

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

**Федеральное государственное автономное  
образовательное учреждение высшего образования  
«Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет  
им. Н.И. Лобачевского»**

Институт экономики и предпринимательства  
(факультет / институт / филиал)

УТВЕРЖДЕНО  
решением ученого совета ННГУ  
протокол от  
«\_\_\_» \_\_\_\_\_ 2022 г. № \_\_\_

### **Рабочая программа дисциплины**

#### **ИНФОРМАЦИОННЫЕ СИСТЕМЫ В АНАЛИЗЕ ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМ**

*(наименование дисциплины (модуля))*

Уровень высшего образования  
бакалавриат

(бакалавриат / магистратура / специалитет)

Направление подготовки / специальность  
38.03.05 Бизнес-информатика

*(указывается код и наименование направления подготовки / специальности)*

Направленность образовательной программы  
Аналитические методы и информационные технологии поддержки принятия  
решений в экономике и бизнесе

*(указывается профиль / магистерская программа / специализация)*

Форма обучения

Очная

*(очная / очно-заочная / заочная)*

Нижегород

2022 год

## 1. Место дисциплины в структуре ООП

Дисциплина *Б1.В.12 Информационные системы в анализе динамических систем* относится к части ООП направления подготовки 38.03.05 Бизнес-информатика, формируемой участниками образовательных отношений.

№ варианта	Место дисциплины в учебном плане образовательной программы	Стандартный текст для автоматического заполнения в конструкторе РПД
1	Блок 1. Дисциплины (модули) Часть, формируемая участниками образовательных отношений	Дисциплина <i>Б1.В.12 Информационные системы в анализе динамических систем</i> относится к части, формируемой участниками образовательных отношений ООП направления подготовки 38.03.05 «Бизнес-информатика»

## 2. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями и индикаторами достижения компетенций)

Формируемые компетенции (код, содержание компетенции)	Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), в соответствии с индикатором достижения компетенции		Наименование оценочного средства
	Индикатор достижения компетенции (код, содержание индикатора)	Результаты обучения по дисциплине	
<i>ПК-3.</i> Способен осуществлять разработку и исследование математических и компьютерных моделей поддержки принятия решений в экономике и бизнесе	<i>ПК-3.1.</i> Осуществляет разработку и исследование экономико-математических моделей.	<i>Знать</i> методы разработки и этапы исследования экономико-математических моделей <i>Уметь</i> разрабатывать и исследовать экономико-математические модели <i>Владеть</i> базовыми навыками по построению и анализу экономико-математических моделей	<i>Задания, тесты, собеседования, проект</i>
	<i>ПК-3.2.</i> Разрабатывает и применяет компьютерные модели в экономических исследованиях	<i>Знать</i> методы построения компьютерных моделей для экономических исследований <i>Уметь</i> разрабатывать и применять компьютерные модели в экономических исследованиях <i>Владеть</i> навыками работы в системах компьютерной математики для построения экономических моделей	<i>Задания, тесты, собеседования, проект</i>

## 3. Структура и содержание дисциплины

### 3.1 Трудоемкость дисциплины

	очная форма обучения	очно-заочная форма обучения	заочная форма обучения

<b>Общая трудоемкость</b>	<b>4 ЗЕТ</b>		
<b>Часов по учебному плану</b>	<b>144</b>		
<b>в том числе</b>			
<b>аудиторные занятия (контактная работа):</b>	<b>66</b>		
- занятия лекционного типа	32		
- занятия семинарского типа	32		
( практические занятия / лабораторные работы)			
<b>самостоятельная работа</b>	<b>42</b>		
<b>КСР</b>	<b>2</b>		
<b>Промежуточная аттестация – экзамен/зачет</b>	<b>экзамен (36)</b>		

### 3.2. Содержание дисциплины

Наименование и краткое содержание разделов и тем дисциплины	Всего (часы)			в том числе:										Самостоятельная работа обучающегося, часы				
				Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы														
				из них														
	Очная	Очно-заочная	Заочная	Занятия лекционного типа			Занятия семинарского типа			Занятия лабораторного типа			Всего					
Тема 1. Поток на прямой Геометрический подход. Неподвижные точки и устойчивость. Линейный анализ устойчивости. Невозможность колебаний.	12			4			4						8			4		
Тема 2. Бифуркации одномерных потоков Бифуркация седло-узел. Транскритическая бифуркация. Бифуркация раздвоения (типа	16			6			6						12			4		

вилки). Несовершенные бифуркации и катастрофы.																
<b>Тема 3.</b> <b>Состояния равновесия двумерных потоков и бифуркации</b> Классификация грубых состояний равновесия. Бифуркация седло-узел. Транскритическая бифуркация. Бифуркация раздвоения (типа вилки).	16			6			6					12			4	
<b>Тема 4.</b> <b>Исследование периодических траекторий</b> Предельные циклы. Метод функций Ляпунова. Отображение Пуанкаре. Устойчивость предельных циклов.	14			6			4					10			4	
<b>Тема 5.</b> <b>Бифуркация Андропова- Хопфа</b> Нормальная форма бифуркации Андропова-Хопфа сложного фокуса. Основная теорема о бифуркации Андропова-Хопфа в случае двумерных потоков. Бифуркация Андропова-Хопфа для периодических траекторий потоков. Примеры систем бифуркации Андропова-Хопфа в моделях экономической динамики.	12			6			2					8			4	
<b>Тема 6.</b> <b>Исследование</b>	14			4			6					10			4	

динамических систем с помощью пакета WInSet Поиск состояний равновесия. Поиск периодических траекторий. Поиск объектов со сложной динамикой.																
<b>Тема 7. Применение проектно-ориентированных методов обучения в изучении курса.</b> Работа творческих коллективов над проектными работами. Защита проектных работ творческими коллективами	22					4					4			18		
<b>Итого</b>	106			32		32					64			42		

Семинарские занятия организуются, в том числе в форме практической подготовки, которая предусматривает участие обучающихся в выполнении отдельных элементов работ, связанных с будущей профессиональной деятельностью. Практическая подготовка предусматривает: выполнение проекта (учебно-исследовательской работы). На проведение семинарских занятий в форме практической подготовки отводится 4 часа

Практическая подготовка направлена на формирование и развитие:

- **практических навыков** в соответствии с профилем ОП (области профессиональной деятельности - 01 Образование и наука, 06 Связь и информационно-коммуникационные технологии, 07 Административно-управленческая и офисная деятельность, 08 Финансы и экономика):

*аналитический:*

- анализ запросов на изменение архитектуры и ИТ-инфраструктуры предприятия;
- анализ сферы деятельности, элементов архитектуры и ИТ-инфраструктуры предприятия;
- поиск инноваций в сфере ИКТ для решения задач в области профессиональной деятельности;
- анализ инноваций в экономике, управлении и информационно-коммуникативных технологиях;

*научно-исследовательский:*

- разработка и исследование экономико-математических моделей;
- разработка и применение компьютерных моделей в экономических исследованиях;
- подготовка научно-технических отчетов, презентаций, научных публикаций по результатам выполненных исследований;
- представление научного исследования в форме доклада;

*технологический:*

- применение современных языков программирования для разработки ИТ-сервисов предприятия;
- применение современных подходов и стандартов по управлению ИТ-сервисами;

- применение современных методологий и средств проектирования и построения архитектур электронного предприятия;
- моделирование и описание бизнес-процессов электронного предприятия в контексте его архитектуры;

*инновационно-предпринимательский:*

- выявление потребности в инновациях ИТ и исследование новых рынков;
  - применение компьютерных программ и технологий при разработке бизнес-планов;
  - поиск и анализ современных практик продвижения товаров и услуг;
  - применение современных методов продвижения инновационных программно-информационных продуктов и услуг.
- **компетенций** - ПК-3 (Способен осуществлять разработку и исследование математических и компьютерных моделей поддержки принятия решений в экономике и бизнесе)
- Текущий контроль успеваемости реализуется в рамках занятий семинарского типа.

#### **4. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся**

##### **4.1. Виды самостоятельной работы по дисциплине:**

- Подготовка к практическим занятиям
- Самостоятельное изучение некоторых теоретических аспектов теории экономического роста на основе работы с литературой.
- Подготовка к собеседованиям.
- Работа с литературой (аннотирование научных журнальных статей, посвященных теории экономического роста).
- Выполнение индивидуальных и коллективных заданий в рамках подготовки проектной работы.

**4.2.** Контрольные вопросы и задания для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины приведены в п. 5.2.

Изучаемый курс считается освоенным, если по каждой из частей обучающимся продемонстрировано наличие определенного круга знаний, навыков, умений, позволяющих положительно оценить его работу по каждой части и, следовательно, по курсу в целом.

**4.3.** Для обеспечения самостоятельной работы обучающихся используется электронный курс Информационные системы в анализе динамических систем (Капитанова О.В.) (ИнфСисАндИнСист-БИ, <https://e-learning.unn.ru/course/view.php?id=4308>), созданный в системе электронного обучения ННГУ - <https://e-learning.unn.ru/>.

##### **4.4. Методические указания по выполнению заданий для самостоятельной работы**

Самостоятельная работа обучающихся – это планируемая работа, выполняемая по заданию и при методическом руководстве преподавателя, но без его непосредственного участия. Она способствует углублению и расширению знаний, формированию интереса к познавательной деятельности, овладению приемами процесса познания, развитию познавательных способностей.

Обучающиеся выполняют домашние задания, дают письменные ответы на вопросы, выполняют индивидуально и в группах задания и проводят необходимые действия по подготовке проектной работы, конспектируют научную и учебную литературу по изучаемым темам, готовят обзор публикаций по актуальным проблемам исследования по тематике проекта.

Качество самостоятельной работы обучающегося проверяется преподавателем во время практических занятий, при выполнении расчетно-графических работ, по результатам выполнения заданий, опросов, по результатам написания проектной работы и ее презентации, а также по степени активности участия во время занятий. По мере изучения дисциплины по составленным программным вопросам самим обучающимся осуществляется самоконтроль. Итоговый контроль представляет собой аттестацию обучающихся по всем видам работы.

#### 4.5. Методические рекомендации по выполнению учебно-исследовательских (проектных) работ

Содержание этапа	Формируемые компетенции
1. Обоснование актуальности темы, её практической значимости	ПК-3
2. Теоретическая часть, включающая общетеоретический анализ проблемы, а также возможные применения методов математического и компьютерного моделирования	ПК-3
3. Практическая часть, включающая обоснование выбора методов математического и компьютерного моделирования изучаемой проблемы	ПК-3
4. Анализ результатов, выводы	ПК-3

В ходе изучения курса «Информационные системы в анализе динамических систем» предусматривается широкое использование проектно-ориентированных методов обучения (в сочетании с внеаудиторной (самостоятельной) работой обучающихся).

В рамках этого метода обучающиеся (самостоятельно или в составе творческого коллектива) выполняют учебно-исследовательские работы. Приемлемые учебно-исследовательские работы представляют собой, как правило, работы следующего характера:

- ✓ строгий разбор, изучение и анализ статьи из списка литературы для чтения, или иной статьи, опубликованной в современной международной научной печати, относительно которой творческий коллектив думает, что она должна быть в списке литературы для чтения;
- ✓ углубленный анализ, обобщения, модификации статьи или цикла статей из списка литературы для чтения, или иных статей, опубликованных в современной международной научной печати, относительно которой творческий коллектив думает, что они представляют интерес для избранной темы исследовательской работы;
- ✓ поиск или разработка эффективных методов исследования, позволяющих дополнить результаты уже существующих опубликованных исследований.

Приветствуются и полностью оригинальные исследования по математическому моделированию социально-экономических процессов. Однако использование интересной уже существующей работы как исходного пункта для проведения учебно-исследовательской работы может быть хорошим способом начать самостоятельные исследования.

Выполнение учебно-исследовательской работы (которая может носить характер учебно-научной или учебно-методической работы) строится по следующей схеме. Академическая группа подразделяется для выполнения текущей учебно-исследовательской работы на подгруппы по ~5 человек (подразделение группы на подгруппы выполняется преподавателем или же на основе добровольного объединения обучающихся в группы; возможны и иные способы, в том числе на основе случайного формирования состава группы).

Тема работы может быть сформулирована преподавателем или предложена подгруппой (творческим коллективом). Любой обучающийся, намеревающийся самостоятельно (в индивидуальном порядке) выполнить учебно-исследовательскую работу,

должен сначала получить на это согласие лектора, а затем представить и обсудить с ним свой план работы (в течение первого месяца семестра).

В течение срока, отведенного на освоение курса, подгруппа разрабатывает тему учебно-исследовательского характера, подготавливает реферат по теме (лектору и на кафедру предоставляется окончательный текст работы с автографами авторов и электронный файл), и делает его презентацию (один или серия докладов на практических занятиях (семинарах)), на основе которой преподаватель определяет персональный вклад в общую работу каждого из членов подгруппы.

Требования к оформлению письменной работы (проекта): оптимальный объем творческой работы составляет в среднем 20-30 страниц машинописного текста. А4, Times New Roman, 14 пт, полуторный интервал (1,5 пт), выравнивание по ширине, нумерация страниц внизу от центра, номер 1 на титульном листе не ставится, красная строка – 1,25. Поля: левое – 30 мм, правое – 10 мм, верхнее – 20 мм, нижнее – 25 мм. Заголовки глав и параграфов отличаются по размеру и выделяются пустыми строками. Каждая глава начинается с новой страницы, после параграфа следует оставлять две пустых строки.

Крупные таблицы, рисунки и схемы выносятся в приложение. Подписи к рисункам располагаются под рисунком по центру; подписи к таблицам располагаются над таблицей по правому краю. Библиографические ссылки оформляются в соответствии с действующим стандартом.

Требования к содержанию проекта:

1. четкость и доступность изложения материала;
2. соответствие темы работы ее содержанию;
3. актуальность и практическая значимость работы;
4. эрудиция автора, умелое использование различных точек зрения по теме работы;
5. наличие собственных взглядов и выводов по проблеме;
6. умение использовать специальную терминологию и литературу по теме.

## 5. Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации по дисциплине (модулю),

включающий:

### 5.1. Описание шкал оценивания результатов обучения по дисциплине

Уровень сформированности компетенций (индикатора достижения компетенций)	Шкала оценивания сформированности компетенций						
	плохо	неудовлетворительно	удовлетворительно	хорошо	очень хорошо	отлично	превосходно
	не зачтено		зачтено				
<u>Знания</u>	Отсутствие знаний теоретического материала.  Невозможность оценить полноту знаний вследствие отказа обучающегося от ответа	Уровень знаний ниже минимальных требований. Имели место грубые ошибки.	Минимально допустимый уровень знаний. Допущено много негрубых ошибок.	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько негрубых ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько несущественных ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки, без ошибок.	Уровень знаний в объеме, превышающем программу подготовки.
<u>Умения</u>	Отсутствие минимальных	При решении стандартных	Продемонстрированы	Продемонстрированы все	Продемонстрированы все	Продемонстрированы все	Продемонстрированы все



	х умений. Невозможность оценить наличие умений вследствие отказа обучающегося от ответа	задач не продемонстрированы основные умения. Имели место грубые ошибки.	основные умения. Решены типовые задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, но не в полном объеме.	основные умения. Решены все основные задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, в полном объеме, но некоторые с недочетами.	основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме, но некоторые с недочетами.	основные умения, решены все основные задачи с отдельными несущественным недочетами, выполнены все задания в полном объеме.	основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме без недочетов
<u>Навыки</u>	Отсутствие владения материалом. Невозможность оценить наличие навыков вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы базовые навыки. Имели место грубые ошибки.	Имеется минимальный набор навыков для решения стандартных задач с некоторыми недочетами	Продemonстрированы базовые навыки при решении стандартных задач с некоторыми недочетами	Продemonстрированы базовые навыки при решении стандартных задач без ошибок и недочетов.	Продemonстрированы навыки при решении нестандартных задач без ошибок и недочетов.	Продemonстрирован творческий подход к решению нестандартных задач

### Шкала оценки при промежуточной аттестации

Оценка		Уровень подготовки
	<b>превосходно</b>	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «превосходно», продемонстрированы знания, умения, владения по соответствующим компетенциям на уровне, выше предусмотренного программой
<b>зачтено</b>	<b>отлично</b>	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «отлично», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «отлично»
	<b>очень хорошо</b>	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «очень хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «очень хорошо»
	<b>хорошо</b>	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «хорошо»
	<b>удовлетворительно</b>	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «удовлетворительно», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «удовлетворительно»
<b>не зачтено</b>	<b>неудовлетворительно</b>	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «неудовлетворительно», ни одна из компетенций не сформирована на уровне «плохо»
	<b>плохо</b>	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «плохо»

## 5.2. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения.

### 5.2.1 Контрольные вопросы

<i>№</i>	<i>Вопрос</i>	<i>Код компетенции (согласно РПД)</i>
----------	---------------	---

1.	Потоки на прямой. Геометрический подход.	ПК-3
2.	Потоки на прямой. Неподвижные точки и устойчивость.	ПК-3
3.	Потоки на прямой. Линейный анализ устойчивости.	ПК-3
4.	Потоки на прямой. Невозможность колебаний.	ПК-3
5.	Потоки на прямой. Бифуркация седло-узел.	ПК-3
6.	Потоки на прямой. Транскритическая бифуркация.	ПК-3
7.	Потоки на прямой. Бифуркация раздвоения (типа вилки).	ПК-3
8.	Потоки на прямой. Несовершенные бифуркации и катастрофы.	ПК-3
9.	Классификация грубых состояний равновесия двумерных потоков.	ПК-3
10.	Потоки на плоскости. Бифуркация седло-узел.	ПК-3
11.	Потоки на плоскости. Транскритическая бифуркация.	ПК-3
12.	Потоки на плоскости. Бифуркация раздвоения (типа вилки).	ПК-3
13.	Предельные циклы. Метод функций Ляпунова.	ПК-3
14.	Предельные циклы. Отображение Пуанкаре.	ПК-3
15.	Устойчивость предельных циклов.	ПК-3
16.	Нормальная форма бифуркации Андронова-Хопфа сложного фокуса.	ПК-3
17.	Основная теорема о бифуркации Андронова-Хопфа в случае двумерных потоков.	ПК-3
18.	Примеры систем бифуркации Андронова-Хопфа в моделях экономической динамики.	ПК-3
19.	Исследование динамических систем с помощью пакета WInSet. Поиск состояний равновесия.	ПК-3
20.	Исследование динамических систем с помощью пакета WInSet. Поиск периодических траекторий.	ПК-3
21.	Исследование динамических систем с помощью пакета WInSet. Поиск объектов со сложной динамикой.	ПК-3

### 5.2.2. Вопросы для собеседования для оценки компетенции ПК-3

1. Что называется динамической системой?
2. Что такое фазовые координаты? Фазовое пространство? Что такое фазовая траектория?
3. Что такое интегральная кривая системы дифференциальных уравнений?
4. Что такое состояние равновесия динамической системы?
5. Какое состояние равновесия называется устойчивым, асимптотически устойчивым?
6. Система линейных д.у. второго порядка. Какой вид имеет характеристическое уравнение такой системы?
7. Как зависит характер состояния равновесия от корней характеристического уравнения.
8. Что такое «пограничный» случай между состояниями равновесия «узел» и «седло» ?
9. Какое состояние равновесия имеет система в случае комплексно-сопряженных корней?
10. Устойчивым или неустойчивым состоянием равновесия является центр?
11. Какое состояние равновесия занимает «промежуточное» положение между устойчивым узлом и устойчивым фокусом? Поясните, что происходит при малых изменениях параметров системы?
12. В каком случае состоянием равновесия системы является дикритический узел?
13. Какая система является линеаризованной системой для данной нелинейной системы? Что такое уравнения первого приближения?
14. Какой вид имеет характеристическое уравнение нелинейной системы?
15. Какое состояние равновесия, называется простым?
16. Сформулируйте результаты А.М. Ляпунова об устойчивости и неустойчивости состояний равновесия нелинейной системы

17. При каких условиях уравнения первого приближения не дают ответа на вопрос об устойчивости состояния равновесия нелинейной системы.
18. При каких условиях для определения характера и устойчивости простых состояний равновесия нелинейной системы можно пользоваться результатами исследованиями линейной системы?
19. Какие состояния равновесия являются негрубыми? Что это означает?

### 5.2.3. Тестовые вопросы для оценки компетенции ПК-3

1. Колебания не возможны:
  - ~в любых системах для физических процессов
  - =в системах первого порядка
  - ~в системах второго порядка
  - ~для систем с бесконечным временем
2. Малые изменения решения при малых изменениях дополнительных данных задачи и функций, определяющих дифференциальное уравнение, называются:
  - =устойчивостью решения;
  - ~негрубостью решения;
  - ~качеством решения;
  - ~адекватностью решения.
3. Метод Эйлера - это ... метод анализа динамических систем.
  - =численный
  - ~аналитический
  - ~графический
  - ~статистический
4. Неподвижная точка - это точка, где производная функции:
  - =равна нулю
  - ~больше нуля
  - ~ меньше нуля
  - ~стремится к бесконечности
5. Сколько состояний равновесия у модели Ферхюльста?
  - =2
  - ~1
  - ~0
  - ~3
6. Фазовый портрет - это:
  - ~график функции  $f(x)$
  - =качественная картина поведения всех траекторий системы
  - ~векторное поле в пространстве
  - ~качественная картина состояний равновесия
7. Чтобы проанализировать систему на устойчивость, нужно:
  - ~решить уравнение
  - ~вычислить интеграл функции
  - ~разложить функцию в ряд Тейлора
  - =линеаризовать уравнение
8. Эффект достижения решением бесконечности за конечное время называется
  - =взрыв
  - ~катастрофа
  - ~бифуркация
  - ~катарсис
9. Бифуркация - это
  - =качественные изменения в динамике
  - ~количественное изменение в динамике

- ~раздвоение
  - ~хаос
10. В суперкритической бифуркации вилки из одной неподвижной точки образуется:
- =три неподвижных точки
  - ~две неподвижных точки
  - ~пустота
  - ~одна, но меняется устойчивость
11. Жесткая бифуркация - это
- =докритическая
  - ~сверхкритическая
  - ~суперкритическая
  - ~транскритическая
12. Когда при изменении параметров состояния системы неподвижная точка может подойти к краю верхней поверхности и после этого упасть скачком на нижнюю поверхность, происходит:
- =катастрофа
  - ~хаос
  - ~авария
  - ~крушение
13. Катастрофа голубого неба - это
- =бифуркация
  - ~хаос
  - ~что-то странное
  - ~физическое явление
14. Неподвижная точка исчезает после бифуркации в случае:
- =бифуркации седло-узел
  - ~транскритической бифуркации
  - ~обеих видов бифуркаций
  - ~ни одной из указанных
15. Бифуркация седло-узел является
- =бифуркацией состояния равновесия
  - ~бифуркацией предельного цикла
  - ~нелокальной бифуркацией
  - ~бифуркацией гомоклинической структуры
16. Выберите пункт, который не является разновидностью бифуркации вилки:
- ~суперкритическая
  - ~субкритическая
  - ~докритическая
  - =критическая
17. Система, в которой малое изменение параметров не приводит к качественному перестроению структуры фазового пространства, называется
- =грубой
  - ~жесткой
  - ~мягкой
  - ~обыкновенной
18. Динамическая система на плоскости включает
- =два дифференциальных уравнения
  - ~одно дифференциальное уравнение
  - ~три дифференциальных уравнения
  - ~произвольное количество уравнений
19. Число независимых событий, необходимых для реализации бифуркации, называется ее
- =коразмерностью

- ~степенью
  - ~параметром
  - ~масштабом
20. Превращение устойчивого узла в устойчивый фокус
- ~это бифуркация
  - =бифуркацией не является
  - ~не возможно
  - ~может быть бифуркацией, а может и не быть, в зависимости от контекста
21. При транскритической бифуркации:
- =меняется тип устойчивости состояний равновесия
  - ~меняется количество состояний равновесия
  - ~меняется тип состояния равновесия\ из фокуса в центр
  - ~меняется тип состояния равновесия\ из узла в фокус
22. Состояние равновесия устойчиво, когда
- =действительные части корней характеристического уравнения отрицательны
  - ~действительные части корней характеристического уравнения положительны
  - ~мнимые части корней характеристического уравнения отрицательны
  - ~мнимые части корней характеристического уравнения положительны
23. Тип состояния равновесия определяется по
- =характеристическому уравнению
  - ~определителю матрицы
  - ~коэффициентам линеаризованной системы
  - ~разложению в ряд Тейлора
24. Если характеристический показатель меньше 0, то
- =предельный цикл устойчив
  - ~предельный цикл не устойчив
  - ~предельный цикл не существует
  - ~полуустойчив
25. Критерий Бендиксона-Дюлака используется для
- =доказательства отсутствия предельных циклов
  - ~доказательства существования предельных циклов
  - ~определения типа состояния равновесия
  - ~определения устойчивости состояния равновесия
26. Общие методы для отыскания функции Ляпунова:
- =не существуют
  - ~общеизвестны
  - ~включают нахождение последовательности производных
  - ~подразумевают линеаризацию исходной системы
27. Отображение Пуанкаре задается функцией
- =последования
  - ~наследования
  - ~преследования
  - ~слежения
28. Замкнутая (периодическая) траектория векторного поля, в окрестности которой нет других таких траекторий, называется...
- =Предельный цикл
  - =Орбитальная траектория
  - ~Критическая траектория
  - ~Аттрактор
29. Предельный цикл НЕ может быть
- ~притягивающим
  - ~отталкивающим

~полуустойчивым

=нейтральным

30. Теорема Кёнигса определяет  
=устойчивость неподвижной точки  
~вид предельного цикла  
~тип состояния равновесия  
~разновидность бифуркации

#### 5.2.4. Задания для оценки компетенции ПК-3

1. Проанализируйте следующие уравнения графически: изобразите векторное поле на прямой, найдите неподвижные точки, классифицируйте их устойчивость и схематично постройте график  $x(t)$  при различных начальных условиях. Если возможно, найдите аналитическое решение  $x(t)$ .

- $\dot{x} = 4x^2 - 16$ ;
- $\dot{x} = 1 - x^{14}$ ;
- $\dot{x} = x - x^3$ ;
- $\dot{x} = e^{-x} \sin x$ ;

2. Решите логистическое уравнение  $\dot{N} = rN(1 - \frac{N}{K})$  аналитически двумя путями для произвольного начального условия  $N_0$ :

- разделите переменные и интегрируйте как элементарные дроби;
- сделайте замену переменных  $x = 1/N$  и решите получившееся дифференциальное уравнение для  $x$

3. Используйте линейный анализ устойчивости, чтобы классифицировать неподвижные точки следующих систем:

- $\dot{x} = x(1 - x)$
- $\dot{x} = x(1 - x)(2 - x)$
- $\dot{x} = \tan x$
- $\dot{x} = x^2(6 - x)$
- $\dot{x} = \ln x$

4. Для каждого из следующих уравнений изобразите все качественно различные векторные поля, которые возникают при различных  $r$ . Покажите, что седло-узловая бифуркация происходит при критическом значении  $r$ , определите его. Изобразите бифуркационные диаграммы неподвижных точек в зависимости от  $r$ .

- $\dot{x} = 1 + rx + x^2$
- $\dot{x} = r - \cosh x$
- $\dot{x} = r + x - \ln(1 + x)$
- $\dot{x} = r + \frac{x}{2} - \frac{x}{1+x}$

5. Для каждого из следующих уравнений изобразите все качественно различные векторные поля, которые возникают при различных  $r$ . Покажите, что транскритическая бифуркация происходит при критическом значении  $r$ , определите его. Изобразите бифуркационные диаграммы неподвижных точек в зависимости от  $r$ .

- $\dot{x} = rx + x^2$
- $\dot{x} = x - rx(1 - x)$
- $\dot{x} = rx - \ln(1 + x)$
- $\dot{x} = x(r - e^x)$

6. Для каждого из следующих уравнений изобразите все качественно различные векторные поля, которые возникают при различных  $r$ . Покажите, что бифуркация трезубец происходит при критическом значении  $r$ , определите его, классифицируйте как сверхкритическую или

докритическую. Изобразите бифуркационные диаграммы неподвижных точек в зависимости от  $r$ .

- a.  $\dot{x} = rx + 4x^3$
- b.  $\dot{x} = rx - \sinh x$
- c.  $\dot{x} = rx - 4x^3$
- d.  $\dot{x} = x + \frac{rx}{1+x^2}$

7. Рассмотрим систему  $\dot{x} = h + rx - x^2$ . Когда  $h=0$  система имеет транскритическую бифуркацию при  $r=0$ . Задача состоит в том, чтобы рассмотреть изменение диаграммы  $\dot{x}$  от  $r$  в зависимости от изменения параметра  $h$ .

- a. Постройте бифуркационные диаграммы для  $\dot{x} = rx + x^3 - x^5$  при  $h < 0, h = 0, h > 0$ ;
- b. Выделить области на плоскости  $(r, h)$ , которые соответствуют качественно различным векторным полям, а также определить бифуркации, которые происходят на границах этих областей.

8. Найти все состояния равновесия системы

$$\begin{cases} \dot{x} = ax - xy \\ \dot{y} = bx^2 - cy \end{cases}$$

Для действительных положительных значений параметров  $a, b, c$ , и определить тип состояния равновесия каждого из них.

9. Для каждой из представленных ниже систем найти состояния равновесия, определить их тип и численно построить фазовые портреты.

- a. 
$$\begin{cases} \dot{x} = y \\ \dot{y} = x - \frac{2}{\tan(x+y)} \end{cases}$$
- b. 
$$\begin{cases} \dot{x} = y \\ \dot{y} = -x + y(1 - 3x^2 - 2y^2) \end{cases}$$
- c. 
$$\begin{cases} \dot{x} = 2x - xy \\ \dot{y} = 2x^2 - y \end{cases}$$
- d. 
$$\begin{cases} \dot{x} = x + y - x(x+y) \\ \dot{y} = -2x + y - y(x+y) \end{cases}$$

10. Дана система  $\dot{\phi} = \omega + \gamma \sin \phi$ . Определите значения параметра  $\omega/\gamma$ , при котором происходит седло-узловая бифуркация.

11. Для каждой из представленных ниже систем доказать отсутствие предельных циклов:

- a. 
$$\begin{cases} \dot{x} = y \\ \dot{y} = \sin x + ay \end{cases}$$
- b. 
$$\begin{cases} \dot{x} = -x + x^3 + xy^2 \\ \dot{y} = -y + y^3 + yx^2 \end{cases}$$
- c. 
$$\begin{cases} \dot{x} = 1 - xy \\ \dot{y} = x \end{cases}$$
- d. 
$$\begin{cases} \dot{x} = xy \\ \dot{y} = -y \end{cases}$$
- e. 
$$\begin{cases} \dot{x} = y \cos x \\ \dot{y} = \sin x \end{cases}$$
- f. 
$$\begin{cases} \dot{x} = y \\ \dot{y} = x + x^3 + ay \end{cases}$$
- g. 
$$\begin{cases} \dot{x} = y \\ \dot{y} = x^3 + ay \end{cases} ?$$

12. Исследовать (с точностью до члена порядка  $\mu$ ) систему:  $\ddot{x} + x = \mu(1 - x^4)\dot{x}$ ,  $0 < \mu \ll 1$ .



13. Решите предложенную систему аналитически, постройте (если необходимо) бифуркационную диаграмму и проанализируйте существование предельных циклов. Постройте в WInSet.

- a. 
$$\begin{cases} \dot{x} = x(a+y) \\ \dot{y} = x+by^2 \end{cases}$$
- b. 
$$\begin{cases} \dot{x} = x(y-bx) \\ \dot{y} = y(a+x+y) \end{cases}$$
- c. 
$$\begin{cases} \dot{x} = x(b-x)-y \\ \dot{y} = y(x-a) \end{cases}$$
- d. 
$$\begin{cases} \dot{x} = x(y-ax) \\ \dot{y} = y(b+x+y) \end{cases}$$
- e. 
$$\begin{cases} \dot{x} = b(y-x^2) \\ \dot{y} = x(yx+a) \end{cases}$$
- f. 
$$\begin{cases} \dot{x} = x(b-x)-y \\ \dot{y} = y(x-a) \end{cases}$$
- g. 
$$\begin{cases} \dot{x} = x(y+b) \\ \dot{y} = x+y-ay^2 \end{cases}$$

#### 5.2.5. Тематика проектных работ для оценки компетенции ПК-3

В рамках данной методики предполагается, что тему проектной работы формулирует сама группа.

- Модель динамики капитала с учётом загрязнения окружающей среды
- Исследование рационального выбора потребителя при условии цикличности предпочтений
- О реализации переходного процесса в случае наличия хаотической динамики цены
- Линейные модели циклов деловой активности
- Модель Хикса
- Модель Гудвина
- Хаотическая динамика и моделирование циклов деловой активности
- Модель Пу

#### 5.2.6. Пример экзаменационного билета для оценки компетенции ПК-3

*Вариант №0*

1. Исследование динамических систем с помощью пакета WInSet. Поиск объектов со сложной динамикой.
2. Для системы 
$$\begin{cases} \dot{x} = x - y, \\ \dot{y} = 2x - y \end{cases}$$
 исследовать на устойчивость нулевое состояние равновесия и определить его тип.

### 6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

а) основная литература:

1. Круглов Е.В. ДИНАМИЧЕСКИЕ СИСТЕМЫ В ЭКОНОМИКЕ: Учебно-методическое пособие. – Нижний Новгород: Нижегородский госуниверситет, 2017. 32 с. ФОЭР,

1518.17.07, год размещения 2017 [http://cv.iee.unn.ru/books/met\\_files/kruglov%20DSvE.pdf](http://cv.iee.unn.ru/books/met_files/kruglov%20DSvE.pdf)

2. Лобанов, А. И. Математическое моделирование нелинейных процессов : учебник для вузов / А. И. Лобанов, И. Б. Петров. — Москва: Издательство Юрайт, 2020. — 255 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-9916-8897-0. — Текст : электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/452200>
3. Дифференциальные уравнения. Устойчивость и оптимальная стабилизация : учебное пособие для вузов / А. Н. Сесекин [и др.] ; ответственный редактор А. Н. Сесекин ; под научной редакцией А. Ф. Шорикова. — Москва : Издательство Юрайт, 2020. — 119 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-08215-9. — Текст : электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/454858>

б) дополнительная литература:

1. Починка О.В., Романов А.А.. Потоки на прямой в приложениях: Учебно-методическое пособие. – Нижний Новгород: Нижегородский госуниверситет, 2013. – 65 с. ФОЭР, 592.13.06, год размещения 2013. <http://www.lib.unn.ru/students/src/Pochinka-Romanov.pdf>
2. Леванова Т.А., Комаров М.А., Крюков А.К., Костин В.А., Осипов Г.В. Качественные и численные методы исследования динамических систем на плоскости: Учебно-методическое пособие. Нижний Новгород: Нижегородский госуниверситет, 2015. 61 с. ФОЭР, 1013.15.06, год размещения 2015. <http://www.lib.unn.ru/students/src/Levanova.pdf>
3. Болотов М.И., Гонченко С.В., Гонченко А.С., Гринес Е.А., Казаков А.О., Леванова Т.А., Лукьянов В.И. Бифуркация Андронова-Хопфа для потоков и отображений: Учебно-методическое пособие. Нижний Новгород: Нижегородский госуниверситет, 2017. - 73 с. ФОЭР, 1498.17.06, год размещения 2017 <http://www.lib.unn.ru/students/src/bifAndrH.pdf>
4. Губина Е.В., Кадина Е.Ю. Исследование динамических систем: построение фазовых портретов и бифуркационных диаграмм: Методическое пособие. – Нижний Новгород: Нижегородский госуниверситет, 2015. – 29 с. ФОЭР, 989.15.08, год размещения 2015. <http://www.lib.unn.ru/students/010302.html>

в) программное обеспечение и Интернет-ресурсы (в соответствии с содержанием дисциплины)

1. Операционная система Microsoft Windows
2. Прикладное программное обеспечение Microsoft Office (Word, Excel, Power Point),

пакеты WInSet и SciLab

3. <http://elibrary.ru/>
4. <http://www.nber.org/>
5. <http://www.ams.org/journals/>
6. <http://www.informaworld.com/>
7. <http://www.jstor.org/>
8. <http://www.mathnet.ru/>
9. <http://www.ras.ru/>
10. <http://www.sciencedirect.com/science>
11. <http://www.springerlink.com>

## 7. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Помещения представляют собой учебные аудитории для проведения учебных занятий, предусмотренных программой, оснащенные оборудованием и техническими средствами обучения: компьютерами, проектором или ЖК-телевизором, акустической системой и микрофоном (при необходимости), а также доской.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечены доступом в электронную информационно-образовательную среду.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО /ОС ННГУ по направлению подготовки 38.03.05 Бизнес-информатика, направленность «Аналитические методы и информационные технологии поддержки принятия решений в экономике и бизнесе».

Автор

доцент кафедры ММЭП, к.ф.-м.н. \_\_\_\_\_ Капитанова О.В.

Рецензент

доцент кафедры ДУМиЧА ИИТММ, к.ф.-м.н. \_\_\_\_\_ Круглов Е.В.

Заведующий кафедрой ММЭП

д.ф.-м.н., профессор \_\_\_\_\_ Кузнецов Ю.А.

Программа одобрена на заседании методической комиссии Института экономики и предпринимательства от « \_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 2022 года, протокол № .