

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

**федеральное государственное автономное  
образовательное учреждение высшего образования  
«Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет  
им. Н.И. Лобачевского»**

Институт информационных технологий, математики и механики

---

УТВЕРЖДЕНО  
решением Ученого совета ННГУ  
протокол № 15 от 24.12.2025 г.

**Рабочая программа дисциплины**

Численные методы

---

Уровень высшего образования  
Бакалавриат

---

Направление подготовки / специальность  
01.03.02 - Прикладная математика и информатика

---

Направленность образовательной программы  
Математическое моделирование и вычислительная математика

---

Форма обучения  
очная

---

г. Нижний Новгород

2026 год начала подготовки

## 1. Место дисциплины в структуре ОПОП

Дисциплина Б1.О.15 Численные методы относится к обязательной части образовательной программы.

## 2. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями и индикаторами достижения компетенций)

Формируемые компетенции (код, содержание компетенции)	Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), в соответствии с индикатором достижения компетенции		Наименование оценочного средства	
	Индикатор достижения компетенции (код, содержание индикатора)	Результаты обучения по дисциплине	Для текущего контроля успеваемости	Для промежуточной аттестации
ОПК-1: Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности	<p>ОПК-1.1: Обладает фундаментальными знаниями, полученными в области математических и (или) естественных наук</p> <p>ОПК-1.2: Умеет использовать фундаментальные знания в профессиональной деятельности, осуществлять выбор методов решения задач профессиональной деятельности на основе теоретических знаний</p> <p>ОПК-1.3: Имеет практический опыт применения фундаментальных знаний, полученных в области математических и естественных наук в профессиональной деятельности</p>	<p>ОПК-1.1:</p> <p>ОПК-1.1: Знает постановки задач дисциплины «Численные методы», понятийный аппарат и утверждения, основные приемы и формулы, подходы к изучению аппроксимации, устойчивости, сходимости: – основы теории погрешности и теории приближения функций (интерполяция, поиск элементов наилучшего приближения); – методы численного дифференцирования и интегрирования; – методы решения задач линейной алгебры, условия сходимости итерационных процессов, итерационные методы решения нелинейных уравнений и систем; – методы численного решения задачи Коши и краевых задач для обыкновенных дифференциальных уравнений и систем; – методы численного решения стационарных и нестационарных задач математической физики, включая нелинейные задачи.</p> <p>Знает постановки модельных задач дисциплины «Численные</p>	<p>Практическое задание</p> <p>Собеседование</p> <p>Проект</p> <p>Доклад</p> <p>Отчет по лабораторным работам</p>	<p>Зачёт:</p> <p>Контрольные вопросы</p> <p>Доклад</p> <p>Экзамен:</p> <p>Контрольные вопросы</p> <p>Задания</p>

		<p>методы», их прикладное значение, этапы построения численной модели и проведения численного эксперимента</p> <p><b>ОПК-1.2:</b> <b>ОПК-1.2:</b> На примере модельных задач дисциплины «Численные методы» умеет провести эксперимент по проверке корректной реализации алгоритмов, обосновать аппроксимацию, устойчивость, сходимость, исследовать эффективность численного метода: умеет формулировать постановки модельных задач; исследовать корректность численной модели; эффективность и сходимость метода, анализировать (оценивать) погрешность; умеет ставить цели численного исследования, разрабатывать программную реализацию; проводить вычислительный эксперимент</p> <p><b>ОПК-1.3:</b> <b>ОПК-1.3:</b> Владеет навыками алгоритмизации и реализации численных методов решения задач на ЭВМ, средствами визуализации результатов расчетов и методами анализа результатов</p> <p>Владеет навыками разработки и применения программных систем, поддерживающих спектр экспериментальных возможностей для изучения как свойств метода, так и свойств моделируемых объектов</p> <p>Владеет навыками численного решения математических</p>		
--	--	--	--	--

		задач, требующих комплексного подхода при подборе численных методов и проведении вычислительного эксперимента		
--	--	---	--	--

### 3. Структура и содержание дисциплины

#### 3.1 Трудоемкость дисциплины

	<b>очная</b>
<b>Общая трудоемкость, з.е.</b>	<b>8</b>
<b>Часов по учебному плану</b>	<b>288</b>
в том числе	
<b>аудиторные занятия (контактная работа):</b>	
- занятия лекционного типа	<b>96</b>
- занятия семинарского типа (практические занятия / лабораторные работы)	<b>64</b>
- КСР	<b>3</b>
<b>самостоятельная работа</b>	<b>89</b>
<b>Промежуточная аттестация</b>	<b>36</b> <b>Экзамен, Зачёт</b>

#### 3.2. Содержание дисциплины

(структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и виды учебных занятий)

Наименование разделов и тем дисциплины	Всего (часы)	в том числе			
		Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы из них			Самостоятельная работа обучающегося, часы
		Занятия лекционного типа	Занятия семинарского типа (практические занятия/лабораторные работы), часы	Всего	
0 Ф 0	0 Ф 0	0 Ф 0	0 Ф 0	0 Ф 0	
Тема 1 (Семестр 5). Введение в предмет. Основы представления вещественных чисел в машинной арифметике. Основы интерполяции полиномами.	8	4	0	4	4
Тема 2 (Семестр 5). Численное решение задачи Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений и систем. Одношаговые и многошаговые методы. Примеры явных одношаговых методов. Глобальная и локальная погрешность метода, порядки погрешностей, понятие порядка метода. Контроль и оценка локальной погрешности. Понятие жесткой системы ОДУ. Явные и неявные методы типа Рунге-Кутты, численные методы решения жестких систем, их свойства. Подготовка студентов к выполнению проекта и лабораторных работ.	34	12	10	22	12
Тема 3 (Семестр 5). Уравнение теплопроводности как модельная задача курса «Численные методы». Прямые методы решения линейных систем	28	8	10	18	10

уравнений. Метод прогонки. Параллельный вариант прогонки. Операторы численного дифференцирования. Интегрально-интерполяционный метод построения разностных схем (метод баланса) на примере Модельной задачи I. Однородные консервативные разностные схемы. Сходимость, анализ структуры общей погрешности.					
Тема 4 (Семестр 5). Основы теории разностных схем. Аппроксимация, устойчивость, сходимость. Обоснование сходимости на примере Модельной задачи II. Влияние способа аппроксимации граничных условий на скорость сходимости. Разностные схемы решения задачи Коши для нестационарного уравнения теплопроводности (Модельная задача VII). Операторы численного дифференцирования для подсчета частных производных. Аппроксимация, устойчивость, сходимость. Основы объяснения сходимости (метод разделения переменных).	26	12	4	16	10
Тема 5 (Семестр 5). Задача Дирихле для уравнения Пуассона как модельная задача курса «Численные методы» (Модельная задача III). Построение разностной схемы. Запись схемы в виде СЛАУ. Свойства матрицы, принцип максимума и доказательство сходимости схемы. Введение в итерационные методы линейной алгебры. Реализация методов Зейделя и верхней релаксации для решения разностной схемы задачи Дирихле. Расчет численного решения, точности и невязки (вопросы алгоритмизации). Оценка погрешности решения СЛАУ. Полный анализ погрешности. Решение модельной задачи в геометрической области другой конфигурации (Модельные задачи IV, V, VI).	31	12	8	20	11
Тема 6 (Семестр 6). Сплайн-интерполяция	12	4	2	6	6
Тема 7 (Семестр 6). Численные методы линейной алгебры. Аппарат исследования. Обусловленность линейных систем, вытекающие свойства. Итерационные методы линейной алгебры: методы простой итерации и минимальных невязок. Свойства полиномов Чебышева и оптимизация параметров метода. Спряженные направления и метод сопряженных градиентов. Численные методы решения полной и частичной проблемы собственных чисел. Подготовка студентов к выполнению проекта	38	16	10	26	12
Тема 8 (Семестр 6). Интерполяция, численное дифференцирование и интегрирование. Построение и вопросы сходимости. Структура общей погрешности.	32	12	10	22	10
Тема 9 (Семестр 6). Численные методы, основанные на решении задач оптимизации. Наилучшие приближения в гильбертовых пространствах, обработка экспериментальных данных, экономизация степенных рядов. Решение краевых задач для обыкновенных дифференциальных уравнений вариационно-проекционными методами (методы Бубнова-Галеркина, коллокаций, наименьших квадратов, Рунге). Представление об МКЭ (методе конечных элементов).	30	12	8	20	10
Тема 10 (Семестр 6). Численные методы решения нелинейных уравнений, систем нелинейных уравнений и квазилинеаризация разностных схем (нелинейное уравнение теплопроводности, Модельная задача VIII).	10	4	2	6	4
Аттестация	36				
КСР	3			3	
Итого	288	96	64	163	89

### Содержание разделов и тем дисциплины

Тема 1 (Семестр 5). Введение в предмет. Основы представления вещественных чисел в машинной арифметике. Основы интерполяции полиномами.

Тема 2 (Семестр 5). Численное решение задачи Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений и систем. Одношаговые и многошаговые методы. Примеры явных одношаговых методов. Глобальная и локальная погрешность метода, порядки погрешностей, понятие порядка метода. Контроль и оценка локальной погрешности. Понятие жесткой системы ОДУ. Явные и неявные методы типа Рунге-Кутты,

численные методы решения жестких систем. Подготовка студентов к выполнению проекта и лабораторных работ.

Тема 3 (Семестр 5). Уравнение теплопроводности как модельная задача курса «Численные методы». Прямые методы решения линейных систем уравнений. Метод прогонки. Параллельный вариант прогонки. Операторы численного дифференцирования. Интегрально-интерполяционный метод построения разностных схем (метод баланса) на примере Модельной задачи I. Однородные консервативные разностные схемы. Сходимость, анализ структуры общей погрешности.

Тема 4 (Семестр 5). Основы теории разностных схем. Аппроксимация, устойчивость, сходимость. Обоснование сходимости на примере Модельной задачи II. Влияние способа аппроксимации граничных условий на скорость сходимости. Разностные схемы решения задачи Коши для нестационарного уравнения теплопроводности (Модельная задача VII). Операторы численного дифференцирования для подсчета частных производных. Аппроксимация, устойчивость, сходимость. Основы объяснения сходимости (метод разделения переменных).

Тема 5 (Семестр 5). Задача Дирихле для уравнения Пуассона как модельная задача курса «Численные методы» (Модельная задача III). Построение разностной схемы. Запись схемы в виде СЛАУ. Свойства матрицы и оказательство сходимости схемы. Введение в итерационные методы линейной алгебры. Реализация методов Зейделя и верхней релаксации для решения разностной схемы задачи Дирихле. Расчет численного решения, точности и невязки (вопросы алгоритмизации). Оценка погрешности решения СЛАУ. Полный анализ погрешности. Решение модельной задачи в геометрической области другой конфигурации (Модельные задачи IV, V, VI).

Тема 6 (Семестр 6). Сплайн-интерполяция

Тема 7 (Семестр 6). Численные методы линейной алгебры. Аппарат исследования. Обусловленность линейных систем, вытекающие свойства. Итерационные методы линейной алгебры: методы простой итерации, минимальных невязок, свойства полиномов Чебышева и оптимизация параметров. Метод сопряженных градиентов. Численные методы решения полной и частичной проблемы собственных чисел. Подготовка студентов к выполнению проекта

Тема 8 (Семестр 6). Интерполяция полиномами, численное дифференцирование и интегрирование.

Тема 9 (Семестр 6). Численные методы, основанные на решении задач оптимизации. Наилучшие приближения, обработка экспериментальных данных, решение краевых задач для обыкновенных дифференциальных уравнений вариационно-проеекционными методами. Представление об МКЭ (метод конечных элементов).

Тема 10 (Семестр 6). Численные методы решения нелинейных уравнений, систем нелинейных уравнений и квазилинеаризация разностных схем (нелинейное уравнение теплопроводности, Модельная задача VIII).

#### **4. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся**

Самостоятельная работа обучающихся включает в себя подготовку к контрольным вопросам и заданиям для текущего контроля и промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины приведенным в п. 5.

Для обеспечения самостоятельной работы обучающихся используются:

Электронные курсы, созданные в системе электронного обучения ННГУ:

"Численные методы" – Весна-1 (семестр 6) для освоения дисциплины "Численные методы", семестры 5-6; "Численные методы" – Осень (семестр 5) для освоения дисциплины "Численные методы", семестры 5-6., <https://e-learning.unn.ru/course/view.php?id=815>; <https://e-learning.unn.ru/course/view.php?id=2135>.

Иные учебно-методические материалы:

Пояснительная записка

В семестре 5 контроль текущей успеваемости осуществляется на основе:

- 1) практических заданий;
- 2) лабораторных работ (и отчетов к ним);
- 3) выполнения проекта (программная реализация метода и вычислительный эксперимент);
- 4) выполнения практического задания теоретической направленности.

Выполнение указанных заданий является необходимым условием прохождения промежуточной аттестации (зачет).

На основе решенных в семестре практических заданий (выборка из 3 – 5 задач) студент готовит доклад.

Контрольные вопросы (семестр 5) и доклад выносятся на зачет.

В семестре 6 изучение курса «Численные методы» поддерживается дисциплиной «Практикум по численным методам».

В семестре 6 в рамках курса «Численные методы» текущий контроль успеваемости осуществляется на основе самостоятельной работы студентов:

- 1) выполнение практических заданий;
- 2) выполнение проекта (программная реализация и (или) вычислительный эксперимент);
- 3) собеседование (контрольные вопросы прилагаются).

На основе решенных в семестре 6 практических заданий студент готовит доклад.

Выполнение заданий самостоятельной работы является необходимым условием успешного прохождения промежуточной аттестации.

На экзамен выносятся контрольные вопросы (см. список вопросов к экзамену) и задания (задачи).

При организации самостоятельной работы студентов необходимо учитывать цели, задачи и структуру дисциплины.

Цели и задачи курса связаны с тенденциями изучения сложных реальных объектов методами вычислительного эксперимента.

Он предполагает дискретизацию исходной задачи и проработки численного алгоритма (корректность, устойчивость, точность, сходимость).

Поэтому цель дисциплины – изучение фундаментальных принципов построения численных алгоритмов, подходов к анализу их свойств, подготовка студентов к разработке и применению эффективных вычислительных комплексов, необходимых для математического моделирования сложных систем.

Как следствие, рассматриваются и междисциплинарные вопросы: проблемы решения некорректно поставленных задач, задач большой размерности, комбинирование качественных и количественных методов исследования, перспективы параллельных алгоритмов и др.

Структура дисциплины

Курс «Численные методы» в институте ИТММ ННГУ подготовлен и реализован в соответствии с требованиями типовой программы по направлению «Прикладная математика и информатика», разработанной под руководством академика РАН А.А. Самарского.

Курс имеет «уровневую» структуру.

С одной стороны, представлены все основные разделы численного анализа.

С другой стороны, приложения требуют одновременного использования разных методов.

Поэтому основой курса является системное изучение модельных задач, описывающих свойства реальных объектов различной природы.

График изучения разделов курса таков, чтобы студенты могли в течение каждого семестра самостоятельно подготовить программную реализацию решения модельных задач.

При подготовке к зачету (экзамену) материал систематизируется как по классам задач, так и по классам методов.

### Лабораторный практикум

В соответствии с образовательной программой «Прикладная математика и информатика» в рамках курса ставится задача развития компетенций разработки и применения программных средств разного уровня сложности.

Основные требования к программам:

- программа должна быть написана студентом на алгоритмическом языке высокого уровня;
- код, реализующий численный метод, должен быть подготовлен студентом самостоятельно;
- программа и способ работы с ней должны быть пригодны для организации вычислительного эксперимента, в том числе проверки корректной реализации метода, изучения свойств моделируемого объекта.

Часть заданий лабораторного практикума выполняются на программах-тренажерах.

При выполнении практических заданий для вычислений, вспомогательных по отношению к изучаемому методу, можно использовать математический пакет.

Одной из основных модельных задач курса является задача Дирихле для уравнения Пуассона (задача о прогибе нагруженной мембраны).

Это полностью соответствует той значительной методической роли, которая отводится разбору различных методов решения этой задачи в учебной литературе (см., например, [Самарский А.А., Гулин А.В., 2000], [Марчук Г.И., 1980], [Демидович Б.П., Марон И.А., Шувалова Э.З., 1967] и др.).

Специфика численного решения такова: в ходе дискретизации задача сводится к решению системы линейных уравнений большой размерности с разреженной матрицей. Для отыскания решения целесообразно применять итерационные методы линейной алгебры.

Общая погрешность состоит из нескольких компонент: кроме вычислительной погрешности, имеются погрешность дискретизации и погрешность итерационного метода решения СЛАУ.

При выборе сеток, гарантирующих небольшую погрешность дискретизации, погрешность итерационного метода может возрастать, так как растут размерность системы, число обусловленности и падает скорость сходимости метода.

Целью проекта и лабораторной работы является подбор сеток и параметров итерационного метода, при которых исходная задача будет решена с малой общей погрешностью.

Некоторые задания могут быть выполнены на программе-тренажере, а затем – с помощью программы, подготовленной студентом самостоятельно.

К числу основных модельных задач курса относится также задача Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений и систем и уравнение теплопроводности (стационарный и нестационарный случай).

При изучении дисциплины как самостоятельная исследовательская работа студентов в каждом

семестре предусмотрен проект (теоретическое исследование или программная реализация и вычислительный эксперимент). Проекты как форма самостоятельной работы студента служат для оценки формирования компетенции ОПК-1, индикаторы ОПК-1.2, ОПК-1.3.

Комплекты практических заданий, лабораторных работ, проектов и контрольных вопросов в комплексе ориентированы на достижение следующих целей обучения:

- формирование научного мышления, понимания областей и перспектив применения численных методов;
- освоение методов численного анализа и вычислительного эксперимента;
- выработки навыков решения задач с использованием методов математического моделирования;
- формирования алгоритмического подхода к решению прикладных задач;
- освоение методов обработки экспериментальных данных;
- закрепление практических навыков работы с ЭВМ; навыков работы с современным программным обеспечением; навыков разработки и применения программных систем и комплексов.

Для обеспечения самостоятельной работы обучающихся используются электронные курсы, созданные в системе электронного обучения ННГУ - <https://e-learning.unn.ru/>:

1. Стронгина Н.Р., Баркалов К.А. "Численные методы" – Весна-1 (семестр 6) для освоения дисциплины "Численные методы", семестры 5-6. ЭУК, учебно-методический комплекс. Фонд электронных образовательных ресурсов ННГУ. – Н. Новгород, 2021. Ид. н. 815ЕМ.06.2021.

URL: <https://e-learning.unn.ru/course/view.php?id=815> – Вход требует авторизации.

2. Стронгина Н.Р., Баркалов К.А. "Численные методы" – Осень (семестр 5) для освоения дисциплины "Численные методы", семестры 5-6. ЭУК, учебно-методический комплекс. Фонд электронных образовательных ресурсов ННГУ. – Н. Новгород, 2021. Ид. н. 2135ЕМ.06.2021.

URL: <https://e-learning.unn.ru/course/view.php?id=2135> – Вход требует авторизации.

а также издания:

3. Стронгина Н.Р. Практикум по курсу "Численные методы": Численное решение задачи Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений и систем и задачи математического моделирования. – Н. Новгород: Издательство ННГУ, 2021. – 72 с.

4. Стронгина Н.Р., Баркалов К.А. Практикум по курсу "Численные методы": Применение итерационных методов решения разностных схем на примере задачи Дирихле для уравнения Пуассона. – Н.Новгород: Издательство ННГУ, 2021. - 48 с.

и электронные издания в списке основной литературы.

## **5. Фонд оценочных средств для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)**

### **5.1 Типовые задания, необходимые для оценки результатов обучения при проведении текущего контроля успеваемости с указанием критериев их оценивания:**

#### **5.1.1 Типовые задания (оценочное средство - Практическое задание) для оценки сформированности компетенции ОПК-1:**

## Семестр 5

Студент выполняет Практикум, включающий:

Практикум №1 (на ресурсе e-learning.unn.ru Практикум по модулю 16). Комплект заданий по Теме 2 «Численное решение задачи Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений и систем»  
Тексты заданий и варианты на ресурсах:

1. Стронгина Н.Р., Баркалов К.А. "Численные методы" – Осень (семестр 5) для освоения дисциплины "Численные методы", семестры 5-6. URL: <https://e-learning.unn.ru/course/view.php?id=2135> – Вход требует авторизации.
2. Стронгина Н.Р. Практикум по курсу "Численные методы": Численное решение задачи Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений и систем и задачи математического моделирования. – Н. Новгород: Издательство ННГУ, 2021. – 72 с.

Практикум №2 (на ресурсе e-learning.unn.ru Практикум по модулям 4-7). Комплект заданий по Темам 3-5 «Уравнение теплопроводности как модельная задача дисциплины «Численные методы» и метод баланса», «Основы теории разностных схем», «Численное решение нестационарного уравнения теплопроводности».

Тексты заданий и варианты на ресурсе:

1. Стронгина Н.Р., Баркалов К.А. "Численные методы" – Осень (семестр 5) для освоения дисциплины "Численные методы", семестры 5-6. URL: <https://e-learning.unn.ru/course/view.php?id=2135> – Вход требует авторизации.

Практикум №3 (на ресурсе e-learning.unn.ru Практикум по модулям 8-9). Комплект заданий по Теме 6 «Численное решение задачи Дирихле для уравнения Пуассона на основе разностных схем и итерационных методов линейной алгебры».

Тексты заданий и варианты на ресурсах

1. Стронгина Н.Р., Баркалов К.А. "Численные методы" – Осень (семестр 5) для освоения дисциплины "Численные методы", семестры 5-6. URL: <https://e-learning.unn.ru/course/view.php?id=2135> – Вход требует авторизации.
2. Стронгина Н.Р., Баркалов К.А. Практикум по курсу "Численные методы": Применение итерационных методов решения разностных схем на примере задачи Дирихле для уравнения Пуассона. – Н.Новгород: Издательство ННГУ, 2021. - 48 с.

В тексте решения должны быть отражены: постановка задачи, цель и задача вычислений, применяемый метод и его свойства, ход решения, итоговый и промежуточные результаты (контрольные точки); анализ погрешности и ответ на другие вопросы задания; сервис (инструмент) проведенных вычислений.

## Семестр 6

Студент в рамках самостоятельной работы выполняет задания Практикума, включающего:

Практикум №4 (на ресурсе e-learning.unn.ru Практикум по модулю 11). Практикум по Теме 7 «Численные методы линейной алгебры».

Тексты заданий и варианты на ресурсах:

1. Стронгина Н.Р., Баркалов К.А. "Численные методы" – Весна-1 (семестр 6) для освоения дисциплины "Численные методы", семестры 5-6. URL: <https://e-learning.unn.ru/course/view.php?id=815> – Вход требует авторизации.
2. Стронгина Н.Р., Баркалов К.А. Практикум по курсу "Численные методы": Применение итерационных методов решения разностных схем на примере задачи Дирихле для уравнения Пуассона. – Н.Новгород: Издательство ННГУ, 2021. - 48 с.

Практикум №5 (на ресурсе e-learning.unn.ru Практикум по модулю 12). Комплект заданий по Темам 6, 8 «Основы теории интерполяции: сплайн-интерполяция, интерполяция полиномами, численное дифференцирование, численное интегрирование»

Тексты заданий и варианты на ресурсе:

1. Стронгина Н.Р., Баркалов К.А. "Численные методы" – Весна-1 (семестр 6) для освоения дисциплины "Численные методы", семестры 5-6. URL: <https://e-learning.unn.ru/course/view.php?id=815> – Вход требует авторизации.

Практикум №6 (на ресурсе e-learning.unn.ru Практикум по модулю 14). Комплект заданий по Теме 9 «Численные методы, основанные на решении задач оптимизации» (отыскание наилучших приближений в функциональных пространствах и экспериментальная обработка данных, решение краевых задач вариационно-проекционными методами и др.).

Тексты заданий и варианты на ресурсе:

1. Стронгина Н.Р., Баркалов К.А. "Численные методы" – Весна-1 (семестр 6) для освоения дисциплины "Численные методы", семестры 5-6. URL: <https://e-learning.unn.ru/course/view.php?id=815> – Вход требует авторизации.

В тексте решения должны быть отражены: постановка задачи, цель и задача вычислений, применяемый метод и его свойства, ход решения, итоговый и промежуточные результаты (контрольные точки); анализ погрешности и ответ на другие вопросы задания; сервис (инструмент) проведенных вычислений.

### Критерии оценивания (оценочное средство - Практическое задание)

Оценка	Критерии оценивания
зачтено	Задания выполнены верно, возможны незначительные (негрубые) ошибки, контрольные точки вычислений должны быть обозначены и пройдены без грубых ошибок.
не зачтено	Задания не выполнены или выполнены в существенно неполном объеме, контрольные точки вычислений не обозначены или допущены грубые ошибки и работа над ошибками не проведена.

### 5.1.2 Типовые задания (оценочное средство - Собеседование) для оценки сформированности компетенции ОПК-1:

Семестр 6

*Контрольные вопросы к собеседованию по Теме 6*

Кубический сплайн, его канонический вид и свойства. Задача кубической сплайн-интерполяции, виды граничных условий. Теорема о существовании, единственности и способе построения интерполяционного кубического сплайна с граничными условиями на вторую производную (с доказательством). Физическая модель сплайна. Сходимость процесса сплайн-интерполяции. Знать: Характер результатов о скорости сходимости, оптимальные свойства сплайнов. Иметь представление о сплайнах, гарантирующих высокую скорость сходимости; о полиномиальных сплайнах и дефекте сплайна; о применении локальных и аппроксимирующих сплайнов.

### *Контрольные вопросы к собеседованию по Теме 7*

Нормы векторов и матриц, согласованные и подчиненные нормы. Собственные числа, их свойства и оценка. Спектральный радиус, оценка нормы матрицы. Норма обратной матрицы. Симметричные и симметричные положительно определенные матрицы, их свойства и нормы. Число обусловленности, его влияние на свойства СЛАУ. Примеры плохой обусловленности. Иметь представление и применять: Механизм влияния обусловленности на погрешность решения СЛАУ. Нормализация. Скорость сходимости. Презентация модельных задач.

Метод простой итерации. Теоремы об условиях сходимости и оценках сходимости. Выбор оптимального параметра, оптимальная оценка сходимости. Влияние числа обусловленности на сходимость метода. Расчет параметра метода на основе оценок собственных чисел, оптимальный выбор параметра и оценка погрешности метода

Метод минимальных невязок. Теоремы о выборе параметра, сходимости метода и оценке погрешности на основе собственных чисел или их оценок

Метод с чебышевским набором параметров. Выбор параметров на основе собственных чисел или их оценок. Способ применения метода. Теоремы об оптимальных свойствах, оценках погрешности и сходимости метода. Пример задачи о построении полинома, наименее уклоняющегося от нуля. Пример построения метода

Метод сопряженных градиентов. Сведение решения СЛАУ к решению задачи оптимизации. Сопряженные направления и их свойства. Сведение  $k$ -мерной (многомерной) задачи оптимизации к решению  $k$  одномерных оптимизационных задач. Описание метода сопряженных градиентов. Основные свойства метода.

### *Контрольные вопросы к собеседованию по Теме 8*

Интерполяционный полином, теорема о его существовании, единственности и способе записи в форме Лагранжа (с доказательством). Интерполяция и экстраполяция. Теорема о погрешности интерполяции (с доказательством). Свойства линейной интерполяции (с доказательством). Вычислительная и общая погрешность интерполяции. Анализ погрешностей на отрезке. Теоремы о сходимости интерполяционного процесса (без доказательства). Примеры применения интерполяции.

Способ построения разностных операторов, погрешность оператора, порядок, точность и порядок погрешности оператора, сходимость оператора к значению производной, вычислительная и общая погрешность дифференцирования, вычислительная неустойчивость и оптимальный шаг численного дифференцирования. Примеры разностных операторов и их свойства

Квадратурные формулы интерполяционного типа, общий способ получения, порядок, точность, порядок погрешности, виды погрешности. Вопросы к экзамену: Формулы Ньютона-Котеса, примеры. Формула Симпсона, полный анализ погрешности. Составная формула Симпсона, полный анализ погрешности. Интегрирование с заданной точностью. Оценка погрешности численного интегрирования по правилу Рунге. Применять: Метод адаптивной квадратуры. Иметь представление: Квадратурные формулы наивысшей точности (Гаусса)

### **Критерии оценивания (оценочное средство - Собеседование)**

Оценка	Критерии оценивания
зачтено	Вопросы отвечены в соответствии с программой подготовки в полном объеме либо в допустимом объеме. Умение обосновать математическую модель и вычислительный алгоритм подтверждено в полном объеме либо в допустимом объеме. Возможны отдельные недочеты, несущественные или негрубые ошибки. Работа над ошибками проведена.
не зачтено	Вопросы в соответствии с программой подготовки не отвечены. Умение обосновать математическую модель и вычислительный алгоритм не подтверждено. Есть грубые ошибки, работа над ошибками не проведена. Отсутствие знаний теоретического материала, невозможность сформировать оценку в силу отказа обучающегося от ответа.

### 5.1.3 Типовые задания (оценочное средство - Проект) для оценки сформированности компетенции ОПК-1:

Семестр 5

Тематика проектов

Численное решение задачи Коши для обыкновенного дифференциального уравнения и задачи математического моделирования

Численное решение задачи Коши для системы обыкновенных дифференциальных уравнений и задачи математического моделирования

Численное решение задачи Коши для жесткой системы обыкновенных дифференциальных уравнений

Численное решение задачи Коши для нестационарного уравнения теплопроводности (с учетом граничных условий по пространственной переменной)

(задания различаются набором модельных задач, родом граничных условий, комплектом численных методов и типом разностных схем)

Тексты заданий и варианты, а также методические указания на ресурсах:

1. Стронгина Н.Р. Практикум по курсу "Численные методы": Численное решение задачи Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений и систем и задачи математического моделирования. – Н. Новгород: Издательство ННГУ, 2021. – 72 с.
2. Стронгина Н.Р., Баркалов К.А. "Численные методы" – Осень (семестр 5) для освоения дисциплины "Численные методы", семестры 5-6. URL: <https://e-learning.unn.ru/course/view.php?id=2135> – Вход требует авторизации.

Семестр 6

Тематика проектов

Численное решение задачи Дирихле для уравнения Пуассона на основе прямых и итерационных методов линейной алгебры: анализ и оптимизация сходимости

Методы:

- метод верхней релаксации,
- метод сопряженных градиентов,
- метод минимальных невязок,
- метод простой итерации
- метод простых итераций с оптимальным набором параметров
- метод дискретного преобразования Фурье

- комбинированный метод дискретного преобразования Фурье и прогонки
- попеременно-треугольный метод и др.

(задания различаются набором модельных задач, геометрической конфигурацией области, размерностью пространства, применяемым методом)

Тексты заданий и варианты, а также методические указания на ресурсах:

1. Стронгина Н.Р., Баркалов К.А. Практикум по курсу "Численные методы": Применение итерационных методов решения разностных схем на примере задачи Дирихле для уравнения Пуассона. – Н.Новгород: Издательство ННГУ, 2021. - 48 с.
2. Стронгина Н.Р., Баркалов К.А. "Численные методы" – Весна-1 (семестр 6) для освоения дисциплины "Численные методы", семестры 5-6. URL: <https://e-learning.unn.ru/course/view.php?id=815> – Вход требует авторизации.

### Критерии оценивания (оценочное средство - Проект)

Оценка	Критерии оценивания
зачтено	Задания выполнены верно в полном или достаточном объеме, возможны незначительные (негрубые) ошибки, контрольные точки вычислений должны быть пройдены верно, вычислительный эксперимент организован верно, проведен, документирован, выводы сформулированы. Математическая модель и вычислительный алгоритм обоснованы.
не зачтено	Задания не выполнены или выполнены в существенно неполном объеме, или допущены грубые ошибки и работа над ошибками не проведена. Вычислительный эксперимент не проведен или при его организации и подведении итогов допущены существенные ошибки. Математическая модель или вычислительный алгоритм не обоснованы.

#### 5.1.4 Типовые задания (оценочное средство - Доклад) для оценки сформированности компетенции ОПК-1:

В семестре 6 по итогам самостоятельной работы студент делает доклад, включающий от 3 до 5 заданий по тематике лекций 6 семестра. Варианты заданий для доклада – из числа индивидуальных практических заданий для самостоятельной работы.

В докладе должны быть отражены: постановка задачи, цель и задача вычислений, применяемый метод и его свойства, ход решения, итоговый и промежуточные результаты (контрольные точки); анализ погрешности и другие вопросы задания; сервис (инструмент) проведенных вычислений.

Пример комплекта заданий для доклада (Семестр 6)

### Задача №1

В таблице приведены (приблизленно) значения функции  $f(x) = ch(x)$ :

$x$	0.2	0.4	0.5
$f(x)$	1.02007	1.08107	1.12763

Постройте интерполяционный полином степени 2, используя узлы 0.2, 0.4, 0.5. Вычислите с его помощью  $f(x)$  в точке  $x = 0.35$ .

Проведите полный анализ погрешности в указанной точке. В том числе:

- 1) Запишите определение и получите формулу погрешности интерполяции.
- 2) Оцените погрешность интерполяции.
- 3) Запишите определение, необходимые предположения и оцените вычислительную погрешность.
- 4) Запишите определение и оцените общую погрешность.
- 5) Запишите искомое значение  $f(x)$  с учетом оценок общей погрешности.

*Примечание.* Ошибкой задания табличной функции считаем половину единицы последнего разряда.

### Задача №2

Используя табличные данные

$x$	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.8
$f(x)$	1.005	1.02007	1.04534	1.08107	1.12763	1.18547	1.33743

и оператор

$$(-f_2 + 8f_1 - 8f_{-1} + f_{-2}) / (12h)$$

вычислите приближенное значение производной порядка 1 в точке  $x = 0.3$ :

Проведите полный анализ погрешности. В том числе:

- 1) Запишите определение и получите формулу погрешности численного дифференцирования. Выделите главный член погрешности и определите ее порядок.
- 2) Запишите определение, необходимые предположения и оцените вычислительную погрешность.
- 3) Запишите определение и оцените общую погрешность.

*Примечание.* Ошибкой задания табличной функции считаем половину единицы последнего разряда.

### Задача №3

С целью численного решения дифференциального уравнения  $u'_t = u''_{xx}$ ,  $x \in [0,1]$ ,  $t \in [0,1]$  с начальным условием  $u(x,0) = 2x^2$  и граничными условиями  $u(0,t) = 0$ ,  $u(1,t) = 2$  запишите чисто неявную разностную схему, число разбиений по пространству  $n = 4$  и по времени  $m = 10$ . Найдите значения сеточной функции  $v(x,t)$  на нулевом и первом слое.

### Критерии оценивания (оценочное средство - Доклад)

Оценка	Критерии оценивания
зачтено	Задания выполнены верно, возможны незначительные (негрубые) ошибки, контрольные точки вычислений должны быть пройдены верно.
не зачтено	Задания не выполнены или выполнены в существенно неполном объеме, или допущены грубые ошибки и работа над ошибками не проведена.

### 5.1.5 Типовые задания (оценочное средство - Отчет по лабораторным работам) для оценки сформированности компетенции ОПК-1:

## Семестр 5

Студент выполняет Лабораторный практикум, включающий:

Лабораторная работа №1. Численное решение задачи Коши для ОДУ.

Тексты заданий и варианты на ресурсах:

1. Стронгина Н.Р., Баркалов К.А. "Численные методы" – Осень (семестр 5) для освоения дисциплины "Численные методы", семестры 5-6. URL: <https://e-learning.unn.ru/course/view.php?id=2135> – Вход требует авторизации.
2. Стронгина Н.Р. Практикум по курсу "Численные методы": Численное решение задачи Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений и систем и задачи математического моделирования. – Н. Новгород: Издательство ННГУ, 2021. – 72 с.

Лабораторная работа №2. Численное решение краевой задачи для ОДУ с разрывными коэффициентами методом баланса (задача о распределении температуры на отрезке).

Тексты заданий и варианты на ресурсе.

Стронгина Н.Р., Баркалов К.А. "Численные методы" – Осень (семестр 5) для освоения дисциплины "Численные методы", семестры 5-6. URL: <https://e-learning.unn.ru/course/view.php?id=2135> – Вход требует авторизации.

Лабораторная работа №3. Численное решение задачи Дирихле для уравнения Пуассона в двумерной (прямоугольной) области (задача о распределении температуры на пластине), тестовый вариант.

Тексты заданий и варианты на ресурсах

1. Стронгина Н.Р., Баркалов К.А. "Численные методы" – Осень (семестр 5) для освоения дисциплины "Численные методы", семестры 5-6. URL: <https://e-learning.unn.ru/course/view.php?id=2135> – Вход требует авторизации.
2. Стронгина Н.Р., Баркалов К.А. Практикум по курсу "Численные методы": Применение итерационных методов решения разностных схем на примере задачи Дирихле для уравнения Пуассона. – Н.Новгород: Издательство ННГУ, 2021. - 48 с.

Требования к оформлению отчета (на бланке отчета) в тексте соответствующего задания.

### Критерии оценивания (оценочное средство - Отчет по лабораторным работам)

Оценка	Критерии оценивания
зачтено	Задание выполнено, отчет оформлен на бланке и соответствует требованиям, возможны несущественные недочеты и незначительные (негрубые) ошибки. Все контрольные точки вычислений должны быть пройдены верно.
не зачтено	Задание не выполнено или выполнено в существенно неполном объеме, отчет не представлен или не соответствует требованиям, имеют место существенные недочеты или грубые ошибки, работа над ошибками не проведена.

## 5.2. Описание шкал оценивания результатов обучения по дисциплине при промежуточной аттестации

### Шкала оценивания сформированности компетенций

Уровень сформированности компетенций (индикатора достижения компетенций)	плохо	неудовлетворительно	удовлетворительно	хорошо	очень хорошо	отлично	превосходно
	не зачтено			зачтено			
<u>Знания</u>	Отсутствие знаний теоретического материала. Невозможность оценить полноту знаний вследствие отказа обучающегося от ответа	Уровень знаний ниже минимальных требований. Имели место грубые ошибки	Минимально допустимый уровень знаний. Допущено много негрубых ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько негрубых ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько несущественных ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Ошибок нет.	Уровень знаний в объеме, превышающем программу подготовки.
<u>Умения</u>	Отсутствие минимальных умений. Невозможность оценить наличие умений вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы основные умения. Имели место грубые ошибки	Продемонстрированы основные умения. Решены типовые задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, но не в полном объеме	Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания в полном объеме, но некоторые с недочетами	Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания в полном объеме, но некоторые с недочетами	Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с отдельными несущественными недочетами, выполнены все задания в полном объеме	Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме без недочетов
<u>Навыки</u>	Отсутствие базовых навыков. Невозможность оценить наличие навыков вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы базовые навыки. Имели место грубые ошибки	Имеется минимальный набор навыков для решения стандартных задач с некоторыми недочетами	Продемонстрированы базовые навыки при решении стандартных задач с некоторыми недочетами	Продемонстрированы базовые навыки при решении стандартных задач без ошибок и недочетов	Продемонстрированы навыки при решении нестандартных задач без ошибок и недочетов	Продемонстрирован творческий подход к решению нестандартных задач

### Шкала оценивания при промежуточной аттестации

Оценка		Уровень подготовки
зачтено	превосходно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «превосходно», продемонстрированы знания, умения, владения по соответствующим компетенциям на уровне выше предусмотренного программой

	<b>отлично</b>	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «отлично».
	<b>очень хорошо</b>	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «очень хорошо»
	<b>хорошо</b>	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «хорошо».
	<b>удовлетворительно</b>	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «удовлетворительно», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «удовлетворительно»
<b>не зачтено</b>	<b>неудовлетворительно</b>	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «неудовлетворительно».
	<b>плохо</b>	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «плохо»

### **5.3 Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения на промежуточной аттестации с указанием критериев их оценивания:**

#### **5.3.1 Типовые задания (оценочное средство - Контрольные вопросы) для оценки сформированности компетенции ОПК-1**

*Семестр 5*

*Контрольные вопросы к зачету по Теме 1*

Постановка задачи Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений и систем. Истинная и численная траектории. Шаг метода и шаг интегрирования. Счет с выходом на границу, счет на установление и другие критерии останова счета. Одношаговые и многошаговые методы. Примеры явных одношаговых методов, их каноническая запись. Метод Рунге-Кутты 4-го порядка. Глобальная и локальная погрешность метода. Порядок малости локальной погрешности и порядок метода. Контроль локальной погрешности за счет двойного счета с половинным шагом. Базовая схема счета, счет с корректировкой значений. Контроль локальной погрешности за счет методов разных порядков. Метод Рунге-Кутты-Мерсона. Порядок метода и порядок малости глобальной погрешности. Поведение глобальной погрешности на участках численной траектории. Методы решения задачи Коши для систем ОДУ. Анализ малости локальной погрешности и порядка методов. Обоснование контроля погрешности за счет двойного счета с половинным шагом. Свойства жестких систем обыкновенных дифференциальных уравнений. Пример жесткой системы ОДУ.

*Контрольные вопросы к зачету по Темам 2-4*

*Прямые и итерационные методы решения СЛАУ. Запись СЛАУ с трехдиагональной матрицей. Вывод формул метода прогонки. Теоремы о применении метода. Вычислительная устойчивость и оценка трудоемкости метода. Примеры применения метода: сплайн-интерполяция, краевые задачи для ОДУ, уравнение теплопроводности. Циклическая прогонка\*. Матричная прогонка\*. Параллельная реализация прогонки\*.*

*Модельная задача I с разрывными коэффициентами: запишите задачу и укажите тип задачи. Укажите граничные условия. Построение однородной консервативной разностной схемы методом*

баланса (интегрально-интерполяционный метод). Проверка корректности схемы. Варианты расчета коэффициентов консервативной разностной схемы (применение формул численного интегрирования)

Модельная задача II для доказательства сходимости: запишите задачу и укажите тип задачи. Укажите виды граничных условий. Запишите разностную схему. Понятия погрешности схемы и сходимости. Разностный оператор, **понятие и анализ погрешности разностного оператора. Погрешность аппроксимации (для схемы).** Связь погрешности схемы и погрешности аппроксимации. Оценка погрешности аппроксимации. **Доказательство устойчивости и сходимости.** Анализ общей погрешности.

Модельная задача VII (уравнение теплопроводности). Запишите нестационарную задачу. Укажите начальные и граничные условия. Аппроксимация частных производных разностными операторами. Схемы явная, неявная, неявная с весом. Аппроксимация задачи разностной схемой, устойчивость, сходимость, порядок сходимости. Сходимость абсолютная и условная. Методы решения схем.

Модельная задача для оценки вычислительной погрешности. **Способы задания граничных условий.** Пример аппроксимации граничных условий. Аппроксимация граничных условий методом баланса. Пример отсутствия сходимости. Пример сходящейся неоднородной схемы.

### Критерии оценивания (оценочное средство - Контрольные вопросы)

Оценка	Критерии оценивания
зачтено	Вопросы отвечены в соответствии с программой подготовки в полном объеме либо в допустимом объеме. Умение обосновать математическую модель и вычислительный алгоритм подтверждено в полном объеме либо допустимом объеме. Возможны отдельные недочеты, несущественные или негрубые ошибки. Работа над ошибками проведена.
не зачтено	Вопросы в соответствии с программой подготовки не отвечены. Умение обосновать математическую модель и вычислительный алгоритм не подтверждено. Есть грубые ошибки, работа над ошибками не проведена. Отсутствие знаний теоретического материала, невозможность сформировать оценку в силу отказа обучающегося от ответа.

### 5.3.2 Типовые задания (оценочное средство - Контрольные вопросы) для оценки сформированности компетенции ОПК-1

Контрольные вопросы к экзамену

1. Метод прогонки. Вычислительная устойчивость методов

\* Запись СЛАУ с трехдиагональной матрицей

\* Вывод формул метода прогонки

\* Теоремы о применимости метода

\* Вычислительная устойчивость

\* Оценка трудоемкости

\* Примеры применения (задачи):

- \*\* сплайн-интерполяция
- \*\* краевые задачи для ОДУ
- \*\* нестационарное уравнение теплопроводности

\* Циклическая прогонка (\*) Матричная прогонка (\*)

## 2. Сплайн-интерполяция

- \* Кубический сплайн, его свойства, канонический вид
- \* Задача сплайн-интерполяции, выбор граничных условий
- \* Теорема о существовании, единственности и способе построения интерполяционного кубического сплайна
- \* Сходимость сплайн-интерполяции
- \* Смысл кубических сплайнов, смысл ЕГУ

## 3. Интерполяция полиномами

- \* Интерполяционный полином, теорема о существовании, единственности и представлении в форме Лагранжа
- \* Погрешность интерполяции (экстраполяции), вычислительная и общая погрешность, анализ общей погрешности (задача)
- \* Теорема о погрешности интерполяции (экстраполяции)
- \* Теоремы о сходимости (отсутствии сходимости)\*
- \* Таблицы разностей. Запись интерполяционного полинома в форме Ньютона и другие записи. Способы вычисления полинома (\*)
- \* Интерполяционный полином Эрмита (\*)
- \* Интерполяция тригонометрическими полиномами (\*)

## 4. Численное дифференцирование

- \* Формулы численного дифференцирования (ФЧД) интерполяционного типа. Пример: правый разностный оператор для вычисления первой производной на двухточечном шаблоне:
  - \*\* способ построения, погрешность численного дифференцирования, порядок формулы, точность формулы, порядок погрешности, вычислительная и общая погрешность, анализ общей погрешности
  - \*\* оптимальный шаг численного дифференцирования
- \* Построение и анализ свойств ФЧД на примерах.
- \* Построение ФЧД методом моментов (пример)

## 5. Методы решения краевых задач: метод баланса

- \* *Модельная задача I* (стационарное уравнение теплопроводности с разрывными коэффициентами, первая краевая задача), построение разностной схемы интегрально-интерполяционным методом

\* Варианты записи коэффициентов схемы

\* Обоснование методов решения схемы

\* Анализ общей погрешности решения

6. Теория разностных схем. Пример анализа сходимости.

\* *Модельная задача II* (стационарное уравнение теплопроводности с постоянными коэффициентами, первая краевая задача), анализ погрешности, погрешности аппроксимации, порядка аппроксимации, порядка сходимости, устойчивости схемы

\* Доказательство сходимости

\* Анализ общей погрешности решения

7. Консервативные разностные схемы

Понятие о консервативных разностных схемах для решения уравнений математической физики

\* Теоремы о сходимости схем (формулировки)

\* Программы (тесты) для оценки вычислительной погрешности

\* Типовая и улучшенная аппроксимация ГУ для решения третьей и смешанной краевых задач\* (оптимизация сходимости)

\* Примеры неконсервативных схем, отсутствие сходимости, дисбаланс схемы

8. Задача Дирихле для уравнения Пуассона. Выбор и реализация численного решения

\* *Модельная задача III* (задача Дирихле для уравнения Пуассона), построение разностной схемы

\* Запись схемы в матричном виде, блочная структура матрицы

\* Утверждения о свойствах матрицы

\* Утверждения о свойствах схемы (погрешность и погрешность аппроксимации, ее оценка, порядок, связь погрешностей), формулировка теоремы о сходимости

9. Введение в итерационные методы линейной алгебры

\* Погрешность, невязка, точность метода на шаге

\* Критерии остановки метода

\* Оценка погрешности через невязку

\* Симметричные и положительно-определенные матрицы, их свойства, прием нормализации

\* Оценка спектра матрицы, теорема Гершгорина

\* Примеры итерационных методов, их реализации, теорем о сходимости:

\*\* метод Якоби

\*\* метод Зейделя

\*\* метод верхней релаксации, оптимальный параметр метода

10. Решение модельной задачи Дирихле для уравнения Пуассона

\* Обоснование применения методов (Зейдель, верхняя релаксация)

\* Реализация методов

\* Оценка погрешности решения СЛАУ

\* Анализ структуры общей погрешности, управление параметрами счета

11. Задача Дирихле для уравнения Пуассона. Принцип максимума. Анализ сходимости схемы и общей погрешности

\* Шаблон узла, окрестность узла, граничные и внутренние узлы, типы внутренних узлов, связанные и несвязные сетки

\* Принцип максимума, доказательство. Существование и единственности решения схемы

\* Доказательство сходимости схемы

\* Постановки модельных задач (IV, V, VI) для других типов областей, обоснование возможных методов решения

11. Численное решение нестационарного уравнения теплопроводности

\* *Модельная задача VII* (нестационарное уравнение теплопроводности, первая краевая задача), явная и чисто неявная разностные схемы, схемы с весом, их свойства, способ решения разностных схем

12. Решение СЛАУ большой размерности: инструменты анализа сходимости

Аксиомы векторных и матричных норм, согласованные (подчиненные) нормы, их свойства. Матричные нормы и собственные числа

Обусловленность линейных систем, числа обусловленности, их свойства, оценка погрешности решения возмущенных линейных систем

Механизм обусловленности, примеры

Скорость сходимости методов

Нормализация СЛАУ

13. Решение СЛАУ большой размерности: метод простой итерации, метод минимальных невязок

\* Канонический вид одношаговых итерационных методов, их свойства (явные, неявные, стационарные и нестационарные методы)

\* Метод простой итерации

\*\* подбор параметра, анализ сходимости

\*\* метод с оптимальным параметром, анализ сходимости

\* Метод минимальных невязок, подбор параметра, анализ сходимости

\* Сопоставление скорости сходимости

14. Обоснование применения методов (примеры)

\* Построение методов на основе оценок границ спектра

\* Оценка погрешности решения СЛАУ на основе теорем о сходимости (на примере модельной задачи)

\* Методы решения проблемы собственных значений

15. Оптимизация сходимости: метод с чебышевским  $k$ -набором параметров

\* Задача об отыскании полинома, наименее уклоняющегося от нуля (в классе полиномов заданной степени со старшим коэффициентом 1)

\* Задача об отыскании полинома, наименее уклоняющегося от нуля (в классе полиномов степени не выше заданной со свободным коэффициентом 1)

\* Методы с чебышевским  $k$ -набором параметров ( $K \geq 1$ )

\*\* построение методов

\*\* анализ сходимости

\*\* подбор параметров на основе оценок границ спектра

16. Оптимизация сходимости: метод сопряженных градиентов

\* Сведение задачи решения СЛАУ к задаче оптимизации

\* Свойства сопряженных направлений, решение задачи оптимизации на линейных многообразиях

\* Метод сопряженных градиентов, способ счета, свойства метода, сходимость

\* Сопоставление скорости сходимости методов

17. Анализ сходимости разностных схем, метод разделения переменных

\* *Модельная задача VII*, явная разностная схема: задача на собственные числа и собственные функции, свойства собственных функций, пространство и базис для работы на слое

\* Первая вспомогательная задача для анализа устойчивости схемы, свойство вычислительной устойчивости

\* Вторая вспомогательная задача, теорема об устойчивости схемы по правой части и начальным условиям

\* Анализ погрешности аппроксимации, доказательство сходимости

\* Численное решение нелинейной задачи (\*)

18. Решение задачи Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений и систем

\* Постановка задачи Коши для ОДУ, основные понятия. Одношаговые и многошаговые методы. Примеры явных одношаговых методов, их каноническая запись. Организация вычислений

\* Глобальная и локальная погрешность метода.

\* Порядок локальной погрешности и порядок метода

\* Контроль локальной погрешности

\*\* за счет двойного счета с половинным шагом

\*\* с помощью методов разных порядков

\* Анализ локальной погрешности и порядка методов (примеры)

\* Обоснование оценки локальной погрешности за счет двойного счета с половинным шагом

\* Глобальная погрешность и порядок метода

\* Решение задачи Коши для жестких систем ОДУ. Понятие жесткой системы. Неявные методы типа Рунге-Кутты.

19. Методы обработки данных и приближения функций. Метод наименьших квадратов

\* Принцип наименьших квадратов. Теорема о существовании, единственности и способах построения МНК-полиномов заданной степени. Нормальная система уравнений, истинные и предсказанные значения отклика, остатки

\* Выбор степени МНК-полинома, критерии качества решения

\* Приближения на основе обобщенных полиномов

20. Методы обработки данных и приближения функций. Приближения в гильбертовых пространствах

\* Элемент наилучшего приближения в конечномерном подпространстве гильбертова пространства. Теорема о существовании, единственности и способах его построения. Примеры.

21. Методы обработки данных и приближения функций. Наилучшие равномерные приближения, экономизация степенных рядов

\* Элемент наилучшего равномерного приближения функции в классе полиномов заданной степени. Теорема о чебышевском альтернансе

\* Задачи о построении полиномов, наименее уклоняющихся от нуля.

\* Экономизация степенных рядов, анализ погрешности

22. Вариационно-проекторные методы решения краевых задач

\* Численное решение краевых задач на примере линейного ОДУ 2-го порядка с неоднородными граничными условиями:

\*\* метод Бубнова-Галеркина, метод конечных элементов\*

\*\* метод коллокации

\*\* МНК (интегрально и на системе точек)

\*\* метод Ритца\*

\* Численное решение краевых задач на примере задачи Дирихле (\*)

\*\* метод конечных элементов

23. Численное решение нелинейных уравнений и систем уравнений (\*)

\*\* метод простой итерации и теорема о неподвижной точке

\*\* метод Ньютона

23. Численное решение нелинейных краевых задач (\*)

\*\* квазилинеаризация разностных схем

## 25. Численное интегрирование

- \* Квадратурные формулы (КВФ) интерполяционного типа: узлы, веса, погрешность, порядок, точность, порядок погрешности, вычислительная, общая погрешность
- \* Построение формул методом моментов (примеры)
- \* Квадратурные формулы Ньютона-Котеса. Формула Симпсона, анализ общей погрешности
- \* Составная формула Симпсона, анализ общей погрешности и оценка погрешности интегрирования на основе производных и по правилу Рунге. Другие составные формулы
- \* Метод адаптивной квадратуры, критерий останова счета, его обоснование
- \* Квадратурные формулы наивысшей степени точности – квадратуры Гаусса
- \* Вычисление несобственных интегралов (\*)

### Критерии оценивания (оценочное средство - Контрольные вопросы)

Оценка	Критерии оценивания
превосходно	Вопросы отвечены в полном объеме в соответствии с программой подготовки и сверх программы подготовки. Умение обосновать математическую модель и вычислительный алгоритм подтверждено в полном объеме.
отлично	Вопросы отвечены в полном объеме в соответствии с программой подготовки. Умение обосновать математическую модель и вычислительный алгоритм подтверждено. Возможны отдельные несущественные недочеты.
очень хорошо	Вопросы отвечены в полном объеме в соответствии с программой подготовки. Возможны несущественные ошибки и недочеты. Умение обосновать математическую модель и вычислительный алгоритм в целом подтверждено.
хорошо	Вопросы отвечены в полном объеме в соответствии с программой подготовки. Возможны отдельные негрубые ошибки и недочеты. Умение обосновать математическую модель и вычислительный алгоритм в основном подтверждено.
удовлетворительно	Вопросы отвечены в соответствии с программой подготовки не в полном, но в допустимом объеме. Или имеют место заметные негрубые ошибки. Умение обосновать математическую модель и вычислительный алгоритм подтверждено в допустимом объеме.
неудовлетворительно	Вопросы в соответствии с программой подготовки не отвечены. Уровень знаний ниже допустимого или имеют место грубые ошибки. Умение обосновать математическую модель и вычислительный алгоритм не подтверждено.
плохо	Отсутствие знаний теоретического материала, либо неумение обосновать математическую модель и вычислительный алгоритм, либо невозможность

Оценка	Критерии оценивания
	сформировать оценку в силу отказа обучающегося от ответа.

### **5.3.3 Типовые задания (оценочное средство - Доклад) для оценки сформированности компетенции ОПК-1**

Семестр 5

На основе решенных в семестре 5 практических заданий (выборка из 3 – 5 задач) студент готовит доклад. Доклад выносится на зачет.

В докладе должны быть отражены: постановка задачи, цель и задача вычислений, применяемый метод и его свойства, ход решения, итоговый и промежуточные результаты (контрольные точки); анализ погрешности и другие вопросы задания; сервис (инструмент) проведенных вычислений.

**Пример комплекта заданий для доклада**

### Задача №1

С целью численного решения стационарного уравнения теплопроводности

$$\frac{d}{dx} \left( k(x) \frac{du}{dx} \right) - q(x) u(x) = -f(x) \text{ при } x \in (0, 1),$$

$$u(0) = 0, u(1) = 1.$$

$$k(x) = \begin{cases} 2 \cos(x), & x \in (0, \xi) \\ x^2, & x \in (\xi, 1) \end{cases} \quad q(x) = \begin{cases} x+1, & x \in (0, \xi) \\ 2-x^2, & x \in (\xi, 1) \end{cases} \quad f(x) = \begin{cases} \cos(x)+x, & x \in (0, \xi) \\ \sin(x)+x, & x \in (\xi, 1) \end{cases}, \quad \xi=0.501$$

постройте разностную схему методом баланса. Интегралы вычислите приближенно, используя формулу средних прямоугольников. Запишите схему и коэффициенты схемы для данной задачи при произвольном числе разбиений и при  $n=10$  с рисунком.

### Задача №2

Поставлена задача Коши для обыкновенного дифференциального уравнения

$$U'(x) = x^2 - 3U(x)$$

$$x_0 = 0, U(x_0) = 1.$$

а) Запишите расчетные формулы метода Рунге-Кутты второго порядка (I) и, полагая шаг равным 0.1, найдите численно  $U(0.2)$ .

б) Запишите формулу для оценки локальной погрешности при  $x = 0.2$  и оцените ЛП.

в) Используя результаты а), б), скорректируйте численное решение при  $x = 0.2$ .

### Задача №3

Поставлена задача Коши для системы обыкновенных дифференциальных уравнений

$$U_1'(x) = 2U_1(x) - U_2(x) + x$$

$$U_2'(x) = U_1(x) + U_2(x) - x$$

$$x_0 = 0, U_1(x_0) = 1, U_2(x_0) = 1.$$

а) Запишите расчетные формулы метода Рунге-Кутты второго порядка (I) и, полагая шаг равным 0.1, найдите численно  $U_1(0.2)$ ,  $U_2(0.2)$

б) Запишите, как подсчитать вектор S для оценки погрешности при  $x=0.2$ .

в) Пусть для управления шагом выбрано значение  $\epsilon_{ps} = 0.001$ . Можно ли принять результат, полученный для  $U_1(0.2)$ ,  $U_2(0.2)$ ?

г) Нужно (можно) ли изменить шаг для продолжения счета?

### Критерии оценивания (оценочное средство - Доклад)

Оценка	Критерии оценивания
зачтено	Задания выполнены верно, возможны незначительные (негрубые) ошибки, контрольные точки вычислений должны быть обозначены и пройдены без грубых ошибок, этапы обоснования математической модели и вычислительного алгоритма должны быть обозначены верно и пройдены без грубых ошибок, работа над ошибками и недочетами проведена
не зачтено	Задания не выполнены или выполнены в существенно неполном объеме, контрольные точки вычислений не обозначены или допущены грубые ошибки, этапы обоснования математической модели и вычислительного алгоритма не обозначены или пройдены с ошибками, работа над ошибками и недочетами не проведена

### 5.3.4 Типовые задания (оценочное средство - Задания) для оценки сформированности компетенции ОПК-1

Примеры заданий на экзамен (Семестр 6)

#### Задача №1

Обосновать возможность применения прогонки и решить прогонкой:

$$\begin{bmatrix} 4 & -1 & 0 \\ -1 & 4 & -1 \\ 0 & -1 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Обосновать вычислительную целесообразность метода.

#### Задача №2

Провести полный анализ погрешности составной формулы средних прямоугольников. Записать и обосновать два способа оценки и погрешности интегрирования. Оценить число разбиений для отыскания

$$\int_0^1 \frac{\cos x \, dx}{1+x^2}$$

с погрешностью гарантированно не более  $10^{-4}$ . Какие требования должны быть для этого предъявлены к точности задания функции и выполнения операций?

#### Задача №3

Построить методом моментов квадратуру Гаусса на 2-х узлах. Провести полный анализ погрешности.

#### Задача №4

Используя таблицу значений  $f(x) = ch(x)$

$x$	0.2	0.4	0.5
$f(x)$	1.02007	1.08107	1.12763

(погрешность не превосходит  $0.5 \cdot 10^{-5}$ ), постройте интерполяционный полином 2-й степени и вычислите приближенно  $f(x_0)$ ,  $x_0 = 0.35$ .

Проведите полный анализ погрешности. Оцените относительный вклад возможной вычислительной погрешности. Проведите полный анализ погрешности применения построенного полинома на участке  $[0.1, 0.4]$ .

### Критерии оценивания (оценочное средство - Задания)

Оценка	Критерии оценивания
превосходно	Задание выполнено в полном объеме без недочетов. Умение обосновать математическую модель и вычислительный алгоритм подтверждено в полном объеме.
отлично	Задание выполнено в полном объеме. Возможны отдельные несущественные недочеты. Умение обосновать математическую модель и вычислительный алгоритм подтверждено.
очень хорошо	Задание выполнено. Возможны недочеты. Умение обосновать математическую модель и вычислительный алгоритм в целом подтверждено.

Оценка	Критерии оценивания
хорошо	Задание выполнено. Возможны отдельные негрубые ошибки. Умение обосновать математическую модель и вычислительный алгоритм в основном подтверждено.
удовлетворительно	Задание выполнено либо не в полном объеме, либо допущено много негрубых ошибок. Умение обосновать математическую модель и вычислительный алгоритм подтверждено в допустимом объеме.
неудовлетворительно	Задание выполнено либо не в полном объеме, либо имеют место грубые ошибки. Умение обосновать математическую модель и вычислительный алгоритм не подтверждено.
плохо	Задание не выполнено либо невозможно его оценить вследствие отказа обучающегося от ответа.

## 6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля)

Основная литература:

1. Бахвалов Николай Сергеевич. Численные методы : [учеб. пособие для вузов]. - М. : Наука, 1987. - 598 с. : ил. - 1.60., 31 экз.
2. Бахвалов Н. С. Численные методы : учеб. пособие для студентов физ.-мат. спец. вузов / Н. С. Бахвалов, Н. П. Жидков, Г. М. Кобельков. - 3-е изд., перераб. и доп. - М. : Бином. Лаборатория знаний, 2003. - 632 с. : ил. - (Технический университет). - ISBN 5-94774-060-5 : 165.00., 45 экз.
3. Бахвалов Н. С. Численные методы : учеб. пособие для студентов физ.-мат. спец. вузов / Н. С. Бахвалов, Н. П. Жидков, Г. М. Кобельков. - 3-е изд., перераб. и доп. - М. : Бином. Лаборатория знаний, 2003. - 632 с. : ил. - (Технический университет). - ISBN 5-94774-060-5 : 165.00., 45 экз.
4. Самарский Александр Андреевич. Численные методы : [учеб. пособие для вузов по специальности "Прикладная математика"]. - М. : Наука, 1989. - 429, [1] с. : ил. - ISBN 5-02-013996-3 (в пер.) : 1.20., 44 экз.
5. Стронгина Н. Р. Курс «Численные методы»: Методы численного решения задачи Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений и систем (Модуль 16) : учебно-методическое пособие / Стронгина Н. Р. - Нижний Новгород : ННГУ им. Н. И. Лобачевского, 2021. - 91 с. - Рекомендовано методической комиссией Института информационных технологий, математики и механики для студентов ННГУ, обучающихся по направлению 01.03.02 «Прикладная математика и информатика». - Библиогр.: доступна в карточке книги, на сайте ЭБС Лань. - Книга из коллекции ННГУ им. Н. И. Лобачевского - Математика., <https://e-lib.unn.ru/MegaPro/UserEntry?Action=FindDocs&ids=783278&idb=0>.
6. Стронгина Н. Р. Курс «Численные методы»: Уравнение теплопроводности как модельная задача дисциплины (Модули 4-7, стационарный случай) : учебно-методическое пособие / Стронгина Н. Р. - Нижний Новгород : ННГУ им. Н. И. Лобачевского, 2021. - 78 с. - Рекомендовано методической комиссией Института информационных технологий, математики и механики для студентов ННГУ, обучающихся по направлению 01.03.02 «Прикладная математика и информатика». - Библиогр.:

доступна в карточке книги, на сайте ЭБС Лань. - Книга из коллекции ННГУ им. Н. И. Лобачевского - Математика., <https://e-lib.unn.ru/MegaPro/UserEntry?Action=FindDocs&ids=783271&idb=0>.

7. Стронгина Н. Р. Курс «Численные методы»: Анализ устойчивости и сходимости разностных схем методом разделения переменных (Модуль 18) : учебно-методическое пособие / Стронгина Н. Р. - Нижний Новгород : ННГУ им. Н. И. Лобачевского, 2021. - 25 с. - Рекомендовано методической комиссией Института информационных технологий, математики и механики для студентов ННГУ, обучающихся по направлению 01.03.02 «Прикладная математика и информатика». - Библиогр.: доступна в карточке книги, на сайте ЭБС Лань. - Книга из коллекции ННГУ им. Н. И. Лобачевского - Математика., <https://e-lib.unn.ru/MegaPro/UserEntry?Action=FindDocs&ids=783279&idb=0>.

8. Стронгина Н. Р. Курс «Численные методы»: Интерполяция кубическими сплайнами (Модуль 12.1) : учебно-методическое пособие / Стронгина Н. Р. - Нижний Новгород : ННГУ им. Н. И. Лобачевского, 2021. - 35 с. - Рекомендовано методической комиссией Института информационных технологий, математики и механики для студентов ННГУ, обучающихся по направлению 01.03.02 «Прикладная математика и информатика». - Библиогр.: доступна в карточке книги, на сайте ЭБС Лань. - Книга из коллекции ННГУ им. Н. И. Лобачевского - Математика., <https://e-lib.unn.ru/MegaPro/UserEntry?Action=FindDocs&ids=783273&idb=0>.

9. Стронгина Н. Р. Курс «Численные методы»: Итерационные методы решения СЛАУ для вычислительно-трудоемких задач (Модули 10 – 11) : учебно-методическое пособие / Стронгина Н. Р. - Нижний Новгород : ННГУ им. Н. И. Лобачевского, 2021. - 79 с. - Рекомендовано методической комиссией Института информационных технологий, математики и механики для студентов ННГУ, обучающихся по направлению 01.03.02 «Прикладная математика и информатика». - Библиогр.: доступна в карточке книги, на сайте ЭБС Лань. - Книга из коллекции ННГУ им. Н. И. Лобачевского - Математика., <https://e-lib.unn.ru/MegaPro/UserEntry?Action=FindDocs&ids=783272&idb=0>.

10. Стронгина Н. Р. Курс «Численные методы»: Интерполяция полиномами и анализ погрешности (Модуль 12.2) : учебно-методическое пособие / Стронгина Н. Р. - Нижний Новгород : ННГУ им. Н. И. Лобачевского, 2021. - 44 с. - Рекомендовано методической комиссией Института информационных технологий, математики и механики для студентов ННГУ, обучающихся по направлению 01.03.02 «Прикладная математика и информатика». - Библиогр.: доступна в карточке книги, на сайте ЭБС Лань. - Книга из коллекции ННГУ им. Н. И. Лобачевского - Математика., <https://e-lib.unn.ru/MegaPro/UserEntry?Action=FindDocs&ids=783274&idb=0>.

11. Стронгина Н. Р. Курс «Численные методы»: Операторы численного дифференцирования и анализ погрешности (Модуль 12.3) : учебно-методическое пособие / Стронгина Н. Р. - Нижний Новгород : ННГУ им. Н. И. Лобачевского, 2021. - 34 с. - Рекомендовано методической комиссией Института информационных технологий, математики и механики для студентов ННГУ, обучающихся по направлению 01.03.02 «Прикладная математика и информатика». - Библиогр.: доступна в карточке книги, на сайте ЭБС Лань. - Книга из коллекции ННГУ им. Н. И. Лобачевского - Математика., <https://e-lib.unn.ru/MegaPro/UserEntry?Action=FindDocs&ids=783275&idb=0>.

12. Стронгина Н. Р. Курс «Численные методы»: Численное интегрирование и анализ погрешности (Модуль 12.4) : учебно-методическое пособие / Стронгина Н. Р. - Нижний Новгород : ННГУ им. Н. И. Лобачевского, 2021. - 55 с. - Рекомендовано методической комиссией Института информационных технологий, математики и механики для студентов ННГУ, обучающихся по направлению 01.03.02 «Прикладная математика и информатика». - Библиогр.: доступна в карточке

книги, на сайте ЭБС Лань. - Книга из коллекции ННГУ им. Н. И. Лобачевского - Математика., <https://e-lib.unn.ru/MegaPro/UserEntry?Action=FindDocs&ids=783276&idb=0>.

13. Стронгина Н. Р. Курс «Численные методы»: Методы приближения функций и обработки экспериментальных данных, основанные на решении задач оптимизации (Модуль 14.2) : учебно-методическое пособие / Стронгина Н. Р. - Нижний Новгород : ННГУ им. Н. И. Лобачевского, 2021. - 59 с. - Рекомендовано методической комиссией Института информационных технологий, математики и механики для студентов ННГУ, обучающихся по направлению 01.03.02 «Прикладная математика и информатика». - Библиогр.: доступна в карточке книги, на сайте ЭБС Лань. - Книга из коллекции ННГУ им. Н. И. Лобачевского - Математика., <https://e-lib.unn.ru/MegaPro/UserEntry?Action=FindDocs&ids=783277&idb=0>.

14. Стронгина Н. Р. Курс «Численные методы»: Методы решения краевых задач, основанные на решении задач оптимизации: примеры вариационно- проекционных методов (Модуль 14.1) : учебно-методическое пособие / Стронгина Н. Р. - Нижний Новгород : ННГУ им. Н. И. Лобачевского, 2021. - 35 с. - Рекомендовано методической комиссией Института информационных технологий, математики и механики для студентов ННГУ, обучающихся по направлению 01.03.02 «Прикладная математика и информатика». - Библиогр.: доступна в карточке книги, на сайте ЭБС Лань. - Книга из коллекции ННГУ им. Н. И. Лобачевского - Математика., <https://e-lib.unn.ru/MegaPro/UserEntry?Action=FindDocs&ids=783280&idb=0>.

Дополнительная литература:

1. Демидович Б. П. Основы вычислительной математики / Демидович Б. П., Марон И. А. - 8-е изд., стер. - Санкт-Петербург : Лань, 2022. - 672 с. - Книга из коллекции Лань - Математика. - ISBN 978-5-8114-0695-1., <https://e-lib.unn.ru/MegaPro/UserEntry?Action=FindDocs&ids=799742&idb=0>.
2. Марчук Г. И. Методы вычислительной математики / Марчук Г. И. - 4-е изд., стер. - Санкт-Петербург : Лань, 2022. - 608 с. - Книга из коллекции Лань - Математика. - ISBN 978-5-8114-0892-4., <https://e-lib.unn.ru/MegaPro/UserEntry?Action=FindDocs&ids=799629&idb=0>.
3. Фаддеев Д. К. Вычислительные методы линейной алгебры / Фаддеев Д. К., Фаддеева В. Н. - 4-е изд., стер. - Санкт-Петербург : Лань, 2022. - 736 с. - Книга из коллекции Лань - Математика. - ISBN 978-5-8114-0317-2., <https://e-lib.unn.ru/MegaPro/UserEntry?Action=FindDocs&ids=799651&idb=0>.
4. Вержбицкий Валентин Михайлович. Численные методы. Математический анализ и обыкновенные дифференциальные уравнения : учеб. пособие для вузов. - М. : Высшая школа, 2001. - 382 с. : ил. - ISBN 5-06-003982-X : 65.34., 11 экз.
5. Дробышев Валерий Игнатьевич. Задачи по вычислительной математике : [для вузов по специальности "Приклад. математика"] / под ред. Г. И. Марчука. - М. : Наука, 1980. - 144 с. - 0.30., 21 экз.
6. Бахвалов Н. С. Численные методы в задачах и упражнениях : учеб. пособие / под ред. В. А. Садовниченко. - М. : Высшая школа, 2000. - 190 с. - (Высшая математика). - ISBN 5-06-003684-7 : 40.04., 10 экз.

Программное обеспечение и Интернет-ресурсы (в соответствии с содержанием дисциплины):

Операционная система Windows (лицензия), Программное обеспечение: MS Visual Studio .NET 2015 – лицензия по подписке Microsoft Imagine; Microsoft Office (лицензия): текстовый редактор Word, табличный редактор EXCEL

1. Научная электронная библиотека: режим доступа <http://elibrary.ru/>
2. Электронный каталог библиотеки ННГУ <https://e-lib.unn.ru/>
3. Каталог курсов НОУ ИНТУИТ <https://intuit.ru/>
4. EqWorld. Мир математических уравнений / Разработчик – А. Д. Полянин. – М.: ИПМ РАН, 2004 – 2014. Электронный ресурс, содержащий электронные версии книг в свободном доступе. <http://eqworld.ipmnet.ru/indexr.htm>
5. Стронгина Н.Р., Баркалов К.А. "Численные методы" – Весна-1 (семестр 6) для освоения дисциплины "Численные методы", семестры 5-6. ЭУК, учебно-методический комплекс. Фонд электронных образовательных ресурсов ННГУ. – Н. Новгород, 2021. Ид. н. 815EM.06.2021. URL: <https://e-learning.unn.ru/course/view.php?id=815> – Вход требует авторизации.
6. Стронгина Н.Р., Баркалов К.А. "Численные методы" – Осень (семестр 5) для освоения дисциплины "Численные методы", семестры 5-6. ЭУК, учебно-методический комплекс. Фонд электронных образовательных ресурсов ННГУ. – Н. Новгород, 2021. Ид. н. 2135EM.06.2021. URL: <https://e-learning.unn.ru/course/view.php?id=2135> – Вход требует авторизации.

### **7. Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля)**

Учебные аудитории для проведения учебных занятий, предусмотренных образовательной программой, оснащены мультимедийным оборудованием (проектор, экран), техническими средствами обучения, компьютерами, специализированным оборудованием: Учебная аудитория для проведения лекций, оснащенная партами, стульями, обязательно темной учебной доской широкого формата. Оборудование для показа презентаций (персональный компьютер, проектор, экран) на занятиях семинарского типа. Компьютерный класс с лицензионным программным обеспечением (среды разработки) для выполнения лабораторных практикумов. Учебная и научная литература, представленная в библиотечном фонде ННГУ, в электронных библиотеках и на кафедре ДУМЧА ИИТММ.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечены доступом в электронную информационно-образовательную среду.

Программа составлена в соответствии с требованиями ОС ННГУ по направлению подготовки/специальности 01.03.02 - Прикладная математика и информатика.

Автор(ы): Стронгина Наталья Романовна, кандидат физико-математических наук, доцент.

Заведующий кафедрой: Калинин Алексей Вячеславович, доктор физико-математических наук.

Программа одобрена на заседании методической комиссии от 17.12.2025, протокол № протокол №6.