постановки и решения актуальных задач математики и механики	ОПК-1.1: Знать основные формулы из курса аналитической геометрии. ОПК-1.2: Уметь определять, какие задачи можно решить с помощью аппарата аналитической геометрии. ОПК-1.3: Владеть основными формулами и приемами для решения геометрических задач методами аналитической геометрии.	Разноуровневые задачи	Экзамен: Контрольные вопросы

3. Структура и содержание дисциплины

3.1 Трудоемкость дисциплины

	очная
Общая трудоемкость, з.е.	8
Часов по учебному плану	288
в том числе	
аудиторные занятия (контактная работа):	
- занятия лекционного типа	48
- занятия семинарского типа (практические занятия / лабораторные работы)	64
- КСР	4
самостоятельная работа	100

Промежуточная аттестация	72 Экзамен
--------------------------	---------------

3.2. Содержание дисциплины

(структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и виды учебных занятий)

Наименование разделов и тем дисциплины	Всего (часы)	в том числе			
		Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы из них			Самостоятельная работа обучающегося, часы
		Занятия лекционного типа	Занятия семинарского типа (практические занятия/лабораторные работы), часы	Всего	
	0 Ф 0	0 Ф 0	0 Ф 0	0 Ф 0	0 Ф 0
Тема 1	20	8	6	14	6
Тема 2	13	3	4	7	6
Тема 3	10	2	4	6	4
Тема 4	12	2	4	6	6
Тема 5	6	1	1	2	4
Тема 6	10	4	2	6	4
Тема 7	11	4	3	7	4
Тема 8	10	4	4	8	2
Тема 9	14	4	4	8	6
Тема 10	33	4	10	14	19
Тема 11	31	5	12	17	14
Тема 12	23	3	6	9	14
Тема 13	19	4	4	8	11
Аттестация	72				
КСР	4				4
Итого	288	48	64	116	100

Содержание разделов и тем дисциплины

Тема 1. Векторная алгебра. Свободный вектор, линейные операции над векторами и их свойства. Линейная зависимость и её критерии. Базис и система координат на плоскости и в пространстве. Координаты вектора. Деление отрезка в данном отношении. Скалярное, векторное, смешанное произведения векторов, их свойства, формулы для вычисления в ортонормированном базисе.

Тема 2. Прямая линия на плоскости (разные типы уравнения прямой). Типовые задачи о прямых на плоскости (угол между прямыми, расстояние от точки до прямой).

Тема 3. Плоскость (разные типы уравнения плоскости). Расстояние от точки до плоскости.

Тема 4. Прямая линия в пространстве (разные типы уравнения прямой в пространстве и их связь).

Взаимное расположение двух прямых в пространстве. Расстояние между скрещивающимися прямыми
Угол между прямой и плоскостью.

Тема 5. Пучки прямых и связки плоскостей.

Тема 6. Замена базиса и системы координат. Матрица перехода. Сдвиг начала координат. Поворот координат. Пересчёт координат точки. Ортогональные матрицы и ортогональные преобразования.

Тема 7. Кривые второго порядка: геометрические определения эллипса, гиперболы и параболы, вывод канонических уравнений.

Тема 8. Изучение вида кривых второго порядка по их каноническим уравнениям. Эксцентриситет, директрисы, фокальные и директориальные свойства.

Тема 9. Кривые второго порядка. Общее уравнение, постановка задачи классификации, теоремы о приведении уравнения кривой второго порядка к каноническому виду. Аффинная классификация кривых второго порядка.

Тема 10. Инварианты кривых второго порядка, определение типа кривой по инвариантам. Асимптотические направления, диаметры, центры кривых второго порядка.

Тема 11. Уравнение поверхности в пространстве. Цилиндрические поверхности. Поверхности вращения. Эллипсоид вращения. Трёхосный эллипсоид. Коническая поверхность. Конус второго порядка. Однополостный гиперболоид. Двуполостный гиперболоид. Параболоиды. Прямолинейные образующие.

Тема 12. Аффинные пространства. Аффинные отображения.

Тема 13. Элементы проективной геометрии. (Проективная плоскость, проективные координаты, проективная классификация кривых 2-го порядка).

4. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся

Самостоятельная работа обучающихся включает в себя подготовку к контрольным вопросам и заданиям для текущего контроля и промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины приведенным в п. 5.

Для обеспечения самостоятельной работы обучающихся используются:

- электронный курс "«Аналитическая геометрия 1 курс (математика, ФММ, МиММ)»" (<https://e-learning.unn.ru/enrol/index.php?id=4487>).

Иные учебно-методические материалы: 1. Теоретический материал лекционных занятий и литературные источники (список обязательной и дополнительной литературы приводится).

Для подготовки к экзамену рекомендуется использовать собственные конспекты лекций, а также источники, рекомендованные в списке литературы.

2. Домашние задания к научно-практическим занятиям.

Домашние задания выдаются по стандартному задачнику (указан в списке литературы).

Проверка выполнения домашних заданий проводится в начале каждого практического занятия. Основная форма контроля: проверка в форме коллективного обсуждения у доски выполнения отдельных заданий.

3. Письменные контрольные работы.

В течение учебного семестра проводится 4 контрольные работы (3 в 1-м семестре и одна – во 2-м) по материалам всех разделов курса. Для подготовки к контрольным работам рекомендуется повторно прочитать теоретические разделы в задачнике, просмотреть полезные разделы в соответствующих источниках из списка рекомендованной литературы, а также самостоятельно решить несколько задач по теме контрольной работы из указанного задачника.

5. Фонд оценочных средств для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)

5.1 Типовые задания, необходимые для оценки результатов обучения при проведении текущего контроля успеваемости с указанием критериев их оценивания:

5.1.1 Типовые задания (оценочное средство - Разноуровневые задачи) для оценки сформированности компетенции ОПК-1:

1. Даны три вектора $a(1, 5)$, $b(6, 4)$ и $c(0, 5)$. Подобрать числа α и β так, чтобы векторы αa , βb и c образовали замкнутую ломаную линию, если начало каждого последующего вектора совместить с концом предыдущего.

2. В ортонормированном базисе даны три вектора: $a(-1, 2)$, $b(5, 1)$ и $c(4, -2)$. Вычислить $b(a, c) - c(a, b)$.

3. Найти вектор длины 3, ортогональный векторам $(-1, 2, 1)$ и $(2, 3, 4)$.

4. Даны точки $A(8, -6, 7)$ и $B(-20, 15, 10)$. Установить, пересекает ли прямая AB какую-нибудь из осей координат.

5. Найти общее уравнение прямой

$$\frac{x-7}{8} = \frac{y-8}{7} = z+3.$$

6. Записать каноническое уравнение прямой

$$\begin{cases} 3x + 5y - 11z + 2 = 0 \\ x - 8y + z = 0 \end{cases}.$$

7. Написать уравнение эллипса, пересекающего ось OX в точках $(1, 0)$ и $(9, 0)$ и касающегося оси OY в точке $(0, 3)$, зная, что оси эллипса параллельны осям координат.

Критерии оценивания (оценочное средство - Разноуровневые задачи)

Оценка	Критерии оценивания
зачтено	Задача решена полностью.
не зачтено	Задача не решалась или решена не полностью.

5.2. Описание шкал оценивания результатов обучения по дисциплине при промежуточной аттестации

Шкала оценивания сформированности компетенций

Уровень сформированности компетенций (индикатора достижения компетенций)	плохо	неудовлетворительно	удовлетворительно	хорошо	очень хорошо	отлично	превосходно
	не зачтено		зачтено				
<u>Знания</u>	Отсутствие знаний теоретического материала. Невозможность оценить полноту знаний вследствие отказа обучающегося от ответа	Уровень знаний ниже минимальных требований. Имели место грубые ошибки	Минимально допустимый уровень знаний. Допущено много негрубых ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько негрубых ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько несущественных ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Ошибок нет.	Уровень знаний в объеме, превышающем программу подготовки.
<u>Умения</u>	Отсутствие минимальных умений. Невозможность оценить наличие умений вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы основные умения. Имели место грубые ошибки	Продemonстрированы основные умения. Решены типовые задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, но не в полном объеме	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания в полном объеме, но некоторые с недочетами	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания в полном объеме, но некоторые с недочетами.	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с отдельными несущественными недочетами, выполнены все задания в полном объеме	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме без недочетов
<u>Навыки</u>	Отсутствие базовых навыков. Невозможность оценить наличие навыков вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы базовые навыки. Имели место грубые ошибки	Имеется минимальный набор навыков для решения стандартных задач с некоторыми недочетами	Продemonстрированы базовые навыки при решении стандартных задач с некоторыми недочетами	Продemonстрированы базовые навыки при решении стандартных задач без ошибок и недочетов	Продemonстрированы навыки при решении нестандартных задач без ошибок и недочетов	Продemonстрирован творческий подход к решению нестандартных задач

Шкала оценивания при промежуточной аттестации

Оценка		Уровень подготовки
зачтено	превосходно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «превосходно», продемонстрированы знания, умения, владения по соответствующим компетенциям на уровне выше предусмотренного программой

	отлично	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «отлично».
	очень хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «очень хорошо»
	хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «хорошо».
	удовлетворительно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «удовлетворительно», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «удовлетворительно»
не зачтено	неудовлетворительно	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «неудовлетворительно».
	плохо	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «плохо»

5.3 Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения на промежуточной аттестации с указанием критериев их оценивания:

5.3.1 Типовые задания (оценочное средство - Контрольные вопросы) для оценки сформированности компетенции ОПК-1

Контрольные вопросы к материалу первого семестра.

1. Свойства сложения векторов. Доказательство того, что два вектора коллинеарны тогда и только тогда, когда один из них получается из другого умножением на число.
2. Координаты суммы векторов и произведения вектора на число. Вывод формулы длины вектора.
3. Прямоугольная система координат. Вывод формулы расстояния между двумя точками в прямоугольных координатах. Деление отрезка в данном отношении.
4. Вывод свойств скалярного произведения и вывод формулы для скалярного произведения в прямоугольных координатах.
5. Определение и свойства векторного произведения. Прямоугольные координаты векторного произведения.
6. Определение и свойства смешанного произведения. Смешанное произведение в прямоугольных координатах.
7. Вывод формул преобразования плоских прямоугольных координат точки.
8. Уравнение прямой с угловым коэффициентом.
9. Вывод общего уравнения прямой. Неполные уравнения прямой.
10. Уравнение прямой в отрезках.
11. Вывод канонического, параметрических уравнений прямой на плоскости и уравнения прямой, проходящей через две точки.
12. Расстояние от точки до прямой на плоскости.
13. Вывод уравнения плоскости, проходящей через три точки.

14. Расположение плоскостей, заданных неполными уравнениями.
15. Вывод уравнения плоскости в отрезках.
16. Уравнения прямой как линии пересечения двух плоскостей и канонические уравнения прямой в пространстве. Получение одной пары уравнений из другой.
17. Выражение угла между прямыми через их угловые коэффициенты.
18. Угол между прямой и плоскостью.
19. Условие того, что две прямые лежат в одной плоскости.
20. Необходимые и достаточные условия того, что кривая 2-го порядка является окружностью.
21. Фокальное свойство эллипса.
22. Директориальное свойство эллипса.
23. Формулировка фокального свойства гиперболы и доказательство директориального свойства гиперболы.
24. Директориальное свойство параболы.
25. Полярные уравнения эллипса, гиперболы и параболы.
26. Аффинная классификация кривых второго порядка.
27. Вывод уравнения поверхности вращения.
28. Сечения эллипсоида плоскостями, параллельными координатным плоскостям.
29. Сечения однополостного гиперболоида плоскостями, параллельными координатным плоскостям.
30. Сечения двуполостного гиперболоида плоскостями, параллельными координатным плоскостям.
31. Сечения эллиптического параболоида плоскостями, параллельными координатным плоскостям.
32. Сечения гиперболического параболоида плоскостями, параллельными координатным плоскостям.
33. Конус 2-го порядка как асимптотический конус гиперболоидов.

Контрольные вопросы к материалу второго семестра.

1. Определение аффинного пространства. Примеры. Правило треугольника. Доказательство биективности векторизации.
2. Аффинная система координат. Свойства координат: координаты точек и соединяющего их вектора.
3. Определение аффинного подпространства. Точка, прямая, гиперплоскость. Свойства: состав направляющего подпространства, пересечение подпространств.
4. Аффинная оболочка как пересечение подпространств.
5. Существование и единственность k -мерного подпространства, содержащего заданные точки.
6. Независимость определения барицентрической линейной комбинации от выбора начальной точки. Центр тяжести набора масс. Деление отрезка в данном отношении.
7. Аффинная оболочка как множество барицентрических линейных комбинаций.
8. Признаки аффинной независимости точек.

9. Определение аффинного базиса. Доказательство единственности барицентрических координат точки.
10. Аффинное пространство как аффинная оболочка базиса.
11. Отличительный признак аффинного подпространства.
12. Теорема о непустоте пересечения двух подпространств.
13. Определение параллельного переноса. Группа параллельных переносов и её изоморфность группе векторов направляющего пространства.
14. Связь параллельности подпространств с параллельным переносом.
15. Теорема о параллельности гиперплоскостей.
16. Определение аффинного отображения. Основное свойство аффинного отображения. Пример: линейная функция.
17. Существование и единственность аффинного отображения с заданным дифференциалом.
18. Связь аффинного отображения с векторизацией.
19. Запись аффинного отображения в аффинных координатах.
20. Аффинность композиции и обратного отображения.
21. Аффинность образа аффинного пространства. Параллельность образов параллельных подпространств.
22. Критерий изоморфности конечномерных аффинных пространств.
23. Образ барицентрической линейной комбинации при аффинном отображении.
24. Инвариантность простого отношения точек при аффинных отображениях.
25. Аффинно-линейная функция и её координатная запись.
26. Барицентрические координаты как аффинно-линейные функции.
27. Аффинность параллельного переноса, его дифференциал.
28. Аффинность гомотетии. Отличительный признак гомотетии.
29. Существование и единственность аффинного отображения, переводящего базис в заданный набор точек.
30. Аффинные преобразования образуют группу.
31. Образ и ядро гомоморфизма из группы аффинных преобразований в группу линейных преобразований.
32. Разложение аффинного преобразования в композицию аффинного преобразования, сохраняющего точку и параллельного переноса.
33. Определение проективного пространства. Однородные координаты.
34. Определение аффинного покрытия. Связь между аффинными картами проективной прямой.
35. Проективные преобразования образуют группу.
36. Критерий тождественности проективного преобразования.
37. Задание проективного преобразования в однородных координатах. Задание проективного преобразования проективной прямой в аффинной карте.

38. Определение проективной независимости точек. Критерий независимости.
39. Существование и единственность проективного преобразования, переводящего один набор точек в другой.
40. Определение двойного отношения и его запись в аффинных координатах.
41. Инвариантность двойного отношения при проективных преобразованиях.
42. Теорема Дезарга.
43. Отличительный признак центральной проекции прямой на прямую.
44. Формулировка теоремы Паппа.

Критерии оценивания (оценочное средство - Контрольные вопросы)

Оценка	Критерии оценивания
превосходно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «превосходно»
отлично	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «отлично», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «отлично»
очень хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «очень хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «очень хорошо»
хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «хорошо»
удовлетворительно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «удовлетворительно», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «удовлетворительно»
неудовлетворительно	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «неудовлетворительно», ни одна из компетенций не сформирована на уровне «плохо»
плохо	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «плохо»

6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля)

Основная литература:

1. Веселов А. П. Лекции по аналитической геометрии : учебное пособие / Веселов А. П., Троицкий Е. В. - Москва : МЦНМО, 2017. - 152 с. - Допущено УМО по классическому университетскому образованию в качестве учебного пособия для студентов высших учебных заведений,

обучающихся по направлениям 01.03.01 Математика, 01.03.04 Механика и математическое моделирование и специальности 01.05.01 Фундаментальная математика и механика. - Библиогр.: доступна в карточке книги, на сайте ЭБС Лань. - Книга из коллекции МЦНМО - Математика. - ISBN 978-5-4439-3064-0., <https://e-lib.unn.ru/MegaPro/UserEntry?Action=FindDocs&ids=717316&idb=0>.

2. Ильин Владимир Александрович. Аналитическая геометрия : учебник для студентов физ. специальностей и специальности "Прикладная математика". - Изд. 7-е, стер. - М. : Физматлит, 2009. - 224 с. - (Курс высшей математики и математической физики / под ред. А. Н. Тихонова, В. А. Ильина, А. Г. Свешникова ; вып. 3). - ISBN 978-5-9221-0511-8 : 205.00., 11 экз.

3. Сборник задач по алгебре и аналитической геометрии : [учеб. пособие для мат. и физ. специальностей ун-тов и пед. ин-тов] / под ред. А. С. Феденко. - Минск : Университетское, 1989. - 285, [1] с. : ил. - ISBN 5-7855-0017-5 (в пер.) : 0.90., 51 экз.

Дополнительная литература:

1. Беклемишев Дмитрий Владимирович. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры : учеб. для студентов вузов. - Изд. 12-е, испр. - М. : Физматлит, 2009. - 312 с. - ISBN 978-5-9221-0979-6 : 305.00., 19 экз.

2. Цубербиллер О. Н. Задачи и упражнения по аналитической геометрии. - Изд. 34-е, стер. - СПб. ; М. ; Краснодар : Лань, 2009. - 336 с. : ил. - (Учебники для вузов. Специальная литература). - ISBN 978-5-8114-0475-9 : 324.72., 158 экз.

Программное обеспечение и Интернет-ресурсы (в соответствии с содержанием дисциплины):

<https://e-learning.unn.ru/enrol/index.php?id=4487>

7. Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля)

Учебные аудитории для проведения учебных занятий, предусмотренных образовательной программой, оснащены мультимедийным оборудованием (проектор, экран), техническими средствами обучения.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечены доступом в электронную информационно-образовательную среду.

Программа составлена в соответствии с требованиями ОС ННГУ по направлению подготовки/специальности 01.05.01 - Фундаментальная математика и механика.

Автор(ы): Звонилов Виктор Иванович, кандидат физико-математических наук, доцент.

Заведующий кафедрой: Золотых Николай Юрьевич, доктор физико-математических наук.

Программа одобрена на заседании методической комиссии от 13.12.2023, протокол № 3.