

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

**федеральное государственное автономное  
образовательное учреждение высшего образования  
«Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет  
им. Н.И. Лобачевского»**

Институт информационных технологий, математики и механики

---

УТВЕРЖДЕНО

решением президиума Ученого совета ННГУ

протокол № 1 от 16.01.2024 г.

**Рабочая программа дисциплины**

Математический анализ

---

Уровень высшего образования

Бакалавриат

---

Направление подготовки / специальность

09.03.03 - Прикладная информатика

---

Направленность образовательной программы

Прикладная информатика в области принятия решений

---

Форма обучения

очная

---

г. Нижний Новгород

2024 год начала подготовки

## 1. Место дисциплины в структуре ОПОП

Дисциплина Б1.О.06 Математический анализ относится к обязательной части образовательной программы.

## 2. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями и индикаторами достижения компетенций)

Формируемые компетенции (код, содержание компетенции)	Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), в соответствии с индикатором достижения компетенции		Наименование оценочного средства	
	Индикатор достижения компетенции (код, содержание индикатора)	Результаты обучения по дисциплине	Для текущего контроля успеваемости	Для промежуточной аттестации
ОПК-1: Способен применять естественнонаучные и общетеоретические знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности;	ОПК-1.1: Демонстрирует знание основ высшей математики, физики, вычислительной техники и программирования. ОПК-1.2: Демонстрирует умение решать профессиональные задачи с применением естественнонаучных и общетеоретических знаний, методов математического анализа и моделирования. ОПК-1.3: Демонстрирует наличие практического опыта теоретического и экспериментального исследования объектов профессиональной деятельности.	ОПК-1.1: Уметь решать математические задачи и проблемы, аналогичные ранее изученным: 1. раскрывать неопределенности и вычислять пределы последовательностей и функций (с помощью замечательных пределов, эквивалентных бесконечно малых, правила Лопиталья); 2. исследовать функцию на непрерывность и дифференцируемость; 3. дифференцировать явно и неявно заданные функции; 4. дифференцировать параметрически заданные функции; 5. исследовать функцию с помощью производных и строить графики; 6. находить локальные и глобальные экстремумы функций; 7. находить условные экстремумы функции; 8. раскладывать функции по формуле Тейлора; 9. интегрировать функции; 10. представить функцию в виде степенного ряда и ряда Фурье;	Контрольная работа Собеседование	Экзамен: Контрольные вопросы Задачи

		<p>11. находить длины кривых, площади плоских фигур, объемы и массы тел, площади поверхностей координаты центра масс. Знать понятия и утверждения, основные методы и приемы дисциплины «Математический анализ»</p> <p>ОПК-1.2: Уметь применять приемы раскрытия неопределенностей, технику дифференцирования, методы интегрирования, исследование рядов на сходимость и равномерную сходимость, раскладывать функции в ряды Тейлора и Фурье, определять области сходимости рядов. Владеть различными методами и способами вычисления пределов, методами дифференциального и интегрального исчисления, методами разложения функции в степенные ряды и ряды Фурье</p> <p>ОПК-1.3: Владеть навыком взятия производных, исследовать на экстремум функции одной и многих переменных, применять определенный интеграл к решению геометрических и физических задач, выбирать наиболее подходящий прием или метод для решения практической задачи.</p>		
--	--	--	--	--

### 3. Структура и содержание дисциплины

#### 3.1 Трудоемкость дисциплины

	<b>очная</b>
<b>Общая трудоемкость, з.е.</b>	<b>20</b>
<b>Часов по учебному плану</b>	<b>720</b>
в том числе	
<b>аудиторные занятия (контактная работа):</b>	
- занятия лекционного типа	<b>256</b>
- занятия семинарского типа (практические занятия / лабораторные работы)	<b>96</b>
- КСР	<b>8</b>
<b>самостоятельная работа</b>	<b>216</b>
<b>Промежуточная аттестация</b>	<b>144</b> <b>Экзамен</b>

#### 3.2. Содержание дисциплины

(структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и виды учебных занятий)

Наименование разделов и тем дисциплины	Всего (часы)	в том числе			
		Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы из них			Самостоятельная работа обучающегося, часы
		Занятия лекционного типа	Занятия семинарского типа (практические занятия/лабораторные работы), часы	Всего	
о ф о	о ф о	о ф о	о ф о	о ф о	
Тема 1. Введение	4	4		4	
Тема 2. Вещественные числа	10	6		6	4
Тема 3. Числовые последовательности	17	10		10	7
Тема 4. Предел функции	17	10		10	7
Тема 5. Непрерывные функции	17	10		10	7
Тема 6. Производная функции	20	12		12	8
Тема 7. Основные теоремы о дифференцируемых функциях и их приложения	22	12		12	10
Тема 8. Неопределенный интеграл	21	10		10	11
Тема 9. Определенный интеграл	21	10		10	11
Тема 10. Приложения определенного интеграла	19	8		8	11
Тема 11. Функции многих переменных и пределы	21	10		10	11
Тема 12. Непрерывные функции многих переменных	18	8		8	10

Тема 13. Дифференцирование функции многих переменных	21	10		10	11
Тема 14. неявно-заданные функции	10	4		4	6
Тема 15. Экстремумы функций многих переменных	8	4		4	4
Тема 16. Числовые ряды	34	12	12	24	10
Тема 17. Функциональные последовательности и ряды	34	12	12	24	10
Тема 18. Степенные ряды	36	14	12	26	10
Тема 19. Определенные интегралы, зависящие от параметра	34	12	12	24	10
Тема 20. Ряды Фурье	38	14	14	28	10
Тема 21. Несобственные интегралы	26	12	6	18	8
Тема 22. Несобственные интегралы, зависящие от параметра	23	10	5	15	8
Тема 23. Кратные интегралы	24	10	6	16	8
Тема 24. Криволинейные интегралы	24	10	6	16	8
Тема 25. Поверхностные интегралы	23	10	5	15	8
Тема 26. Теория поля (Векторный анализ)	26	12	6	18	8
Аттестация	144				
КСР	8			8	
Итого	720	256	96	360	216

### Содержание разделов и тем дисциплины

1 семестр:

#### 1. Введение.

Предмет математического анализа. Очерк истории развития математического анализа. Математическая символика, обозначения.

#### 2. Вещественные числа.

Числовая прямая. Числовые множества: промежутки, интервалы, лучи. Окрестность точки. Элементы теории множеств. Ограниченные и неограниченные множества, грани множества. Существование точных граней ограниченных числовых множеств. Счетные и несчетные множества. Несчетность множества действительных чисел.

#### 3. Числовые последовательности:

Определение числовой последовательности. Сходимость и предел числовой последовательности. Примеры. Свойства пределов и числовых последовательностей. Теорема о единственности предела, теорема об ограниченности сходящейся последовательности, предельный переход в неравенствах, арифметические действия со сходящимися последовательностями. Бесконечно малые и большие последовательности, связь между ними. Свойства бесконечно малых последовательностей. Предел монотонной последовательности. Число  $e$ . Принцип вложенных отрезков. Подпоследовательности. Теорема Больцано-Вейерштрасса. Предельные точки числового множества. Верхний и нижний пределы последовательности. Критерий Коши существования предела. Полнота числовой прямой.

#### 4. Предел функции.

Функции действительного переменного. Область определения, множество значений. Способы задания функций. График функции. Определение предела функции в точке по Гейне и Коши. Теорема эквивалентности определений. Локальная ограниченность функции, имеющей предел. Свойства пределов функций. Предел суперпозиции функции. Бесконечно малые функции и их сравнение. Замечательные пределы. Раскрытие неопределенностей. Обобщение понятия предела: односторонние пределы, бесконечно большие функции, пределы на бесконечности. Критерий Коши существования конечного предела функции в точке и на бесконечности.

## 5. Непрерывные функции:

Свойства непрерывных функций. Локальная устойчивость знака. Различия определения непрерывности функции в точке. Арифметические действия над непрерывными функциями. Непрерывность суперпозиции функции. Классификация точек разрыва функции. Непрерывность функции на множестве. Непрерывность элементарных функций. Теорема о промежуточных значениях. Теорема Вейерштрасса об ограниченности

непрерывной функции на отрезке и достижении точных граней. Условия непрерывности монотонной функции на отрезке. Теорема о непрерывности обратной функции.

## 6. Производная функции:

Задачи, приводящие к понятию производной функции. Средняя и мгновенная скорость изменения процесса. Производная и дифференциал функции в точке. Дифференцируемость функции.

Геометрический смысл производной и дифференциала. Касательная к графику функции в точке.

Свойства производных и дифференциалов функций. Производная суперпозиции и обратной функции.

Таблица производных. Дифференцируемость элементарных функций. Функции и кривые на плоскости, заданные параметрически. Дифференцирование функций, заданных параметрически. Уравнения касательной и нормали к плоской кривой, заданной параметрически. Инвариантность формы первого дифференциала. Приложения дифференциала к приближенным вычислениям значений функции.

Производные и дифференциалы высших порядков. Формула Лейбница. Неинвариантность формы дифференциалов высшего порядка.

## 7. Основные теоремы о дифференцируемых функциях и их приложения:

Локальный экстремум функции. Теорема Ферма о необходимом условии локального экстремума.

Теоремы Ролля, Лагранжа и Коши о среднем. Формулы конечных приращений. Формула Тейлора.

Различные представления остаточного члена формулы Тейлора. Формула Тейлора для некоторых элементарных функций. Правило Лопиталья раскрытия неопределенностей. Условие монотонности функции. Достаточные условия локального экстремума. Направления выпуклости, вогнутости функции.

Точки перегиба. Достаточное условие перегиба. Асимптоты функции. Общая схема исследования и построения графиков функции.

Нахождение глобального экстремума функции. Приближенные методы нахождения корней уравнений.

Метод деления отрезка пополам, метод хорд, метод касательной, оценка погрешности.

## 2 семестр:

### 1. Неопределенный интеграл:

Первообразная и неопределенный интеграл. Основные свойства интеграла. Таблица интегралов. Метод замены переменной в неопределенном интеграле. Интегрирование по частям. Рациональные и дробно-рациональные функции. Разложение правильной дробно-рациональной функции в сумму простейших дробей. Интегрирование простейших дробей. Метод неопределенных коэффициентов. Рационализация подинтегральной функции. Интегрирование выражений, рационально зависящих от тригонометрических функций. Подстановки Эйлера. Интегрирование дифференциального бинома. Теорема Чебышева.

### 2. Определенный интеграл:

Задачи о площади подграфика функции, о работе переменной силы, о массе неоднородного стержня.

Интегральные суммы Римана. Определенный интеграл. Интегрируемость и ограниченность функции.

Суммы Дарбу и их свойства. Критерий интегрируемости. Колебание функции на отрезке. Определение равномерной непрерывности функции. Теорема Кантора. Классы интегрируемых функций.

Свойства определенного интеграла и интегрируемых функций. Теорема о среднем. Интеграл как функция верхнего предела. Свойства интеграла с переменным верхним пределом. Формула Ньютона-Лейбница.

Метод замены переменной и интегрирование по частям в определенном интервале.

### 3. Приложения определенного интеграла

Спрямоугольность кривой, вычисление длины дуги в различных координатах. Квадрируемость плоских фигур, Критерий квадрируемости. Множества нулевой площади. Свойство аддитивности площади.

Формулы площади областей, граница которых задана в различных координатах. Кубируемость тел. Критерий кубируемости тела. Аддитивность объема. Вычисление объема тела по известным площадям сечений. Объем тела вращения. Вычисление площади поверхности вращения. Общая схема применения интеграла Римана к вычислению геометрических, механических и физических величин. Вычисление работы переменной силы, массы неоднородной материальной кривой и пластины, статических моментов и моментов инерции неоднородной кривой и материальной пластины относительно координатных осей. Вычисление координат центра масс неоднородной кривой и материальной пластины. Теоремы Приближенное вычисление интегралов Римана: формулы прямоугольников, трапеций и Симпсона. Оценка погрешности.

#### 4. Функции многих переменных и пределы:

Арифметическое Евклидово пространство  $R$ . Связное множество в  $R$ . Шаровая и кубическая окрестности точки. Открытые и замкнутые множества в  $R$ . Последовательность в  $R$ . Сходимости и предел последовательности. Покоординатная сходимости. Критерий Коши сходимости последовательности в  $R$ . Ограниченные и неограниченные множества в  $R$ . Теорема Больцано-Вейерштрасса. Компакты. Критерий компактности. Функции многих переменных. График функции двух переменных. Линии и поверхности уровня. Кратные и повторные пределы функции. Свойства пределов. Критерий Коши.

#### 5. Непрерывные функции многих переменных

Различные определения непрерывности функции в точке. Непрерывность по совокупности переменных и по отдельным переменным. Свойства непрерывных функций. Теорема о промежуточных значениях непрерывной функции на связном множестве. Свойства функции, непрерывной на компакте: теорема Вейерштрасса об ограниченности и существовании глобальных экстремумов, теорема Кантора о равномерной непрерывности.

#### 6. Дифференцирование функции многих переменных:

Частные производные. Дифференцируемость функции в точке. Дифференциал функции. Достаточное условие дифференцируемости. Линеаризация функций Приближенные вычисления функции с помощью дифференциала. Абсолютная и относительная погрешность. Дифференцирование сложной функции. Инвариантность формы первого дифференциала. Практические следствия инвариантности. Касательная плоскость и нормаль к поверхности. Геометрический смысл дифференциала. Частные производные высших порядков. Равенство смешанных производных. Дифференциала высших порядков.

#### Неинвариантность формы высших

дифференциалов. Инвариантность при аффинной замене переменных. Формула Тейлора. Оценка остаточного члена и приближенное вычисление функции с помощью формулы Тейлора. Формула Лагранжа конечных приращений.

#### 7. Неявно-заданные функции:

Неявно-заданные функции и система неявных функций, одной и многих переменных. Теорема о существовании, единственности и дифференцируемости. Якобиан системы функции. Вычисление старших производных неявных функций. Уравнения касательной и нормали к графику функции, заданной неявно.

#### 8. Экстремумы функций многих переменных

Необходимое условие локального экстремума. Стационарные точки. Достаточные условия экстремума. Условный экстремум функции. Метод множителей Лагранжа. Глобальные экстремумы функций (безусловные и условные).

### 3 семестр:

#### 1. Числовые ряды:

Понятие числового ряда. Связь с приближенными вычислениями. Частичные суммы числового ряда, сходимости и расходимости рядов. Сумма, отрезок и остаток ряда. Эквивалентность сходимости числовых рядов и числовых последовательностей. Основные свойства числовых рядов. Необходимый признак сходимости. Расходимость гармонического ряда. Критерий Коши сходимости числовых рядов.

Знакопостоянные ряды. Критерий сходимости знакопостоянных рядов. Признаки сравнения для сходимости знакопостоянного ряда. Достаточные признаки сходимости знакопостоянных рядов Даламбера, Коши, Раабе. Интегральный признак сходимости. Обобщенные гармонические ряды.). Абсолютная и условная сходимости произвольных числовых рядов. Признаки абсолютной сходимости рядов. Теорема о перестановке членов абсолютно сходящегося ряда. Теорема Коши о произведении абсолютно сходящихся рядов. Знакопеременные ряды. Признак Лейбница сходимости знакопеременных рядов. Оценки суммы и остатка знакопеременного ряда, их использование для оценки погрешности вычислений. Признаки Абеля и Дирихле сходимости произвольных рядов. Теорема Римана о зависимости суммы условно (неабсолютно) сходящегося ряда от порядка следования членов.

## 2. Функциональные последовательности и ряды:

Понятия функциональной последовательности и функционального ряда, их сходимость в точке и области. Эквивалентность сходимости функциональных последовательностей и рядов. Равномерная сходимость функциональных рядов. Критерий Коши равномерной сходимости. Достаточные признаки Вейерштрасса, Абеля, Дирихле равномерной сходимости функциональных рядов. Функциональные свойства рядов, связанные с равномерной сходимостью. Теорема о почленном переходе к пределу. Непрерывность суммы равномерно сходящегося ряда. Теорема Дини. Теоремы о почленном интегрировании и дифференцировании.

## 3. Степенные ряды

Понятие степенного ряда. Лемма Абеля об абсолютной сходимости. Область и радиус сходимости. Вычисление радиуса сходимости: формулы Даламбера, Коши и Коши - Адамара. Свойства степенного ряда: равномерная сходимость на внутреннем отрезке; непрерывность суммы, почленное интегрирование и дифференцирование на интервале сходимости. Ряды Тейлора. Аналитические функции. Достаточное условие аналитичности. Разложение основных элементарных функций в ряд Тейлора. Понятие ряда с комплексными членами. Формулы Эйлера.

## 4. Определенные интегралы, зависящие от параметра

Равномерная сходимость функций по параметру. Критерий Коши равномерной сходимости. Определенный интеграл как функция параметров. Предельный переход под знаком интеграла. Непрерывность, дифференцирование, интегрирование по параметру. Равенство повторных интегралов. Непрерывность и дифференцирование по параметру в случае, когда пределы интегрирования также зависят от параметра.

Примеры приложения к вычислению определенных интегралов.

## 5. Ряды Фурье:

Периодические функции. Понятие гармоник, амплитуды, фазы. Тригонометрическая система функций и тригонометрический ряд. Ортогональность тригонометрической системы. Вычисление коэффициентов равномерно сходящегося тригонометрического ряда через его сумму. Определение тригонометрического ряда Фурье. Периодическое продолжение произвольной функции. Стремление коэффициентов Фурье к нулю. Представление частичной суммы ряда Фурье для абсолютно-интегрируемой функции интегралом Дирихле. Принцип локализации. Поточечная сходимость рядов Фурье. Регулярные точки функции.

Суммы Фейера. Теоремы Вейерштрасса о равномерном приближении непрерывных функций на отрезке тригонометрическими и алгебраическими многочленами. Полнота и замкнутость тригонометрической системы. Экстремальное свойство коэффициентов Фурье. Неравенство Бесселя. Условие полноты Парсеваля. Достаточные условия равномерной сходимости рядов Фурье. Оценки скорости сходимости рядов Фурье. Почленное дифференцирование и интегрирование рядов Фурье. Ряды Фурье на произвольном интервале. Комплексная запись рядов Фурье. Интеграл Фурье и преобразование Фурье.

## 4 семестр:

### 1. Несобственные интегралы:

Задачи, приводящие к понятию несобственных интегралов. Интеграл с бесконечными пределами. Сходимость и расходимость интегралов. Критерий Коши. Замена переменной и интегрирование по

частям. Сходимость интегралов от неотрицательных функций. Абсолютная сходимость. Признаки абсолютной сходимости. Условная сходимость. Признак Абеля-Дирихле. Интегралы от неограниченных функций.

Абсолютная и условная сходимость. Признаки сходимости. Эквивалентность несобственных интегралов обоих типов. Главные задачи Коши несобственных интегралов.

## 2. Несобственные интегралы, зависящие от параметра

Интегралы с бесконечными пределами, зависящие от параметра. Равномерная сходимость. Критерий Коши равномерной сходимости. Достаточный признак Вейерштрасса абсолютной и равномерной сходимости.

Предельный переход, непрерывность, дифференцирование и интегрирование по параметру. Равенство повторных интегралов. Интегралы от неограниченных функций, зависящие от параметра. Эйлера интегралы.

## 3. Кратные интегралы

Задачи, приводящие к понятию кратного интеграла. Определение и свойства двойного интеграла.

Приведение двойного интеграла к повторному. Замена переменных. Геометрический смысл якобиана преобразования. Полярная замена координат. Тройные и многократные интегралы. Приведение к повторным. Замена переменных. Цилиндрическая и сферическая системы координат в пространстве.

Геометрические приложения двойных интегралов: объем бруса, площадь поверхности в случае явного и параметрического задания. Приложения кратных интегралов к задачам механики: масса, статические моменты,

центр масс, моменты инерции.

## 4. Криволинейные интегралы

Задачи, приводящие к понятию криволинейного интеграла. Криволинейный интеграл первого ряда, его вычисление. Криволинейный интеграл второго ряда. Соотношение криволинейных интегралов.

Вычисление криволинейного интеграла второго ряда Ориентация контура. Плоская односвязная область. Интеграл по замкнутому контуру. Формула Грина. Вычисление площадей с помощью формулы Грина.

Условия независимости интеграла от пути интегрирования. Восстановление функции двух переменных по ее полному дифференциалу.

## 5. Поверхностные интегралы

Поверхностный интеграл первого рода. Вычисление с помощью двойного интеграла. Двусторонние поверхности. Поверхностный интеграл второго рода. Вычисление с помощью двойного интеграла. Связь поверхностных интегралов. Поверхностно односвязная область. Формула Стокса. Условия независимости криволинейного интеграла по пространственной кривой от пути интегрирования.

Восстановление функции трех переменных по ее полному дифференциалу. Пространственно односвязная область. Формула Остроградского и ее геометрические приложения.

## 6. Теория поля (Векторный анализ)

Физические задачи, приводящие к понятиям скалярного и векторного полей. Оператор Гамильтона.

Градиент. Поле градиентов. Дивергенция (расходимость) векторного поля. Ротор. Поле роторов.

Циркуляция векторного поля. Поток векторного поля. Формулы Грина, Стокса и Остроградского-Гаусса в векторной форме. Соленоидальные векторные поля. Условия соленоидальности поля, физический смысл дивергенции.

Потенциальные векторные поля. Критерий потенциальности векторного поля.

## 4. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся

Самостоятельная работа обучающихся включает в себя подготовку к контрольным вопросам и заданиям для текущего контроля и промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины приведенным в п. 5.

Для обеспечения самостоятельной работы обучающихся используются:  
 - электронный курс "Математический анализ (ПрИнф)" (<https://e-learning.unn.ru/enrol/index.php?id=6864>).

## 5. Фонд оценочных средств для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)

### 5.1 Типовые задания, необходимые для оценки результатов обучения при проведении текущего контроля успеваемости с указанием критериев их оценивания:

#### 5.1.1 Типовые задания (оценочное средство - Контрольная работа) для оценки сформированности компетенции ОПК-1:

Вариант контрольной работы:

##### Вариант 1

- Найти пределы
- $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n+1)^5 - (n-1)^5 - 10n^4}{n^5 - n + 4}$
  - $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{\frac{2n^3+1}{3n^2-2}}$
  - $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n^6+8]{\sqrt{n^3+2} - \sqrt{n^3+1}}$
  - Доказать по определению, что  $x_n = \frac{3n^2+n-1}{2^n}$  бесконечно малая последовательность.
  - Найти  $\inf x_n$ ,  $\sup x_n$ , верхний и нижний пределы последовательности  $x_n = \frac{n+2}{2n-1} \cos \frac{\pi n}{2}$
  - Пользуясь теоремой о монотонной и ограниченной последовательности или критерием Коши исследовать на сходимость последовательность  $x_n = \frac{1}{\sqrt[3]{2}} + \frac{1}{\sqrt[3]{3}} + \dots + \frac{1}{\sqrt[3]{n}}$
  - Доказать по определению, что  $x_n = \frac{n!}{4^n}$  бесконечно большая последовательность.

##### Вариант 2

- Найти пределы
- $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(2n+1)^2 + (3n+2)^3}{(3n-1)^2 + (n+1)^3}$
  - $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{(n+1)^2 - \sqrt{n(n-1)(n-3)}}}{\sqrt{n}}$
  - $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{2n-1}{5n+1}\right)^{n^2}$
  - Доказать по определению, что  $x_n = \frac{(n^2+3) \cos \frac{1}{3^n}}$  бесконечно малая последовательность.
  - Найти  $\inf x_n$ ,  $\sup x_n$ , верхний и нижний пределы последовательности  $x_n = \frac{n+1}{2n+1} \cos \frac{\pi n}{3}$
  - Пользуясь теоремой о монотонной и ограниченной последовательности или критерием Коши исследовать на сходимость последовательность  $x_n = \frac{2}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \dots + \frac{2n+3}{(n+1)^2}$
  - Доказать по определению, что  $x_n = 1 - (-1)^n \sqrt[n]{n}$  бесконечно большая последовательность.

Полный перечень приведен в ФОС дисциплины.

#### Критерии оценивания (оценочное средство - Контрольная работа)

Оценка	Критерии оценивания
зачтено	Все задания контрольной выволены верно или с негрубыми ошибками.
не зачтено	Контрольная не выполнена или выполнена с грубыми ошибками.

#### 5.1.2 Типовые задания (оценочное средство - Собеседование) для оценки сформированности компетенции ОПК-1:

Примеры вопросов:

4. Перечислите свойства пределов, связанные с неравенствами.	ОПК-1
5. Сформулируйте определение ограниченной (неограниченной) последовательности.	ОПК-1
6. Всякая ли сходящаяся последовательность ограничена? Всякая ли ограниченная последовательность сходится?	ОПК-1
7. Сформулируйте свойства бесконечно малых последовательностей. Сформулируйте определение монотонной последовательности. Сформулируйте определение возрастающей (убывающей) последовательности. Если последовательность монотонная, она будет иметь предел?	ОПК-1
8. Как определяется число $\epsilon$ ?	ОПК-1
9. Сформулируйте определение фундаментальной последовательности. Сформулируйте критерий Коши существования предела последовательности.	ОПК-1
10. Дайте определение частичного предела. Сформулируйте критерий частичного предела. Что такое верхний (нижний) предел последовательности? Какая связь между сходимостью последовательности и ее частичными пределами?	ОПК-1
11. Сформулируйте определение по Гейне предела функции.	ОПК-1
12. Сформулируйте определение по Коши $\lim_{T \rightarrow a} f(x) = b$ , где $a, b \in \mathbb{R}$ . Приведите соответствующий пример (с геометрической иллюстрацией).	ОПК-1
13. Сформулируйте определение по Коши $\lim_{T \rightarrow a} f(x) = +\infty$ , где $a \in \mathbb{R}$ . Приведите соответствующий пример (с геометрической иллюстрацией).	ОПК-1
14. Сформулируйте определение по Коши $\lim_{T \rightarrow \infty} f(x) = 0$ . Приведите соответствующий пример (с геометрической иллюстрацией).	ОПК-1

Полный перечень приведен в ФОС дисциплины.

### Критерии оценивания (оценочное средство - Собеседование)

Оценка	Критерии оценивания
зачтено	Ответы на вопросы верны или недопущены незначительные ошибки.
не зачтено	Ответа нет; ответ не верен и/или содержит грубую ошибку.

## 5.2. Описание шкал оценивания результатов обучения по дисциплине при промежуточной аттестации

### Шкала оценивания сформированности компетенций

Уровень сформированности компетенций (индикатора достижения компетенций)	плохо	неудовлетворительно	удовлетворительно	хорошо	очень хорошо	отлично	превосходно
		не зачтено		зачтено			
<u>Знания</u>	Отсутствие знаний теоретического материала. Невозможность оценить полноту знаний вследствие отказа обучающегося от ответа	Уровень знаний ниже минимальных требований. Имели место грубые ошибки	Минимально допустимый уровень знаний. Допущено много негрубых ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько негрубых ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько несущественных ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Ошибок нет.	Уровень знаний в объеме, превышающем программу подготовки.

<u>Умения</u>	Отсутствие минимальных умений. Невозможность оценить наличие умений вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы основные умения. Имели место грубые ошибки	Продемонстрированы основные умения. Решены типовые задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, но не в полном объеме	Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания в полном объеме, но некоторые с недочетами	Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания в полном объеме, но некоторые с недочетами	Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с отдельными и несущественными недочетами, выполнены все задания в полном объеме	Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме без недочетов
<u>Навыки</u>	Отсутствие базовых навыков. Невозможность оценить наличие навыков вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы базовые навыки. Имели место грубые ошибки	Имеется минимальный набор навыков для решения стандартных задач с некоторыми и недочетами	Продемонстрированы базовые навыки при решении стандартных задач с некоторыми и недочетами	Продемонстрированы базовые навыки при решении стандартных задач без ошибок и недочетов	Продемонстрированы навыки при решении нестандартных задач без ошибок и недочетов	Продемонстрирован творческий подход к решению нестандартных задач

### Шкала оценивания при промежуточной аттестации

Оценка		Уровень подготовки
зачтено	<b>превосходно</b>	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «превосходно», продемонстрированы знания, умения, владения по соответствующим компетенциям на уровне выше предусмотренного программой
	<b>отлично</b>	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «отлично».
	<b>очень хорошо</b>	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «очень хорошо»
	<b>хорошо</b>	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «хорошо».
	<b>удовлетворительно</b>	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «удовлетворительно», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «удовлетворительно»
не зачтено	<b>неудовлетворительно</b>	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «неудовлетворительно».
	<b>плохо</b>	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «плохо»

### 5.3 Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения на промежуточной аттестации с указанием критериев их оценивания:

#### 5.3.1 Типовые задания (оценочное средство - Контрольные вопросы) для оценки сформированности компетенции ОПК-1

Примеры вопросов:

15. Сформулируйте определение бесконечно малой функции.	ОПК-1
16. Сформулируйте определение бесконечно большой функции.	ОПК-1
17. Сформулируйте определение бесконечно малых функций одного порядка.	ОПК-1
18. Сформулируйте определение эквивалентных бесконечно малых функций.	ОПК-1
19. Сформулируйте определение порядка малости одной функции относительно другой.	ОПК-1
20. Сформулируйте определение приращения функции.	ОПК-1
21. Сформулируйте определение непрерывности функции в точке (любое). Сформулируйте определение непрерывности функции на множестве. Сформулируйте определение точки разрыва. Сформулируйте определение точки устранимого разрыва. Сформулируйте определение точки разрыва I-го рода. Сформулируйте определение точки разрыва II-го рода.	ОПК-1
22. Сформулируйте основные свойства непрерывных функций на отрезке (теоремы Вейерштрасса, теоремы Больцано-Коши).	ОПК-1

Полный перечень приведен в ФОС дисциплины.

#### Критерии оценивания (оценочное средство - Контрольные вопросы)

Оценка	Критерии оценивания
превосходно	Уровень знаний в объеме, превышающем программу подготовки
отлично	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки, без ошибок
очень хорошо	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько несущественных ошибок
хорошо	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько негрубых ошибок
удовлетворительно	Минимально допустимый уровень знаний. Допущено много негрубых ошибок.
неудовлетворительно	Уровень знаний ниже минимальных требований. Имели место грубые ошибки.
плохо	Отсутствие знаний теоретического материала. Невозможность оценить полноту знаний вследствие отказа обучающегося от ответа

#### 5.3.2 Типовые задания (оценочное средство - Задачи) для оценки сформированности компетенции ОПК-1

Примеры задач:

- Доказать по определению, что  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n+1}{1-2n} = -\frac{1}{2}$ .
- Найти пределы последовательностей  $a_n$ , обосновывая свои действия:

$$(a) a_n = \frac{(n+1)^5 + (n-1)^5 - (2n+3)^5}{n^2 + (4-n)^5};$$

$$(b) a_n = \frac{n \sqrt[3]{6n} - \sqrt[4]{81n^6 - 1}}{(n+4\sqrt{n})\sqrt{n^2-5}};$$

$$(c) a_n = \sqrt{n^6 + 8}(\sqrt{n^3 + 2} - \sqrt{n^3 + 1});$$

$$(d) a_n = \sqrt[n]{\frac{2^n + 3^n}{4^n - 2^n}}.$$

Полный перечень приведен в ФОС дисциплины.

### Критерии оценивания (оценочное средство - Задачи)

Оценка	Критерии оценивания
превосходно	Продемонстрированы все основные умения, Решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме без недочетов
отлично	Продемонстрированы все основные умения, решены все основные задачи с отдельными несущественным недочетами, выполнены все задания в полном объеме.
очень хорошо	Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи . Выполнены все задания, в полном объеме, но некоторые с недочетами.
хорошо	Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, в полном объеме, но некоторые с недочетами.
удовлетворительно	Продемонстрированы основные умения. Решены типовые задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания но не в полном объеме.
неудовлетворительно	При решении стандартных задач не продемонстрированы основные умения. Имели место грубые ошибки.
плохо	Отсутствие минимальных умений . Невозможно оценить наличие умений вследствие отказа обучающегося от ответа

### 6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля)

Основная литература:

- Ильин В. А. Основы математического анализа : Учеб. для вузов. Ч. II. Основы математического анализа: В 2-х ч. Часть II / Ильин В. А., Позняк Э. Г. - 5-е изд., стереот. - Москва : ФИЗМАТЛИТ, 2022. - 464 с. - Рекомендовано Министерством образования Российской Федерации в качестве учебника для студентов физических специальностей и специальности "Прикладная математика". -

Книга из коллекции ФИЗМАТЛИТ - Математика. - ISBN 978-5-9221-0537-8.,  
<https://e-lib.unn.ru/MegaPro/UserEntry?Action=FindDocs&ids=802930&idb=0>.

2. Кудрявцев Лев Дмитриевич. Краткий курс математического анализа. Т. 1. Дифференциальное и интегральное исчисления функций одной переменной. Ряды : Учебник. - 4-е изд. - Москва : Издательская фирма "Физико-математическая литература" (ФИЗМАТЛИТ), 2015. - 444 с. - Профессиональное образование. - ISBN 978-5-9221-1585-8., <https://e-lib.unn.ru/MegaPro/UserEntry?Action=FindDocs&ids=620670&idb=0>.

3. Кудрявцев Лев Дмитриевич. Краткий курс математического анализа. Т. 2. Дифференциальное и интегральное исчисления функций многих переменных. Гармонический анализ : Учебное пособие. - 3-е изд. - Москва : Издательская фирма "Физико-математическая литература" (ФИЗМАТЛИТ), 2003. - 424 с. - ВО - Бакалавриат. - ISBN 5-9221-0185-4., <https://e-lib.unn.ru/MegaPro/UserEntry?Action=FindDocs&ids=621730&idb=0>.

4. Демидович Б. П. Численные методы анализа. Приближение функций, дифференциальные и интегральные уравнения / Демидович Б. П., Марон И. А., Шувалова Э. З. - 5-е изд., стер. - Санкт-Петербург : Лань, 2022. - 400 с. - Рекомендовано Научно-методическим советом по математике Министерства образования и науки РФ в качестве учебного пособия для студентов вузов, обучающихся по направлениям 510000 «Естественные науки и математика», 550000 «Технические науки», 540000 «Педагогические науки». - Книга из коллекции Лань - Математика. - ISBN 978-5-8114-0799-6., <https://e-lib.unn.ru/MegaPro/UserEntry?Action=FindDocs&ids=799673&idb=0>.

Дополнительная литература:

1. Фихтенгольц Г. М. Курс дифференциального и интегрального исчисления. В 3-х тт. Том 1 : учебник для вузов / Фихтенгольц Г. М. - 17-е изд., стер. - Санкт-Петербург : Лань, 2023. - 608 с. - Книга из коллекции Лань - Математика. - ISBN 978-5-507-45809-7., <https://e-lib.unn.ru/MegaPro/UserEntry?Action=FindDocs&ids=859125&idb=0>.

2. Фихтенгольц Г. М. Курс дифференциального и интегрального исчисления. В 3-х тт. Том 2 : учебник для вузов / Фихтенгольц Г. М. - 17-е изд., стер. - Санкт-Петербург : Лань, 2023. - 800 с. - Книга из коллекции Лань - Математика. - ISBN 978-5-507-47277-2., <https://e-lib.unn.ru/MegaPro/UserEntry?Action=FindDocs&ids=883765&idb=0>.

3. Фихтенгольц Г. М. Курс дифференциального и интегрального исчисления В 3-х тт. Том 3 : учебник для вузов / Фихтенгольц Г. М. - 14-е изд., стер. - Санкт-Петербург : Лань, 2023. - 656 с. - Библиогр.: доступна в карточке книги, на сайте ЭБС Лань. - Книга из коллекции Лань - Математика. - ISBN 978-5-507-47239-0., <https://e-lib.unn.ru/MegaPro/UserEntry?Action=FindDocs&ids=876886&idb=0>.

4. Никольский С. М. Курс математического анализа / Никольский С. М. - 6-е изд., стер. - Москва : ФИЗМАТЛИТ, 2001. - 592 с. - Рекомендовано Министерством образования Российской Федерации в качестве учебного пособия для студентов высших учебных заведений. - Библиогр.: доступна в карточке книги, на сайте ЭБС Лань. - Книга из коллекции ФИЗМАТЛИТ - Математика. - ISBN 978-5-9221-0160-8., <https://e-lib.unn.ru/MegaPro/UserEntry?Action=FindDocs&ids=665764&idb=0>.

Программное обеспечение и Интернет-ресурсы (в соответствии с содержанием дисциплины):

<https://e-learning.unn.ru/enrol/index.php?id=6864>

<https://e-lib.unn.ru/MegaPro/Web/SearchResult/ToPage/1>

## **7. Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля)**

Учебные аудитории для проведения учебных занятий, предусмотренных образовательной программой, оснащены мультимедийным оборудованием (проектор, экран), техническими средствами обучения.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечены доступом в электронную информационно-образовательную среду.

Программа составлена в соответствии с требованиями ОС ННГУ по направлению подготовки/специальности 09.03.03 - Прикладная информатика.

Автор(ы): Федоткин Андрей Михайлович, кандидат физико-математических наук, доцент.

Заведующий кафедрой: Калинин Алексей Вячеславович, доктор физико-математических наук.

Программа одобрена на заседании методической комиссии от 13.12.2023, протокол № 3.