

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

**федеральное государственное автономное
образовательное учреждение высшего образования
«Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет
им. Н.И. Лобачевского»**

Институт информационных технологий, математики и механики

УТВЕРЖДЕНО

решением Ученого совета ННГУ

протокол № 10 от 02.12.2024 г.

Рабочая программа дисциплины

Теория вычислений

Уровень высшего образования

Магистратура

Направление подготовки / специальность

01.04.01 - Математика

Направленность образовательной программы

Фундаментальная математика и приложения

Форма обучения

очная

г. Нижний Новгород

2025 год начала подготовки

1. Место дисциплины в структуре ОПОП

Дисциплина Б1.О.05 Теория вычислений относится к обязательной части образовательной программы.

2. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями и индикаторами достижения компетенций)

Формируемые компетенции (код, содержание компетенции)	Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), в соответствии с индикатором достижения компетенции		Наименование оценочного средства	
	Индикатор достижения компетенции (код, содержание индикатора)	Результаты обучения по дисциплине	Для текущего контроля успеваемости	Для промежуточной аттестации
ОПК-1: Способен формулировать и решать актуальные и значимые проблемы математики	ОПК-1.1: Знает основы фундаментальных дисциплин в области математических и (или) естественных наук ОПК-1.2: Умеет выбирать методы решения задач профессиональной деятельности на основе теоретических знаний ОПК-1.3: Владеет навыками применения фундаментальных знаний в профессиональной деятельности	ОПК-1.1: Знание основных моделей вычислительных устройств. Знание примеров разрешимых и неразрешимых задач. Знание примеров задач, вычислимых и невычислимых на практике. ОПК-1.2: Умение доказывать основные теоремы теории вычислений. Умение оценивать сложность алгоритма. Умение доказывать то, что язык является или не является регулярным, контекстно-свободным, разрешимым. Уметь доказывать NP-полноту задачи. ОПК-1.3: Владение навыками работы с конечными автоматами, регулярными выражениями, контекстно-свободными грамматиками и машинами Тьюринга.	Доклад-презентация Задачи	Зачёт: Задачи

3. Структура и содержание дисциплины

3.1 Трудоемкость дисциплины

	очная
--	-------

Общая трудоемкость, з.е.	3
Часов по учебному плану	108
в том числе	
аудиторные занятия (контактная работа):	
- занятия лекционного типа	16
- занятия семинарского типа (практические занятия / лабораторные работы)	16
- КСР	1
самостоятельная работа	75
Промежуточная аттестация	0 Зачёт

3.2. Содержание дисциплины

(структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и виды учебных занятий)

Наименование разделов и тем дисциплины	Всего (часы)	в том числе			
		Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы из них			Самостоятельная работа обучающегося, часы
		Занятия лекционного типа	Занятия семинарского типа (практические занятия/ лабора- торные работы), часы	Всего	
	о ф о	о ф о	о ф о	о ф о	о ф о
1. Конечные автоматы	23	4	4	8	15
2. Контекстно-свободные грамматики и автоматы с магазинной памятью	28	4	4	8	20
3. Машины Тьюринга и разрешимость	28	4	4	8	20
4. Вычислительная сложность	14	2	2	4	10
5. Дополнительные темы теории вычислений	14	2	2	4	10
Аттестация	0				
КСР	1			1	
Итого	108	16	16	33	75

Содержание разделов и тем дисциплины

1. Конечные автоматы (КА) и регулярные языки. Замкнутость регулярных языков относительно операций объединения, пересечения, дополнения и обращения. Эквивалентность детерминированных и недетерминированных КА. Регулярные выражения, их эквивалентность с КА. Лемма о разрастании для регулярных языков.

2. Контекстно-свободные грамматики (КСГ) и порождаемые ими языки. Деревья вывода. Доказательство по индукции того, что грамматика порождает данный язык. Левые и правые выводы. Неоднозначность в грамматиках, способы ее устранения. Автоматы с магазинной памятью, их эквивалентность КСГ. Лемма о разрастании для КС-языков. Вопросы замкнутости класса КС-языков

относительно объединения, пересечения и дополнения. Регулярные, право- и леволinéйные грамматики, их эквивалентность КА. Иерархия Хомского.

3. Машины Тьюринга (МТ). Недетерминированные и многоленточные МТ, их эквивалентность стандартным МТ. Языки, являющиеся распознаваемыми, перечислимыми и разрешимыми по Тьюрингу. Язык диагонализации, его неперечислимость. Неразрешимость универсального языка. Использование сведения для доказательства неразрешимости. Теорема Успенского-Райса.

4. Классы P и NP. NP-полнота, теорема Кука-Левина. Примеры NP-полных задач. Точные и приближенные алгоритмы для трудных задач.

5. Разрешимость логических теорий. Колмогоровская сложность.

4. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся

Самостоятельная работа обучающихся включает в себя подготовку к контрольным вопросам и заданиям для текущего контроля и промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины приведенным в п. 5.

Хопкрофт Д., Мотвани Р., Ульман Д. Введение в теорию автоматов, языков и вычислений. М.: Вильямс, 2008.

Sipser M. Introduction to the Theory of Computation. Cengage Learning, 2013.

5. Фонд оценочных средств для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)

5.1 Типовые задания, необходимые для оценки результатов обучения при проведении текущего контроля успеваемости с указанием критериев их оценивания:

5.1.1 Типовые задания (оценочное средство - Доклад-презентация) для оценки сформированности компетенции ОПК-1:

Темы докладов:

1. Сводимость по Тьюрингу.
2. Теорема о рекурсии.
3. Разрешимость логических теорий: арифметика Пресбургера, теория плотных линейных порядков без первого и последнего элемента, теория вещественных чисел со сложением и умножением, арифметика Пеано.
4. Сложность конечных объектов. Несжимаемые строки и случайность. Определение информации.
5. Теорема Сэвича. PSPACE-полнота. Булевы формулы с кванторами.

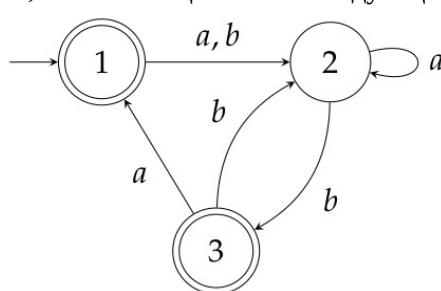
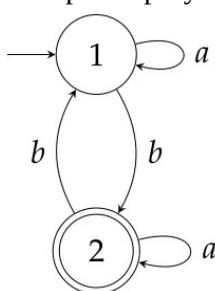
Критерии оценивания (оценочное средство - Доклад-презентация)

Оценка	Критерии оценивания
зачтено	Доклад охватывает весь заданный материал. Доклад была понятна слушателям. По окончании доклада слушатели могут ответить на вопросы по теме презентации.

Оценка	Критерии оценивания
	Использовались лучшие практики по составлению презентации.
не зачтено	Доклад не включает существенную часть материала. Слушателям было сложно понимать доклад. По окончании доклада слушатели не могут ответить на вопросы по теме презентации. Сложно читать слайды, присутствуют ненужные и отвлекающие визуальные эффекты.

5.1.2 Типовые задания (оценочное средство - Задачи) для оценки сформированности компетенции ОПК-1:

1. Постройте конечный автомат, принимающий язык в алфавите $\{a, b\}$, состоящий из слов, содержащих подслово $bbaa$.
2. Постройте регулярные выражения, описывающие языки следующих автоматов.



3. С помощью леммы о разрастании докажите нерегулярность языка $L = \{ww \mid w \in \{0, 1\}^*\}$.
4. Докажите, что грамматика $S \rightarrow aSb \mid bSa \mid SS \mid \epsilon$ порождает язык L , состоящий из слов в алфавите $\{a, b\}$, содержащий одинаковое количество символов a и символов b .
5. Докажите, что в любом бесконечном перечислимом языке есть бесконечное разрешимое подмножество.
6. Пусть язык L состоит из троек (M_1, M_2, k) , образованных парой кодов машин Тьюринга и целым числом, для которых $L(M_1) \cap L(M_2)$ содержит не менее, чем k слов. Покажите, что L является перечислимым, но не разрешимым.

Критерии оценивания (оценочное средство - Задачи)

Оценка	Критерии оценивания
зачтено	Задача решена полностью или решена основная часть задачи, или задача решена с недочетами.
не зачтено	Задача не решена или сделан только первый этап решения задачи.

5.2. Описание шкал оценивания результатов обучения по дисциплине при промежуточной аттестации

Шкала оценивания сформированности компетенций

Уровень сформированности компетенций (индикатора достижения компетенций)	плохо	неудовлетворительно	удовлетворительно	хорошо	очень хорошо	отлично	превосходно
	не зачтено		зачтено				
<u>Знания</u>	Отсутствие знаний теоретического материала. Невозможность оценить полноту знаний вследствие отказа обучающегося от ответа	Уровень знаний ниже минимальных требований. Имели место грубые ошибки	Минимально допустимый уровень знаний. Допущено много негрубых ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько негрубых ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько несущественных ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Ошибок нет.	Уровень знаний в объеме, превышающем программу подготовки.
<u>Умения</u>	Отсутствие минимальных умений. Невозможность оценить наличие умений вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы основные умения. Имели место грубые ошибки	Продemonстрированы основные умения. Решены типовые задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, но не в полном объеме	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания в полном объеме, но некоторые с недочетами	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания в полном объеме, но некоторые с недочетами.	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с отдельными и несущественными недочетами, выполнены все задания в полном объеме	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме без недочетов
<u>Навыки</u>	Отсутствие базовых навыков. Невозможность оценить наличие навыков вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы базовые навыки. Имели место грубые ошибки	Имеется минимальный набор навыков для решения стандартных задач с некоторыми недочетами	Продemonстрированы базовые навыки при решении стандартных задач с некоторыми недочетами	Продemonстрированы базовые навыки при решении стандартных задач без ошибок и недочетов	Продemonстрированы навыки при решении нестандартных задач без ошибок и недочетов	Продemonстрирован творческий подход к решению нестандартных задач

Шкала оценивания при промежуточной аттестации

Оценка		Уровень подготовки
зачтено	превосходно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «превосходно», продемонстрированы знания, умения, владения по соответствующим компетенциям на уровне выше предусмотренного программой

	отлично	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «отлично».
	очень хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «очень хорошо»
	хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «хорошо».
	удовлетворительно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «удовлетворительно», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «удовлетворительно»
не зачтено	неудовлетворительно	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «неудовлетворительно».
	плохо	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «плохо»

5.3 Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения на промежуточной аттестации с указанием критериев их оценивания:

5.3.1 Типовые задания (оценочное средство - Задачи) для оценки сформированности компетенции ОПК-1

1. Если L — язык, определим $\text{Min}(L) = \{w \in L \mid \forall u, v. (uv = w, v \neq \epsilon) \Rightarrow u \notin L\}$. Докажите, что если L — регулярный язык, то $\text{Min}(L)$ также является регулярным.
2. Докажите, что грамматика $S \rightarrow aSb \mid bY \mid Ya, Y \rightarrow bY \mid aY \mid \epsilon$ порождает дополнение к языку $\{a^k b^k \mid k \geq 0\}$.
3. Докажите неразрешимость следующей задачи, построив сведение подходящего неразрешимого языка: «Верно ли, что машина M останавливается на каждом входном слове?».

Критерии оценивания (оценочное средство - Задачи)

Оценка	Критерии оценивания
зачтено	Задача решена полностью или решена основная часть задачи, или задача решена с недочетами.
не зачтено	Задача не решена или сделан только первый этап решения задачи.

6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля)

Основная литература:

1. Крупский В. Н. Теория алгоритмов. Введение в сложность вычислений / Крупский В. Н. - 2-е изд. ; испр. и доп. - Москва : Юрайт, 2022. - 117 с. - (Высшее образование). - URL: <https://urait.ru/bcode/492937> (дата обращения: 05.01.2022). - ISBN 978-5-534-04817-9 : 369.00. - Текст : электронный // ЭБС "Юрайт"., <https://e-lib.unn.ru/MegaPro/UserEntry?>

Action=FindDocs&ids=786964&idb=0.

2. Жильцова Л. П. Основы теории автоматов и формальных языков в примерах и задачах : учебно-методическое пособие / Жильцова Л. П., Смирнова Т. Г. - Нижний Новгород : ННГУ им. Н. И. Лобачевского, 2017. - 64 с. - Рекомендовано методической комиссией института информационных технологий, математики и механики для студентов ННГУ, обучающихся по направлениям подготовки 020302 «Фундаментальная информатика и информационные технологии», 090303 «Прикладная информатика (в информационной сфере)», 090304 «Программная инженерия». - Библиогр.: доступна в карточке книги, на сайте ЭБС Лань. - Книга из коллекции ННГУ им. Н. И. Лобачевского - Информатика., <https://e-lib.unn.ru/MegaPro/UserEntry?Action=FindDocs&ids=729726&idb=0>.

3. Жильцова Л. П. Основы теории контекстно-свободных языков в примерах и задачах : учебно-методическое пособие / Жильцова Л. П., Смирнова Т. Г. - Нижний Новгород : ННГУ им. Н. И. Лобачевского, 2017. - 60 с. - Рекомендовано методической комиссией института информационных технологий, математики и механики для студентов ННГУ, обучающихся по направлениям подготовки 020302 «Фундаментальная информатика и информационные технологии», 090303 «Прикладная информатика (в информационной сфере)», 090304 «Программная инженерия». - Библиогр.: доступна в карточке книги, на сайте ЭБС Лань. - Книга из коллекции ННГУ им. Н. И. Лобачевского - Информатика., <https://e-lib.unn.ru/MegaPro/UserEntry?Action=FindDocs&ids=729727&idb=0>.

4. Афраимович Л. Г. Тестовые задачи для самостоятельной подготовки по курсу «Теория автоматов и формальные грамматики» : учебно-методическое пособие / Афраимович Л. Г. - Нижний Новгород : ННГУ им. Н. И. Лобачевского, 2011. - 32 с. - Рекомендовано методической комиссией факультета ВМК для студентов ННГУ, обучающихся по направлению подготовки 230700 «Прикладная информатика». - Библиогр.: доступна в карточке книги, на сайте ЭБС Лань. - Книга из коллекции ННГУ им. Н. И. Лобачевского - Инженерно-технические науки., <https://e-lib.unn.ru/MegaPro/UserEntry?Action=FindDocs&ids=730317&idb=0>.

Дополнительная литература:

1. Коган Дмитрий Израилевич. Основы теории конечных автоматов и регулярных языков : учеб. пособие / Нижегородский государственный университет им. Н. И. Лобачевского. - Н. Новгород : Изд-во Нижегород. ун-та, 2002. - 97 с. - ISBN 5-85746-638-5 : 12.00., 2 экз.

2. Кудрявцев В. Б. Теория автоматов : учебник / В. Б. Кудрявцев, С. В. Алешин, А. С. Подколзин. - 2-е изд. ; испр. и доп. - Москва : Юрайт, 2023. - 320 с. - (Высшее образование). - ISBN 978-5-534-00117-4. - Текст : электронный // ЭБС "Юрайт"., <https://e-lib.unn.ru/MegaPro/UserEntry?Action=FindDocs&ids=843888&idb=0>.

Программное обеспечение и Интернет-ресурсы (в соответствии с содержанием дисциплины):

Решения задач, слайды к лекциям и другие материалы, сопровождающие книгу: Хопкрофт Д., Мотвани Р., Ульман Д. Введение в теорию автоматов, языков и вычислений. М.: Вильямс, 2008. <http://infolab.stanford.edu/~ullman/ialc/spr10/spr10.html>

7. Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля)

Учебные аудитории для проведения учебных занятий, предусмотренных образовательной программой, оснащены мультимедийным оборудованием (проектор, экран), техническими

средствами обучения.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечены доступом в электронную информационно-образовательную среду.

Программа составлена в соответствии с требованиями ОС ННГУ по направлению подготовки/специальности 01.04.01 - Математика.

Автор(ы): Макаров Евгений Маратович.

Заведующий кафедрой: Золотых Николай Юрьевич, доктор физико-математических наук.

Программа одобрена на заседании методической комиссии от 02.12.2024, протокол № 5.