

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

**Федеральное государственное автономное  
образовательное учреждение высшего образования  
«Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет  
им. Н.И. Лобачевского»**

Институт информационных технологий, математики и механики  
(факультет / институт / филиал)

УТВЕРЖДЕНО  
решением ученого совета ННГУ  
протокол от  
«30» ноября 2022 г. № 13

### **Рабочая программа дисциплины**

Линейное программирование

*(наименование дисциплины (модуля))*

Уровень высшего образования

бакалавриат

*(бакалавриат / магистратура / специалитет)*

Направление подготовки / специальность

01.03.02 Прикладная математика и информатика

*(указывается код и наименование направления подготовки / специальности)*

Направленность образовательной программы

Прикладная математика и информатика (общий профиль)

*(указывается профиль / магистерская программа / специализация)*

Форма обучения

очная

*(очная / очно-заочная / заочная)*

Нижегород

2023 год

## 1. Место и цели дисциплины в структуре ООП

Дисциплина относится к части, формируемой участниками образовательных отношений  
Код дисциплины Б1.В.01.

№ варианта	Место дисциплины в учебном плане образовательной программы	Стандартный текст для автоматического заполнения в конструкторе РПД
2	Блок 1. Дисциплины (модули) Часть, формируемая участниками образовательных отношений	Дисциплина Б1.В.01 «Линейное программирование» относится к части ООП направления подготовки 01.03.02 «Прикладная математика и информатика», формируемой участниками образовательных отношений.

## 2. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы

Формируемые компетенции	Планируемые результаты обучения по дисциплине в соответствии с индикатором достижения компетенции		Наименование оценочного средства
	Индикатор достижения компетенции	Результаты обучения по дисциплине	
ПК-13 Способен участвовать в исследовании математических моделей в естественных науках и технике	ПК-13.1. Знает методы создания, анализа и исследования математических моделей в естественных науках и технике	Знает основные понятия и результаты линейного программирования	Собеседование
	ПК-13.3. Умеет корректно использовать методы создания, анализа и исследования математических моделей, умеет применять численные и аналитические методы решения базовых математических задач и классических задач естествознания в практической деятельности	Умеет решать основные задачи линейного программирования	Собеседование, контрольная работа
	ПК-13.4. Владеет навыками использования математических методов обработки информации, полученной в результате экспериментальных исследований	Владеет основными методами линейного программирования при решении практических задач	Собеседование, контрольная работа

## 3. Структура и содержание дисциплины

### 3.1. Трудоемкость дисциплины

	очная форма обучения
<b>Общая трудоемкость</b>	<b>2 ЗЕТ</b>
<b>Часов по учебному плану</b>	<b>72</b>
<b>в том числе</b>	
<b>контактная работа:</b>	<b>33</b>
- занятия лекционного типа	16
- занятия семинарского типа	16
- текущий контроль (КСР)	1
<b>самостоятельная работа</b>	<b>39</b>
<b>Промежуточная аттестация – зачет</b>	

### 3.2. Содержание дисциплины

№ п/п	Наименование и краткое содержание разделов и тем дисциплины, форма промежуточной аттестации по дисциплине	Часов					
		Всего	В том числе				Самостоятельная работа обучающегося
			Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы из них				
			Занятия лекционного типа	Занятия семинарского типа	Занятия лабораторного типа	Всего	
1.	<b>Задача линейного программирования.</b> Формулировка задачи линейного программирования. Примеры практических задач. Каноническая и стандартная задачи линейного программирования. Сведения задач из одной формы к другой. Геометрический метод решения задач линейного программирования.	8	2	2		4	4
2.	<b>Симплекс-метод в прямой форме.</b> Симплексная таблица. Строчечный симплекс-метод. Нахождение начального опорного вектора. Борьба с заикливанием. Правило Бленда. Лексикографический метод.	20	4	4		8	12
3.	<b>Двойственность в линейном программировании.</b> Формулировки прямой и двойственной задачи. Теорема двойственности. Условия дополняющей нежесткости. Лемма Фаркаша и ее варианты. Связь с методом множителей Лагранжа. Замечание о сложности задачи линейного программирования. Двойственный симплекс-метод.	19	4	4		8	11
4.	<b>Классическая транспортная задача.</b> Формулировка транспортной задачи. Задача о назначениях. Вполне унимодулярные матрицы. Целочисленность опорных векторов транспортной задачи. Способы получения исходного опорного вектора (метод северо-западного угла, метод минимального элемента).	12	3	3		6	6
5.	<b>Геометрия линейного программирования.</b> Выпуклое множество. Выпуклая оболочка. Полиэдр, политоп. Полиэдральный конус. Два способа описания полиэдров. Геометрическая интерпретация симплекс-метода.	12	3	3		6	6
	<b>Текущий контроль (КСР)</b>	1				1	
	<b>Промежуточная аттестация: зачет</b>						
	<b>Итого</b>	72	16	16		33	39

Текущий контроль успеваемости проходит в рамках занятий семинарского и практического типа, групповых или индивидуальных консультаций. Промежуточная аттестация осуществляется на зачете.

#### **4. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся**

Ниже приводятся виды самостоятельной работы студентов, порядок их выполнения и контроля, приводится учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы по ее отдельным видам и разделам дисциплины.

Виды самостоятельной работы студентов:

- проработка теоретического материала лекционных занятий;
- подготовка домашних заданий к практическим занятиям;
- подготовка и выполнение письменных контрольных работ;
- подготовка к промежуточной аттестации в форме зачета

##### **4.1. Проработка теоретического материала лекционных занятий**

Выполняется самостоятельно с использованием лекционных материалов и материалов, разобранных в литературе (список обязательной и дополнительной литературы приводится).

Контроль выполняется в форме проведения экспресс-опросов по понятиям, фактам, формулировкам, выполняемых на лекции. Экспресс-опрос оценивается оценками «Зачтено» – «Не зачтено».

Для обеспечения самостоятельной работы обучающихся используется электронный курс (Линейное программирование, <https://e-learning.unn.ru/course/view.php?id=4521>), созданный в системе электронного обучения ННГУ - <https://e-learning.unn.ru/>.

##### **4.2. Подготовка домашних заданий к практическим занятиям**

Домашние задания выдаются на практических занятиях.

Проверка выполнения домашних заданий проводится в начале каждого занятия. Используется две формы контроля:

- выборочная проверка выполнения заданий у двух-трех человек из группы;
- проверка в форме коллективного обсуждения у доски результатов выполнения отдельных заданий одним или двумя студентами.

##### **4.3. Подготовка к выполнению письменных контрольных работ**

В течение учебного семестра проводится три домашних контрольные работы.

Для подготовки к контрольным работам рекомендуется повторно прочитать теоретические разделы в задачнике, просмотреть полезные разделы в соответствующих источниках из списка рекомендованной литературы, а также самостоятельно решать несколько задач по теме контрольной работы из указанного задачника.

##### **4.4. Подготовка к промежуточной аттестации в форме зачета**

В качестве методических материалов при подготовке к зачету рекомендуется использовать собственные конспекты лекций и источники, рекомендованные в списке литературы раздела б.

Контрольные вопросы и задания для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины приведены в п. 5.2.

## 5. Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации по дисциплине

### 5.1. Описание шкал оценивания результатов обучения по дисциплине

Уровень сформированности компетенций	Шкала оценивания сформированности компетенций						
	Не зачтено		Зачтено				
<u>Знания</u>	Отсутствие знаний теоретического материала. Невозможность оценить полноту знаний вследствие отказа обучающегося от ответа	Уровень знаний ниже минимальных требований. Имели место грубые ошибки.	Минимально допустимый уровень знаний. Допущено много негрубых ошибок.	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько негрубых ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько несущественных ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки, без ошибок.	Уровень знаний в объеме, превышающем программу подготовки.
<u>Умения</u>	Отсутствие минимальных умений. Невозможность оценить наличие умений вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы основные умения. Имели место грубые ошибки.	Продemonстрированы основные умения. Решены типовые задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, но не в полном объеме.	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, в полном объеме, но некоторые с недочетами.	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме, но некоторые с недочетами.	Продemonстрированы все основные умения, решены все основные задачи с отдельными несущественными недочетами, выполнены все задания в полном объеме.	Продemonстрированы все основные умения,. Решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме без недочетов
<u>Навыки</u>	Отсутствие владения материалом. Невозможность оценить наличие навыков вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы базовые навыки. Имели место грубые ошибки.	Имеется минимальный набор навыков для решения стандартных задач с некоторыми недочетами	Продemonстрированы базовые навыки при решении стандартных задач с некоторыми недочетами	Продemonстрированы базовые навыки при решении стандартных задач без ошибок и недочетов.	Продemonстрированы навыки при решении нестандартных задач без ошибок и недочетов.	Продemonстрирован творческий подход к решению нестандартных задач

### Шкала оценки при промежуточной аттестации

Оценка	Уровень подготовки
зачтено	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена

	дисциплина, сформированы на уровне не ниже «превосходно»
	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «отлично», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «отлично»
	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «очень хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «очень хорошо»
	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «хорошо»
	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «удовлетворительно», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «удовлетворительно»
не зачтено	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «неудовлетворительно», ни одна из компетенций не сформирована на уровне «плохо»
	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «плохо»

## 5.2. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения

### 5.2.1. Контрольные вопросы

Вопросы	Код формируемой компетенции
1. Формулировка задачи линейного программирования.	ПК-13
2. Каноническая и стандартная задачи линейного программирования. Сведения задач из одной формы к другой.	ПК-13
3. Задача максимизации прибыли.	ПК-13
4. Задача минимизации расходов.	ПК-13
5. Задача о диете.	ПК-13
6. Геометрический метод решения задач линейного программирования.	ПК-13
7. Симплекс-метод в прямой форме.	ПК-13
8. Нахождение начального опорного вектора. Метод искусственного базиса.	ПК-13
9. Борьба с заикливанием. Правило Бленда.	ПК-13
10. Борьба с заикливанием. Лексикографический метод.	ПК-13
11. Формулировки прямой и двойственной задачи для задачи в канонической форме, в стандартной форме общей ЗЛП.	ПК-13
12. Теорема двойственности.	ПК-13
13. Условия дополняющей нежесткости.	ПК-13
14. Лемма Фаркаша и ее варианты. Связь с методом множителей Лагранжа.	ПК-13
15. Сложность решения ЗЛП.	ПК-13
16. Идея метода эллипсоидов.	ПК-13
17. Двойственный симплекс-метод.	ПК-13
18. Содержание и математическая постановка классической транспортной задачи.	ПК-13
19. Содержание и математическая постановка задачи с назначениями.	ПК-13
20. Вполне унимодулярные матрицы. Свойство опорных векторов ЗЛП с вполне унимодулярными матрицами ограничений.	ПК-13

21. Целочисленность опорных векторов транспортной задачи.	ПК-13
22. Способы получения исходного опорного вектора транспортной задачи (метод северо-западного угла метод минимального элемента).	ПК-13
23. Выпуклое множество. Выпуклая оболочка. Полиэдр, политоп. Полиэдральный конус.	ПК-13
24. Геометрическая интерпретация симплекс-метода.	ПК-13

### 5.2.2. Типовые контрольные работы для оценки сформированности компетенции ПК-13

#### Контрольная работа № 1

1. Решить ЗЛП  $\max\{cx: Ax = b, x \geq 0\}$ .

$$c = (0, -2, 5, -2, -1), \quad b = \begin{pmatrix} 3 \\ 3 \\ 5 \end{pmatrix}, \quad A = \begin{pmatrix} -4 & 1 & 1 & 1 & -2 \\ -3 & 0 & 5 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & 3 & 5 & 2 \end{pmatrix}$$

2. Записать условия двойственной ЗЛП. По решению прямой ЗЛП найти решение двойственной ЗЛП.

#### Контрольная работа № 2

Составить двойственную задачу для ЗЛП

$$\max 9x_1 + 8x_2 - 9x_3 - 2x_4 - 5x_5$$

при ограничениях

$$\begin{aligned} 2x_1 + 10x_2 + 9x_4 + 2x_5 &\leq 11 \\ -9x_1 - 2x_2 + x_3 - 2x_4 - 10x_5 &\geq 20 \\ 2x_1 + x_2 - x_3 - 5x_4 + 10x_5 &= 10 \\ x_1 \geq 0, x_3 \geq 0, x_4 \geq 0 \end{aligned}$$

Доказать, что вектор  $(0, -30, 0, 0, 4)$  является оптимальным и найти оптимальный вектор двойственной ЗЛП.

#### Контрольная работа № 3

Методом потенциалов решить транспортную задачу

$$\min \left( \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n c_{ij} x_{ij} \right)$$

$$\begin{cases} \sum_{j=1}^n x_{ij} = a_i & (i = 1, \dots, m), \\ \sum_{i=1}^m x_{ij} = b_j & (j = 1, \dots, n), \\ x_{ij} \geq 0 & (i = 1, \dots, m; j = 1, \dots, n). \end{cases}$$

где

$$\begin{aligned} a_1 &= 20, & a_2 &= 30, & a_3 &= 40, & a_4 &= 50, \\ b_1 &= 35, & b_2 &= 35, & b_3 &= 35, & b_4 &= 35, \\ c_{11} &= 3, & c_{12} &= 6, & c_{13} &= 2, & c_{14} &= 3, \\ c_{21} &= 7, & c_{22} &= 1, & c_{23} &= 1, & c_{24} &= 3, \\ c_{31} &= 3, & c_{32} &= 3, & c_{33} &= 2, & c_{34} &= 6, \\ c_{41} &= 5, & c_{42} &= 5, & c_{43} &= 3, & c_{44} &= 2. \end{aligned}$$

### **5.2.3. Примерные вопросы для собеседования (для проверки уровня знаний компетенции ПК-13)**

1. Формулировка задачи линейного программирования.
2. Каноническая и стандартная задачи линейного программирования. Сведения задач из одной формы к другой.
3. Задача максимизации прибыли.

### **6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины**

#### **а) Основная литература:**

1. Шевченко В.Н., Золотых Н.Ю. Линейное и целочисленное линейное программирование. – Нижний Новгород: изд-во ННГУ, 2005.
2. [http://www.uic.unn.ru/~zny/lp/Materials/book/lp2005\\_SomePages.pdf](http://www.uic.unn.ru/~zny/lp/Materials/book/lp2005_SomePages.pdf)

#### **б) Дополнительная литература:**

3. Юрьева А. А. Математическое программирование. М.: Лань, 2014.
4. <https://e.lanbook.com/book/68470>
5. Линейное и нелинейное программирование: учеб. для ун-тов и экон. ин-тов. - Киев: Вища школа, 1975. - 371 с. (59 экз).

#### **в) программное обеспечение и Интернет-ресурсы**

<https://e-learning.unn.ru/course/view.php?id=4521>)

### **7. Материально-техническое обеспечение дисциплины**

Помещения представляют собой учебные аудитории для проведения учебных занятий, предусмотренных программой, оснащенные оборудованием и техническими средствами обучения.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечены доступом в электронную информационно-образовательную среду ННГУ.

Программа составлена в соответствии с требованиями ОС ННГУ 01.03.02 Прикладная математика и информатика.

Автор: д.ф.-м.н., директор института ИТММ Золотых Н.Ю.

Рецензент: д.т.н., профессор НГТУ им. Р.Е. Алексеева Ломакина Л.С.

Зав. кафедрой АГиДМ: д.ф.-м.н. Золотых Н.Ю.

Программа одобрена на заседании методической комиссии института информационных технологий, математики и механики

от 30 ноября 2022 года, протокол № 3.