

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

**Федеральное государственное автономное  
образовательное учреждение высшего образования  
«Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет  
им. Н.И. Лобачевского»**

**Физический факультет**

---

Утверждено

решением Ученого совета ННГУ  
протокол от «31» мая 2023 г. № 6

**Рабочая программа дисциплины**

**Дискретная математика,  
математическая логика**

---

Уровень высшего образования  
**бакалавриат**

---

Направление подготовки / специальность  
**09.03.02 Информационные системы и технологии**

---

Направленность образовательной программы  
**Информационные системы и технологии в физических  
исследованиях**

---

Форма обучения  
**очная**

---

Год начала подготовки

2022 год

Нижегород

2023 год

## 1. Место дисциплины в структуре ООП

Дисциплина «Дискретная математика, математическая логика» (Б1.В.04) относится к части, формируемой участниками образовательных отношений, Блока 1 «Дисциплины (модули)» учебного плана основной образовательной программы.

Дисциплина преподается в 3 семестре.

## 2. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями и индикаторами достижения компетенций)

Формируемые компетенции (код, содержание компетенции)	Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), в соответствии с индикатором достижения компетенции		Наименование оценочного средства
	Индикатор достижения компетенции* (код, содержание индикатора)	Результаты обучения по дисциплине**	
ПК-15. Способен применять современный математический аппарат при проведении, моделировании и анализе результатов компьютерного или натурального эксперимента	ПК-15.1. Знать современный математический аппарат, используемый при разработке компьютерных моделей и анализе результатов.	<i>Знать</i> основные понятия дискретной математики и свойства математических объектов, используемых в дискретной математике, формулировки утверждений, методы их доказательства, возможные сферы их приложений, основы построения дискретно математических моделей.	<i>Коллоквиум</i>
	ПК-15.2. Уметь применять современный математический аппарат при проведении, моделировании и анализе результатов компьютерного или натурального эксперимента	<i>Уметь</i> исследовать задачи теоретического и прикладного характера из различных разделов дискретной математики, доказывать утверждения, строить модели объектов и понятий	<i>Контрольная работа</i>
	ПК-15.3. Владеть навыками применения современных аналитических и численных методов в решении профессиональных задач.	<i>Владеть</i> математическим аппаратом дискретной математики, методами доказательства утверждений в этой области, навыками алгоритмизации основных задач	<i>Реферат</i>

### 3. Структура и содержание дисциплины

#### 3.1. Трудоемкость дисциплины

<b>Очная форма обучения</b>	
Общая трудоемкость	4 ЗЕТ
Часов по учебному плану	144
в том числе	
аудиторные занятия (контактная работа):	32
- занятия лекционного типа, ч	16
- практические занятия, ч	16
- лабораторных, ч	
самостоятельная работа, ч	74
КСРИФ	2
Промежуточная аттестация	экзамен

#### 3.2. Содержание дисциплины

Наименование и краткое содержание разделов и тем дисциплины (модуля),	Всего (часы)	В том числе				Самостоятельная работа, часы
		Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы				
		из них				
		Занятия лекционного типа	Практические занятия	Занятия лабораторного типа	Всего	
Тема 1. Модульная арифметика. Двоичные коды.	14	2	2		4	10
Тема 2. Элементы теории множеств.	24	4	4		8	16
Тема 3. Комбинаторика	19	2	2		4	15
Тема 4. Математическая логика.	28	4	4		8	20
Тема 5. Теория графов	23	4	4		8	15
<u>Итого</u>	<b>Error! Re source not</b>	<b>Error! Re source not</b>	<b>Error! Re source not</b>	<b>Error! Re source found.</b>	32	<b>Error! Re source found.6</b>



## Содержание разделов дисциплины

### 1. Модульная арифметика. Двоичные коды

- 1.1. Позиционные системы счисления
- 1.2. Кольца. Модельная арифметика
- 1.3. Двоичные векторы и матрицы
- 1.4. Самовосстанавливающиеся коды. Код Хэмминга
- 1.5. Код Грея.

### 2. Элементы теории множеств

- 2.1. Понятие о множестве
- 2.2. Операции над множествами
- 2.3. Алгебра множеств
- 2.4. Сравнение бесконечных множеств и их эквивалентность
- 2.5. Счетные множества
- 2.6. Множества континуума
- 2.7. Мощность бесконечных множеств
- 2.8. Отображение множеств
- 2.9. Отношения множеств. Бинарные отношения.
- 2.10. Операции над бинарными отношениями
- 2.11. Свойства однородных бинарных отношений.
- 2.12. Разбиение на классы
- 2.13. Упорядочение множеств
- 2.14. Отображения, сохраняющие порядок

### 3. Комбинаторика

- 3.1. Основные правила комбинаторики
- 3.2. Перестановки при различных спецификациях элементов
- 3.3. Сочетания при различных спецификациях элементов
- 3.4. Производящие функции для сочетаний
- 3.5. Производящие функции для перестановок
- 3.6. Размещение и занятость
- 3.7. Циклы перестановок
- 3.8. Принцип включений и исключений

### 4. Математическая логика

- 4.1. Понятие о логической функции
- 4.2. Элементарные логические функции
- 4.3. Алгебра логических функций. Булева алгебра.
- 4.4. Переход от таблицы к аналитическому представлению логической функции
- 4.5. Основные классы логических функций
- 4.6. Минимизация логических функций. Карты Карно
- 4.7. Метод неопределённых коэффициентов
- 4.8. Метод Квайна – Мак-Класки

### 5. Теория графов

- 5.1. Основные понятия и определения
- 5.2. Гамильтоновы графы
- 5.3. Деревья
- 5.4. Ориентированные графы

## 5.5. Пути

## 5.6. Кратчайший путь

Практические занятия (семинарские занятия /лабораторные работы) организуются, в том числе в форме практической подготовки, которая предусматривает участие обучающихся в выполнении отдельных элементов работ, связанных с будущей профессиональной деятельностью.

Практическая подготовка предусматривает: решение задач, подготовка рефератов.

На проведение практических занятий (семинарских занятий /лабораторных работ) в форме практической подготовки отводится 16 часов.

Текущий контроль успеваемости реализуется в рамках занятий семинарского типа.

Промежуточная аттестация проходит в традиционной форме - экзамен.

## 4. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся

Контрольные вопросы и задания для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины приведены в п. 6.2.

**5. Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации по дисциплине (модулю), включающий:**

### 5.1. Описание шкал оценивания результатов обучения по дисциплине

Уровень сформированности компетенций (индикатора достижения компетенций)	Шкала оценивания сформированности компетенций						
	плохо	неудовлетворительно	удовлетворительно	хорошо	очень хорошо	отлично	превосходно
	Не зачтено			зачтено			
<u>Знания</u>	Отсутствие знаний теоретического материала. Невозможность оценить полноту знаний вследствие отказа обучающегося от ответа	Уровень знаний ниже минимальных требований. Имели место грубые ошибки.	Минимально допустимый уровень знаний. Допущено много негрубых ошибок.	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько негрубых ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько незначительных ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки, без ошибок.	Уровень знаний в объеме, превышающем программу подготовки.
<u>Умения</u>	Отсутствие минимальных умений. Невозможность оценить наличие	При решении стандартных задач не продемонстрированы основные	Продемонстрированы основные умения. Решены типовые	Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные	Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные	Продемонстрированы все основные умения, решены все основные	Продемонстрированы все основные умения, Решены все основные

Уровень сформированности компетенций (индикатора достижения компетенций)	Шкала оценивания сформированности компетенций						
	плохо	неудовлетворительно	удовлетворительно	хорошо	очень хорошо	отлично	превосходно
	Не зачтено			зачтено			
	умений вследствие отказа обучающегося от ответа	умения. Имели место грубые ошибки.	задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания но не в полном объеме.	задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, в полном объеме, но некоторые с недочетами.	задачи. Выполнены все задания, в полном объеме, но некоторые с недочетами.	задачи с отдельными несущественным недочетами, выполнены все задания в полном объеме.	задачи. Выполнены все задания, в полном объеме без недочетов
<u>Навыки</u>	Отсутствие владения материалом. Невозможность оценить наличие навыков вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы базовые навыки. Имели место грубые ошибки.	Имеется минимальный набор навыков для решения стандартных задач с некоторыми недочетами	Продемонстрированы базовые навыки при решении стандартных задач с некоторыми недочетами	Продемонстрированы базовые навыки при решении стандартных задач без ошибок и недочетов.	Продемонстрированы навыки при решении нестандартных задач без ошибок и недочетов.	Продемонстрирован творческий подход к решению нестандартных задач.

### Шкала оценки при промежуточной аттестации

Оценка	Уровень подготовки	
зачтено	Превосходно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «превосходно»
	Отлично	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «отлично», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «отлично»
	Очень хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «очень хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «очень хорошо»
	Хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «хорошо»
	Удовлетворительно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не

Оценка		Уровень подготовки
		ниже «удовлетворительно», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «удовлетворительно»
не зачтено	Неудовлетворительно	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «неудовлетворительно», ни одна из компетенций не сформирована на уровне «плохо»
	Плохо	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «плохо»

## 5.2. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения

### 5.2.1 Контрольные вопросы

№	Вопросы	Код формируемой компетенции
1	Позиционные системы счисления. Двоичная, восьмеричная и шестнадцатеричные системы счисления. Переход из одной системы счисления в другую.	ПК-15
2	Кольца. Модельная арифметика. Двоичные векторы и матрицы	ПК-15
3	Самовосстанавливающиеся коды. Код Хэмминга. Код Грея.	ПК-15
4	Понятие о множестве. Операции над множествами.	ПК-15
5	Алгебра множеств. Свойства операций над множествами.	ПК-15
6	Сравнение бесконечных множеств и их эквивалентность	ПК-15
7	Счетные множества. Множества континуума. Мощность бесконечных множеств	ПК-15
8	Отображение множеств.	ПК-15
9	Отношения множеств. Бинарные отношения. Операции над бинарными отношениями. Свойства однородных бинарных отношений.	ПК-15
10	Разбиение на классы. Упорядочение множеств. Отображения, сохраняющие порядок	ПК-15
11	Основные правила комбинаторики	ПК-15
12	Перестановки при различных спецификациях элементов	ПК-15
13	Сочетания при различных спецификациях элементов	ПК-15
14	Производящие функции для сочетаний и перестановок	ПК-15
15	Размещение и занятость	ПК-15
16	Циклы перестановок. Принцип включений и исключений	ПК-15
17	Понятие о логической функции	ПК-15

№	Вопросы	Код формируемой компетенции
18	Элементарные логические функции	ПК-15
19	Алгебра логических функций. Булева алгебра.	ПК-15
20	Совершенная дизъюнктивная нормальная форма	ПК-15
21	Совершенная конъюнктивная нормальная форма	ПК-15
22	Основные классы логических функций	ПК-15
23	Минимизация логических функций. Метод карт Карно	ПК-15
24	Минимизация логических функций. Метод неопределённых коэффициентов	ПК-15
25	Минимизация логических функций. Метод Квайна – Мак-Класки	ПК-15
26	Основные понятия и определения	ПК-15
27	Гамильтоновы графы. Деревья. Ориентированные графы.	ПК-15
28	Пути. Кратчайший путь	ПК-15

### 5.2.2. Типовые задания/задачи для оценки сформированности компетенции ПК-15

Задача 1. Закодировать при помощи Кода Хэмминга:

- 100100101110001
- 0100010000111101001111001001000

Задача 2. Перевести в десятичную систему счисления числа  $C7_{16}$ ,  $101100_2$ ,  $1216_8$ .

Задача 3. С помощью диаграмм Венная доказать справедливость операции:

- $A \cap (B \cup C) = A \cap B \cup A \cap C$
- $(A \cap B)' = A' \cap B'$
- $(A \cup B)' = A' \cap B'$
- $A \setminus (A \setminus B) = A \cap B$
- $A \setminus B = A \cap B'$

Задача 4. Упростить:

- $(A \setminus B)' \cap (A' \cup B)'$
- $(A \cup B \cup C) \cap (A \cup B) \setminus A \cap (A \cup (B \setminus C))$
- $A \cap B \cap C \cup A' \cap B \cap C \cup B' \cup C'$

Задача 5. Для заданных на множестве  $A = \{1,2,3,4,5\}$  бинарных отношений  $\rho = \{(x, y) : |(x - 2)(y - 2)| \leq 1\}$  и  $\tau = \{(x, y) : 2x \geq 3y\}$ :

- записать матрицы и построить графики;
- найти композицию  $\rho \circ \tau$ ;
- исследовать свойства отношений  $\rho$ ,  $\tau$  и  $\rho \circ \tau$  (рефлексивность, симметричность, антисимметричность, транзитивность).

Задача 6. Определите свойства следующих отношений:

- «прямая  $x$  пересекает прямую  $y$ » (на множестве прямых)
- «число  $x$  больше числа  $y$  на 2» (на множестве натуральных чисел)
- «число  $x$  делится на число  $y$  без остатка» (на множестве натуральных чисел)

d) «x – сестра y» (на множестве людей).

Задача 7. На множестве вещественных чисел  $R$  задано бинарное отношение  $\rho = \{(a, b): a^2 + a = b^2 + b\}$ . Докажите, что  $\rho$  – отношение эквивалентности. Сколько элементов в классе эквивалентности?

Задача 8. Сколькими способами можно рассадить 5 человек за столом?

Задача 9. В ящике находится 15 деталей. Сколькими способами можно взять 4 детали?

Задача 10. Сколькими способами можно случайным образом из 25 студентов выбрать 2х для поездки в Англию и Америку?

Задача 11. Упростить логическую функцию:

- $f(x_1, x_2) = (x_1 \wedge x_2) \vee (x_1 \wedge \bar{x}_2)$
- $f(x_1, x_2, x_3) = x_1 \wedge ((\bar{x}_2 \vee \bar{x}_3) \vee x_2 \wedge x_3) \vee \bar{x}_1$
- $f(x_1, x_2, x_3) = x_1 \wedge x_2 \wedge x_3 \vee x_1 \wedge x_2 \wedge \bar{x}_3$
- $f(x_1, x_2, x_3) = (x_2 \rightarrow x_1) \wedge (x_1 \vee x_2) \wedge (x_1 \rightarrow x_3)$

Задача 12. Дана таблица значений логической функции  $f(x_1, x_2, x_3)$ . Записать логическую функции в совершенной дизъюнктивной нормальной форме (СДНФ) и совершенно конъюнктивной нормальной форме (СКНФ)

$x_1$	$x_2$	$x_3$	$f(x_1, x_2, x_3)$
0	0	0	1
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	1
1	1	0	0
1	1	1	1

Задача 13. С помощью эквивалентных преобразования построить дизъюнктивную нормальную форму логической функции:  $f(x_1, x_2, x_3) = (\bar{x}_1 \wedge x_2 \oplus x_3) \wedge (x_1 \wedge x_3 \rightarrow x_2)$

Задача 14. Логическую функцию, заданную таблично:

- Представить в виде единичного куба
- Найти минимальную дизъюнктивную нормальную форму с помощью карты Карно
- Записать совершенную дизъюнктивную нормальную форму и с помощью эквивалентных преобразования построить дизъюнктивную нормальную форму.

$x_1$	$x_2$	$x_3$	$f(x_1, x_2, x_3)$
0	0	0	1
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	1
1	1	0	0
1	1	1	0

## **6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины**

а) основная литература:

1. Д.Е. Бурланков, О.А. Морозов Введение в дискретную математику и математическую логику. Нижний Новгород: ННГУ, 2012, 50 экз в библиотечном фонде НИФТИ ННГУ.
2. Р. Хаггарти. Дискретная математика для программистов. М.: Техносфера. 2003, 19 экз.
3. Ф.А. Новиков. Дискретная математика для программистов. СПб: Питер, 2000, 9 экз.

б) дополнительная литература:

1. Д.А. Андерсон. Дискретная математика и комбинаторика. М.: Издательский дом "Вильямс", 2004, 1 экз.
2. А.В. Ахо, Д.Э. Хопкрофт, Д.Д. Ульман. Структуры данных и алгоритмы. М.: Издательский дом "Вильямс", 2003, 1 экз.
3. О.Е. Акимов. Дискретная математика. Логика, группы, графы. М.: ЛБЗ, 2001, 1 экз.
4. Р. Грэхем, Д. Кнут, О. Паташник. Конкретная математика. Основание информатики. М.: Мир, 1998, 2 экз.
5. Г. Биркгоф, Т. Барти. Современная прикладная алгебра. М.: Мир, 1976, 2 экз.

в) программное обеспечение и Интернет-ресурсы (в соответствии с содержанием дисциплины)

1. Программы в кн. Р. Хаггарти. Дискретная математика для программистов. М.: Техносфера. 2003.

## **7. Материально-техническое обеспечение дисциплины**

Помещения представляют собой учебные аудитории для проведения учебных занятий, предусмотренных программой, оснащенные персональными компьютерами.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечены доступом в электронную информационно-образовательную среду

Программа составлена в соответствии с требованиями ОС ВО ННГУ с учетом рекомендаций и ОПОП ВПО по направлению подготовки 09.03.02 «Информационные системы и технологии».

Автор (ы):

Старший преподаватель каф. ИТФИ \_\_\_\_\_ Гринь И.В.

Младший научный сотрудник  
Общеуниверситетского подразделения  
«Передовая инженерная школа» \_\_\_\_\_ Гречко Д.А.

Рецензент

д.ф.-м.н., профессор, зав. каф.  
статистической радиофизики и  
мобильных систем связи РФФ \_\_\_\_\_ Мальцев А.А.

Заведующий кафедрой ИТФИ  
д.т.н., профессор \_\_\_\_\_ Фидельман В.Р

Программа одобрена на заседании методической комиссии физического факультета