

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

**Федеральное государственное автономное
образовательное учреждение высшего образования
«Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского»**

Радиофизический факультет
(факультет / институт / филиал)

УТВЕРЖДЕНО
решением ученого совета ННГУ
протокол от
«31» мая 2023 г. № 6

Рабочая программа дисциплины

Математический анализ

(наименование дисциплины (модуля))

Уровень высшего образования

специалитет

(бакалавриат / магистратура / специалитет)

Направление подготовки / специальность

10.05.02 «Информационная безопасность телекоммуникационных систем»

(указывается код и наименование направления подготовки / специальности)

Направленность образовательной программы

Системы подвижной цифровой защищенной связи

(указывается профиль / магистерская программа / специализация)

Квалификация (степень)

специалист

(бакалавр / магистр / специалист)

Форма обучения

очная

(очная / очно-заочная / заочная)

Нижегород

2023

1. Место дисциплины в структуре ОПОП

Дисциплина Б1.О.09 «Математический анализ» относится к обязательной части ООП направления подготовки 10.05.02 «Информационная безопасность телекоммуникационных систем», преподается в первом, втором и третьем семестрах.

2. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями и индикаторами достижения компетенций)

Формируемые компетенции (код, содержание компетенции)	Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), в соответствии с индикатором достижения компетенции		Наименование оценочного средства
	Индикатор достижения компетенции* (код, содержание индикатора)	Результаты обучения по дисциплине**	
ОПК-3. Способен использовать математические методы, необходимые для решения задач профессиональной деятельности.	ОПК-3.1 Знает: - основные положения теории пределов функций, - теории рядов - основные теоремы дифференциального и интегрального исчисления функций одного и нескольких переменных.	<i>Знает:</i> - основные положения теории пределов функций, теории рядов, основные теоремы дифференциального и интегрального исчисления функций одного и нескольких переменных, функций комплексного переменного, элементы теории аналитических функций, конформных отображений и вычетов.	Собеседование на экзамене
	ОПК-3.2 Умеет: - определять возможности применения методов математического анализа - решать основные задачи на вычисление пределов функций, дифференцирование и интегрирование, на разложение функций в ряды - строить и изучать непрерывные математические модели для решения	<i>Умеет:</i> определять возможности применения методов математического анализа - решать основные задачи на вычисление пределов функций, дифференцирование и интегрирование, в том числе на вычисление несобственных и контурных интегралов с помощью вычетов, на разложение функций в ряды - строить и изучать непрерывные математические модели для решения расчетных и исследовательских задач - пользоваться расчетными формулами, таблицами при решении задач математического анализа.	Контрольные работы, экзаменационные задачи

3. Структура и содержание дисциплины

3.1 Трудоемкость дисциплины

	очная форма обучения	очно-заочная форма обучения	заочная форма обучения
Общая трудоемкость	17 ЗЕТ	0 ЗЕТ	0 ЗЕТ
Часов по учебному плану	612	0	0
в том числе			
аудиторные занятия (контактная работа):			
- занятия лекционного типа	128		
- занятия семинарского типа (практические занятия / лабораторные работы)	160		
самостоятельная работа	174		
КСР	6		
Промежуточная аттестация – экзамен	144		

3.2 Содержание дисциплины

Наименование и краткое содержание разделов и тем дисциплины (модуля).	Всего (часы)		В том числе											
			Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы									Самостоятельная работа обучающегося, часы		
	Занятия лекционного типа		Занятия семинарского типа		Занятия лабораторного типа		Консультации		Всего					
	Очная	Очно-заочная	Очная	Очно-заочная	Очная	Очно-заочная	Очная	Очно-заочная	Очная	Очно-заочная	Очная	Очно-заочная		
Тема 1. Введение	12		2		4						6		6	
Тема 2. Теория пределов	34		10		12						22		12	

Тема 3. Непрерывность функции	14		4		4					8		6	
Тема 4. Дифференциальное исчисление функции одной переменной	68		16		22					38		30	
Тема 5. Интегральное исчисление функции одной переменной	72		16		22					38		30	
Промежуточная аттестация – экзамен	54								2	56			
Тема 6. Дифференциальное исчисление функции многих переменных	60		18		22					40		20	
Тема 7. Двойные и тройные интегралы	58		16		22					38		20	
Тема 8. Числовые и функциональные ряды	51		14		20					34		17	
Промежуточная аттестация - экзамен.	45								2	47			
Тема 9. Функции комплексного переменного, предел и производная.	19		7		6					13		6	

Тема 10. Элементы теории конформных отображений	6		3							3		3	
Тема 11. Интегрирован ие функции комплексного переменного	17		7		6					13		4	
Тема 12 Ряды аналитических функций	30		10		10					20		10	
Тема 13 Теория вычетов и ее приложения	25		5		10					15		10	
Промежуточн ая аттестация - экзамен.	45							2		47			
Итого	612		128		160			6		438		174	

В соответствии с рабочей программой и тематическим планом изучение дисциплины проходит в виде аудиторной и самостоятельной работы студентов. Учебный процесс в аудитории осуществляется в форме практических (семинарских) занятий. Практическая подготовка предусматривает решение и разбор задач.

Текущий контроль успеваемости проходит в рамках занятий семинарского типа. Текущий контроль по усвоению практического материала заключается в написании контрольных работ по основным темам изучаемой дисциплины, в первом и во втором семестре предусмотрены по 3 контрольные работы, в третьем семестре 1 контрольная работа. Текущий контроль усвоения теоретического материала проходит в форме коллоквиумов в первом и втором семестре.

Формой итогового контроля знаний студентов по дисциплине является экзамен, в ходе которого оценивается уровень теоретических знаний и навыки решения практических задач. Экзамен проводится в каждом из трех семестров.

4. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся

Самостоятельная работа студента включает в себя выполнение домашних заданий по темам практических занятий, подготовку к контрольным работам и подготовку к коллоквиумам и экзаменам. Самостоятельная работа заключается в ознакомлении с теоретическим материалом по конспектам лекций и по учебникам, указанным в списке

литературы, решении дополнительных практических задач для подготовки к экзамену. Цель самостоятельной работы – подготовка современного компетентного специалиста и формирование способностей и навыков к непрерывному самообразованию и профессиональному совершенствованию.

5. Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации по дисциплине (модулю), включающий:

5.1. Описание шкал оценивания результатов обучения по дисциплине

Уровень сформированности компетенций (индикатора достижения компетенций)	Шкала оценивания сформированности компетенций						
	плохо	неудовлетворительно	удовлетворительно	хорошо	очень хорошо	отлично	превосходно
<u>Знания</u>	Отсутствие знаний теоретического материала. Невозможность оценить полноту знаний вследствие отказа обучающегося от ответа	Уровень знаний ниже минимальных требований. Имели место грубые ошибки.	Минимально допустимый уровень знаний. Допущено много негрубых ошибок.	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько негрубых ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько несущественных ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки, без ошибок.	Уровень знаний в объеме, превышающем программу подготовки.
<u>Умения</u>	Отсутствие минимальных умений . Невозможность оценить наличие умений вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы основные умения. Имели место грубые ошибки.	Продемонстрированы основные умения. Решены типовые задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, но не в полном объеме.	Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, в полном объеме, но некоторые с недочетами.	Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи . Выполнены все задания, в полном объеме, но некоторые с недочетами.	Продемонстрированы все основные умения, решены все основные задачи с отдельными несущественными недочетами, выполнены все задания в полном объеме.	Продемонстрированы все основные умения, . Решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме без недочетов
<u>Навыки</u>	Отсутствие владения материалом. Невозможность оценить наличие навыков вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы базовые навыки. Имели место грубые ошибки.	Имеется минимальный набор навыков для решения стандартных задач с некоторыми недочетами	Продемонстрированы базовые навыки при решении стандартных задач с некоторыми недочетами	Продемонстрированы базовые навыки при решении стандартных задач без недочетов.	Продемонстрированы навыки при решении нестандартных задач без ошибок и недочетов.	Продемонстрирован творческий подход к решению нестандартных задач

Шкала оценки при промежуточной аттестации

Оценка	Уровень подготовки
превосходно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «превосходно», продемонстрированы знания, умения, владения по соответствующим компетенциям на уровне, выше предусмотренного программой
отлично	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «отлично», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «отлично»
очень хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «очень хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «очень хорошо»
хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «хорошо»
удовлетворительно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «удовлетворительно», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «удовлетворительно»
неудовлетворительно	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «неудовлетворительно», ни одна из компетенций не сформирована на уровне «плохо»
плохо	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «плохо»

5.2. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения.

5.2.1 Контрольные вопросы

<i>вопросы</i>	<i>Код формируемой компетенции</i>
1. Определение числовой последовательности и ее предела.	ОПК 3
2. Теорема о единственности предела числовой последовательности.	ОПК 3
3. Теорема об ограниченности сходящейся числовой последовательности.	ОПК 3
4. Арифметические действия над числовыми последовательностями.	ОПК 3
5. Теорема о предельном переходе в неравенствах.	ОПК 3
6. Бесконечно большие и бесконечно малые последовательности. Связь между ними. Свойства бесконечно малых последовательностей.	ОПК 3

7. Монотонные последовательности. Теоремы о пределах монотонных последовательностей.	ОПК 3
8. Доказать, что последовательность $a_n = \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$ имеет предел.	ОПК 3
9. Доказать, что $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n}{a^n} = 0, (a > 1), \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a^n}{n!} = 0, (a > 1), \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\log_a n}{n} = 0, \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{n} = 1.$	ОПК 3
10. Фундаментальные последовательности. Подпоследовательности и частичные пределы. Условия сходимости и расходимости последовательности.	ОПК 3
11. Определения предела функции по Коши и по Гейне. Теорема об эквивалентности двух определений предела функции.	ОПК 3
12. Односторонние пределы. Необходимое и достаточное условие существования предела функции.	ОПК 3
13. Первый замечательный предел и следствия из него.	ОПК 3
14. Второй замечательный предел и следствия из него.	ОПК 3
15. Сравнение бесконечно малых величин. Определение порядка малости бесконечно малой и выделение главной части бесконечно малой.	ОПК 3
16. Таблица эквивалентных бесконечно малых с выводом всех формул. Теорема об вычислении пределов с использованием эквивалентных бесконечно малых.	ОПК 3
17. Сравнение бесконечно больших величин. Определение порядка роста.	ОПК 3
18. Непрерывность функции в точке. Необходимое и достаточное условие непрерывности в точке. Классификация точек разрыва.	ОПК 3
19. Непрерывность функции на множестве. Непрерывность элементарных функций. Непрерывность сложной и обратной функции.	ОПК 3
20. Первая и вторая теоремы Коши для непрерывных функций.	ОПК 3
21. Первая и вторая теоремы Вейерштрасса для непрерывных функций.	ОПК 3
22. Определение производной. Геометрический и физический смысл производной. Односторонние производные. Необходимое и достаточное условие существования производной	ОПК 3
23. Правила вычисления производных от суммы, произведения и частного функций.	ОПК 3
24. Производная сложной функции. Производная обратной функции. Производная функции, заданной параметрически. Производная неявно заданной функции.	ОПК 3
25. Определение дифференцируемой функции. Необходимое и достаточное условие дифференцируемости. Связь между непрерывностью и дифференцируемостью функции.	ОПК 3
26. Определение дифференциала функции, его геометрический смысл. Правила вычисления дифференциала. Инвариантность формы первого дифференциала.	ОПК 3
27. Производные высших порядков. Правила повторного дифференцирования.	ОПК 3
28. Повторное дифференцирование в дифференциалах. Нарушение инвариантности формы высших дифференциалов.	ОПК 3
29. Правила Лопиталья раскрытия неопределенностей.	ОПК 3

30. Формула Тейлора для многочлена.	ОПК 3
31. Формула Тейлора для произвольной функции с остаточным членом в форме Пеано.	ОПК 3
32. Формула Тейлора для произвольной функции с остаточным членом в форме Лагранжа. Стандартные разложения с выводом.	ОПК 3
33. Основные теоремы дифференциального исчисления (Ролля, Коши и Лагранжа).	ОПК 3
34. Достаточное условие монотонности функции.	ОПК 3
35. Определение локального экстремума. Необходимое условие экстремума.	ОПК 3
36. Первое и второе достаточные условия экстремума функции в точке.	ОПК 3
37. Определение выпуклой и вогнутой функции. Необходимое и достаточное условие выпуклости (вогнутости) функции. Достаточное условие выпуклости (вогнутости).	ОПК 3
38. Точки перегиба. Необходимое и достаточное условие точки перегиба.	ОПК 3
39. Определение неопределенного интеграла и его свойства. Вывести таблицу интегралов из определения неопределенного интеграла.	ОПК 3
40. Замена переменной в неопределенном интеграле. Вычисление интегралов вида $\int R(x, \sqrt{x^2 - a^2}) dx$, $\int R(x, \sqrt{a^2 \pm x^2}) dx$.	ОПК 3
40. Интегрирование по частям в неопределенном интеграле.	ОПК 3
41. Интегрирование простейших дробей вида $\frac{A}{x-a}$, $\frac{A}{(x-a)^n}$, $\frac{Mx+N}{x^2+px+q}$.	ОПК 3
42. Интегрирование простейшей дроби вида $\frac{Mx+N}{(x^2+px+q)^n}$. Вывод рекуррентной формулы для интеграла $I_n = \int \frac{dx}{(x^2+a^2)^n}$.	ОПК 3
43. Интегрирование иррациональных функций. Дробно-рациональные подстановки.	ОПК 3
44. Интегрирование дифференциального бинома. Подстановки Чебышева.	ОПК 3
45. Подстановки Эйлера.	ОПК 3
46. Интегрирование тригонометрических функций.	ОПК 3
47. Определение интеграла Римана, его геометрический смысл. Классы функций, интегрируемых по Риману.	ОПК 3
48. Свойства интеграла Римана, выражаемые равенствами. Свойства интеграла Римана, выражаемые неравенствами.	ОПК 3
49. Основная теорема интегрального исчисления. Формула Ньютона-Лейбница.	ОПК 3
50. Замена переменной и интегрирование по частям в определенном интеграле	ОПК 3
51. Вычисление площадей плоских фигур в декартовых координатах, в параметрическом виде и в полярных координатах.	ОПК 3
52. Вычисление длины дуги в декартовых координатах, в параметрическом виде и в полярных координатах.	ОПК 3
53. Понятие о двух типах несобственных интегралов.	ОПК 3
54. Определение k -мерного Эвклидова пространства.	ОПК 3
55. Определение функции многих переменных. Понятие функции двух переменных, ее геометрическая интерпретация.	ОПК 3

56. Определение предела функции многих переменных. Теоремы о пределах. Понятие двойного предела, его геометрический смысл.	ОПК 3
57. Полное и частное приращения функции. Непрерывность по совокупности переменных и отдельной переменной. Связь между ними.	ОПК 3
58. Определение частной производной, ее геометрический смысл.	ОПК 3
59. Определение дифференцируемой функции. Теорема о непрерывности дифференцируемой функции. Дифференциал функции многих переменных. Дифференциал функции двух переменных.	ОПК 3
60. Необходимое и достаточное условия дифференцируемости функции.	ОПК 3
61. Производная 1-го порядка сложной функции.	ОПК 3
62. Свойство инвариантности формы первого дифференциала для сложной функции.	ОПК 3
63. Частные производные высших порядков. Теорема о равенстве смешанных производных.	ОПК 3
64. Дифференциалы высших порядков. Вывести общую формулу дифференциала n -го порядка для функции 2-х независимых переменных.	ОПК 3
65. Частные производные 2-го порядка сложной функции (на примере функции 2-х переменных).	ОПК 3
66. Нарушение инвариантности формы дифференциалов высших порядков от сложной функции.	ОПК 3
67. Производная неявно заданной функции. Дифференцирование системы неявно заданных функций.	ОПК 3
68. Замена переменных в дифференциальных выражениях.	ОПК 3
69. Производная по направлению, ее связь с градиентом. Геометрический смысл градиента функции многих переменных.	ОПК 3
70. Определение монотонной функции в заданном направлении. Достаточное условие монотонности.	ОПК 3
71. Определение экстремума функции многих переменных. Необходимое и достаточное условия экстремума для функции многих переменных.	ОПК 3
72. Понятие квадратичной формы. Критерий Сильвестра. Достаточное условие экстремума для функции двух переменных.	ОПК 3
73. Задача отыскания условного экстремума.	ОПК 3
74. Определение двойного интеграла, его геометрический и физический смысл. Свойства двойного интеграла.	ОПК 3
75. Приведение двойного интеграла к повторному в случае прямоугольной области.	ОПК 3
76. Приведение двойного интеграла к повторному в случае криволинейной области.	ОПК 3
77. Криволинейные координаты на плоскости. Геометрический смысл Якобиана. Замена переменных в двойном интеграле.	ОПК 3
78. Полярные и эллиптические координаты. Переход к полярным координатам в двойном интеграле	ОПК 3
79. Определение тройного интеграла. Свойства тройного интеграла, геометрический и физический смысл.	ОПК 3
80. Вычисление тройного интеграла в декартовых координатах. Замена переменных в тройном интеграле.	ОПК 3
81. Переход к цилиндрическим координатам в тройном интеграле.	ОПК 3
82. Переход к сферическим координатам в тройном интеграле.	ОПК 3
83. Определение числового ряда и его сходимости. Доказать сходимость геометрической прогрессии. Свойства числовых рядов.	ОПК 3
84. Критерий Коши сходимости числового ряда. Необходимое условие сходимости ряда.	ОПК 3

85. Признак сравнения для знакоположительных рядов. Предельный признак сравнения для знакоположительных рядов. Эквивалентный признак сравнения	ОПК 3
86. Интегральный признак Коши. Для знакоположительных рядов. Доказать сходимость обобщенного гармонического ряда.	ОПК 3
87. Радикальный признак Коши для знакоположительных рядов. Признак Даламбера для знакоположительных рядов.	ОПК 3
88. Абсолютная и условная сходимость знакопеременных рядов. Общий достаточный признак сходимости знакопеременного ряда.	ОПК 3
89. Признаки Дирихле и Абеля для знакопеременных рядов. Признак Лейбница для знакочередующихся рядов.	ОПК 3
90. Свойства абсолютно сходящихся рядов.	ОПК 3
91. Поточечная и равномерная сходимость функциональных последовательностей и рядов. Критерий Коши равномерной сходимости функциональных последовательностей и рядов.	ОПК 3
92. Мажорантный признак равномерной сходимости функциональной последовательности. Признак Вейерштрасса равномерной сходимости функционального ряда.	ОПК 3
93. Нахождение радиуса и интервала сходимости степенного ряда.	ОПК 3
94. Интегрирование и дифференцирование степенных рядов.	ОПК 3
95. Ряд Тейлора. Стандартные разложения.	ОПК 3
96. Ортогональные и ортонормированные системы функций. Ряд Фурье по ортогональной системе функций.	ОПК 3
97. Основная и обобщенная тригонометрические системы функций. Ряд Фурье по основной и обобщенной тригонометрической системе функций.	ОПК 3
98. Разложение четной и нечетной функции в ряд Фурье. Разложение в ряд Фурье функции на отрезке $[0, \pi]$, (на отрезке $[0, l]$).	ОПК 3
99. Разложение периодической функции в ряд Фурье.	ОПК 3
100. Условия сходимости ряда Фурье, равенство Парсеваля. Теорема Дирихле.	ОПК 3
101. Предел последовательности комплексных чисел. Необходимое и достаточное условие сходимости.	ОПК 3
102. Теорема об ограниченной последовательности. Критерий Коши.	ОПК 3
103. Введение бесконечно удаленной точки (комплексного числа $z = \infty$). Сфера Римана. Определение функции комплексного переменного, ее геометрический смысл. Многозначность и однолиственность отображения	ОПК 3
104. Определение предела функции комплексного переменного по Коши и по Гейне. Непрерывность и ее геометрический смысл.	ОПК 3
105. Примеры отображений, осуществляемых простейшими непрерывными функциями (линейная, квадратичная, отображение инверсии).	ОПК 3
106. Определение производной функции комплексного переменного. Необходимое условие дифференцируемости функции комплексного переменного (условия Коши-Римана). Формула нахождения производной.	ОПК 3
107. Достаточные условия дифференцируемости функции комплексного переменного. Понятие аналитической функции.	ОПК 3

108. Условия Коши-Римана в полярных координатах. Формула вычисления производной. Пример: степенная функция.	ОПК 3
109. Условия Коши-Римана для модуля и аргумента функции. Формула вычисления производной. Пример: показательная функция.	ОПК 3
110. Простейшие свойства аналитических функций.	ОПК 3
111. Свойства действительной и мнимой частей аналитической функции.	ОПК 3
112. Геометрический смысл модуля и аргумента производной функции комплексного переменного. Свойства сохранения углов и постоянства растяжения.	ОПК 3
113. Определение конформного отображения. Основная задача теории конформных отображений. Функции, осуществляющие конформные отображения.	ОПК 3
114. Конформные отображения, осуществляемые линейной и степенной функциями. Поверхность Римана.	ОПК 3
115. Конформное отображение, осуществляемое показательной функцией. Пример: отображение бесконечной вертикальной полосы на верхнюю полуплоскость.	ОПК 3
116. Основные принципы конформного отображения.	ОПК 3
117. Теорема Римана. Невозможность конформного отображения многосвязной области на односвязную. Условия единственности отображения.	ОПК 3
118. Основные свойства конформного отображения, осуществляемого дробно-линейной функцией.	ОПК 3
119. Отображение верхней полуплоскости на единичный круг с помощью дробно-линейной функции.	ОПК 3
120. Определение интеграла от функции комплексного переменного, его вычисление.	ОПК 3
121. Свойства интеграла от функции комплексного переменного.	ОПК 3
122. Теорема Коши для односвязной области.	ОПК 3
123. Обобщение теоремы Коши на случай многосвязной области.	ОПК 3
124. Теорема о первообразной аналитической функции в односвязной области.	ОПК 3
125. Введение неопределенного интеграла. Формула Ньютона-Лейбница.	ОПК 3
126. Вывод формулы Коши. Следствия: формула среднего значения.	ОПК 3
127. Принцип максимума модуля аналитической функции.	ОПК 3
128. Аналитическая зависимость интеграла от параметра.	ОПК 3
129. Существование производных всех порядков у аналитической функции.	ОПК 3
130. Теоремы Морера и Лиувилля. Основная теорема алгебры.	ОПК 3
131. Равномерная сходимоть рядов функций комплексного переменного. Достаточный признак Вейерштрасса. Критерий Коши.	ОПК 3
132. Первая теорема Вейерштрасса для рядов аналитических функций.	ОПК 3
133. Свойства равномерно сходящихся рядов. Вторая теорема Вейерштрасса для рядов аналитических функций.	ОПК 3
134. Теорема Абеля об области абсолютной и равномерной сходимости степенного ряда.	ОПК 3
135. Следствия теоремы Абеля. Круг и радиус сходимости степенного ряда.	ОПК 3

136. Формула Коши-Адамара для радиуса сходимости степенного ряда.	ОПК 3
137. Теорема Тейлора.	ОПК 3
138. Нули аналитической функции. Целая функция. Единственность определения аналитической функции.	ОПК 3
140. Определение аналитического продолжения. Аналитическое продолжение в комплексную плоскость элементарных функций действительного переменного и соотношений между ними.	ОПК 3
141. Аналитическое продолжение с помощью степенных рядов. Понятие полной аналитической функции.	ОПК 3
142. Определение ряда Лорана. Область его сходимости. Теорема о разложении аналитической функции в ряд Лорана.	ОПК 3
143. Правильные и особые точки. Классификация изолированных особых точек. Ограниченность функции в окрестности устранимой особой точки.	ОПК 3
144. Поведение функции в окрестности полюса.	ОПК 3
145. Теорема Сохоцкого-Вейерштрасса.	ОПК 3
146. Разложение в ряд Лорана в окрестности бесконечно удаленной точки, классификация изолированной особой точки $z=\infty$.	ОПК 3
147. Определение вычета. Вычисление вычетов.	ОПК 3
148. Основная теорема теории вычетов. Теорема о сумме вычетов в расширенной комплексной плоскости.	ОПК 3
149. Вычисление интегралов, содержащих тригонометрические функции, с помощью вычетов.	ОПК 3
150. Вычисление главных значений несобственных интегралов вида $\int_{-\infty}^{\infty} f(x)dx$ с помощью вычетов.	ОПК 3
151. Лемма Жордана. Вычисление главных значений несобственных интегралов вида $\int_{-\infty}^{\infty} \Phi(x)e^{imx} dx$ с помощью вычетов.	ОПК 3
152. Логарифмический вычет. Вычисление вычетов логарифмической производной функции.	ОПК 3
153. Теорема о числе нулей и полюсов, ее геометрический смысл.	ОПК 3

5.2.3. Примеры практических заданий (для оценки сформированности умений и навыков компетенции ОПК-3)

1. Вычислить пределы:

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{6}} \frac{\sin\left(x - \frac{\pi}{6}\right)}{\frac{\sqrt{3}}{2} - \cos x}, \quad \lim_{x \rightarrow 0} (\cos 6x)^{\operatorname{ctg}^2 x}, \quad \lim_{x \rightarrow \pm\infty} (\sqrt{x^2 + x} - x)$$

2. Определить порядок малости бесконечно малой $\operatorname{arctg}^2\left(\sqrt{9+x^2} - 3\right) + \ln^3(1+2x)$

при $x \rightarrow 0$ относительно бесконечно малой x^p

3. Определить характер точек разрыва и построить эскиз графика $f(x) = \frac{1}{1 + 2^{\frac{1}{x}}}$

4. Вычислить y'_x , если $y = \sqrt{x^2 + 1} - \ln\left(\frac{1}{x} + \sqrt{1 + \frac{1}{x^2}}\right) + (\sin x)^{\cos x}$

5. Вычислить y''_{xx} , где $x(t) = e^t$, $y(t) = e^{\cos t}$

6. Вычислить $y^{(10)}$, если $y = (x^2 + 1)\sin 2x$

7. Найти d^2y , $y = 4^{-x^2}$ если x – зависящая переменная

8. Вычислить $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - e^{-x} - 2x}{x - \sin x}$ по правилу Лопиталья и по формуле Тейлора

9. Исследовать и построить график функции $f(x) = \frac{x^3}{(1+x)^2}$

10. Вычислить интегралы:

$$\int \frac{\sin 2x}{\sqrt{2 + \cos^2 x}} dx, \quad \int \frac{(x-3)dx}{\sqrt{3-2x-x^2}}, \quad \int \frac{2\operatorname{tg} x + 3}{\sin^2 x + 2\cos^2 x} dx, \quad \int_{-4}^1 \frac{dx}{\sqrt[4]{5-x} + \sqrt{5-x}}$$

$$\int \frac{dx}{(x^2 + 2x - 8)(x^2 + 2x + 5)}, \quad \int_0^{e-1} \ln(x+1) dx, \quad \int \cos^3 2x dx, \quad \int \sqrt[3]{x} \sqrt[3]{1 + 3\sqrt[3]{x^2}} dx$$

11. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями: $y^2 + 8x = 16$, $y^2 - 24x = 48$

12. Найти площадь петли линии $\begin{cases} x = t^2 - 1 \\ y = t^3 - t \end{cases}$

13. Найти длину дуги плоской кривой $r = 1 - \cos \varphi$

14. Найти $\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y}$, если $u = f(x, xy, xyz)$, x, y, z - независимые переменные.

15. Найти $\frac{dx}{dz}, \frac{dy}{dz}, \frac{d^2 x}{dz^2}, \frac{d^2 y}{dz^2}$, если $\begin{cases} x^2 + 2yz = 0 \\ x^2 + y^2 + z^2 = 0 \end{cases}$

16. Преобразовать уравнение $y^2 \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} + 2 \frac{\partial z}{\partial y} = \frac{2}{x}$, если $u = \frac{x}{y}, v = x, w = xz - y$,

где $w = w(u, v)$ - новая функция

17. Исследовать на условный экстремум функции $u = x - 2y + 2z$, если $x^2 + y^2 + z^2 = 1$.

18. Изменить порядок интегрирования: $\int_0^1 dx \int_x^{\sqrt{2-x^2}} f(x, y) dy$

19. Перейти к полярным координатам $x = r \cos \varphi, y = r \sin \varphi$ и расставить пределы интегрирования в том и другом порядке: $\iint_D f(x, y) dx dy, D: x^2 + y^2 \leq 2y, y \geq 1$

20. Перейти к сферическим или цилиндрическим координатам и вычислить:

$$\int_{-2}^2 dx \int_{-\sqrt{4-x^2}}^{\sqrt{4-x^2}} (x^2 + z^2) dz \int_{\frac{x^2+z^2}{2}}^2 dz$$

21. Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями:

$$x^2 + y^2 + z^2 = 1, x^2 + y^2 = z^2, x = 0, y = 0, z = 0 \quad (x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0)$$

22. Исследовать сходимость следующих числовых рядов:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} (\sqrt{n^2 + n + 1} - \sqrt{n^2 - n + 1}), \quad \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{2n^2 + 1}{5 + 3n^2}, \quad \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{\cos^2 n}{\sqrt[3]{n}}$$

23. Исследовать сходимость степенного ряда: $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{n^n} x^n$

24. Исследовать на равномерную сходимость ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2x)^n}{n\sqrt{n^2 + x}}$ при $0 \leq x \leq \frac{1}{2}$

25. Разложить в ряд Тейлора по степеням x функцию: $f(x) = \ln(1 + x + x^2 + x^3)$

26. Определить радиус сходимости степенного ряда $\sum_{n=0}^{\infty} z^{n!}$.

27. Разложить в ряд Лорана функцию $\frac{z^2 - 2z + 5}{(z - 2)(z^2 + 1)}$ в окрестности точки $z = 2$.

28. Вычислить тригонометрический интеграл $\int_0^\pi \frac{dx}{a^2 + \sin^2 x}$ ($a \in \mathbb{C}$).

29. Вычислить несобственный интеграл $\int_0^\infty \frac{\sin x}{x(1 + x^2)^2} dx$.

30. Определить радиус сходимости степенного ряда $\sum_{n=0}^\infty z^{2^n}$.

31. Разложить в ряд Лорана функцию $z^2 e^{1/z}$ в окрестности точки $z = \infty$.

32. Вычислить контурный интеграл $\int_{|z-i|=2} \frac{1}{z} \cos \frac{1}{z-2i} dz$.

33. Вычислить несобственный интеграл $\int_0^\infty \frac{x^2 dx}{x^4 + 10x^2 + 9}$.

6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля)

а) основная литература:

1. Ильин В.А., Позняк Э.Г. Основы математического анализа (в двух частях) - М.: Физматлит, 2005. – 648с.
2. Фихтенгольц Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления. Т.1,2,3. - М.: Наука, 1969.
3. Демидович Б.П. Сборник задач и упражнений по математическому анализу. М. АСТ. Астрель, 2003. – 558с.
4. Свешников А.Г., Тихонов А.Н. Теория функций комплексной переменной. – М.: Физматлит, 2010. – 612 с. (43 экз.).
5. Лаврентьев М.А., Шабат Б.В. Методы теории функций комплексного переменного. – М.: Наука, 1987. – 528 с. (88 экз.).
6. Волковыский Л.И., Лунц Г.Л., Араманович И.Г. Сборник задач по теории функций комплексного переменного. – М.: Физматлит, 2006. – 247 с. (202 экз.).

б) дополнительная литература:

1. Фихтенгольц Г.М. Основы математического анализа. - Части 1,2. - М.: Лань, 2008.
2. Кудрявцев Л.Д. Курс математического анализа (в двух томах). - М.: Высшая школа, 1981. – 1200с.
3. Берман Г.Н. Сборник задач по курсу математического анализа. М. Наука. 1984. – 384с.
4. Маркушевич А.И. Краткий курс теории аналитических функций. – М.: Наука, 1978. – 416 с. (59 экз.).
5. Сидоров Ю.В., Федорюк М.В., Шабунин М.И. Лекции по теории функций комплексного переменного. – М.: Наука, 1976. – 407 с. (29 экз.).

6. Евграфов М.А. Аналитические функции. – М.: Наука, 1991. – 447 с. (31 экз.).
7. Бицадзе А.В. Основы теории аналитических функций комплексного переменного. – М.: Наука, 1984. – 320 с. (12 экз.).

в) программное обеспечение и Интернет-ресурсы.

http://www.unn.ru/books/met_files/Semirikova_Lapinova.doc

<http://www.lib.unn.ru/students/src/extremum.pdf>

http://www.lib.unn.ru/students/src/chisl_ryady.pdf

http://www.unn.ru/books/met_files/raf-2016.pdf

<http://www.lib.unn.ru/students/src/Residu.pdf>

7. Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля)

Помещения представляют собой учебные аудитории для проведения учебных занятий, предусмотренных программой, оснащенные оборудованием и техническими средствами обучения.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечены доступом в электронную информационно-образовательную среду.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО по специальности 10.05.02 «Информационная безопасность телекоммуникационных систем».

Автор - _____ Семерикова Н.П.

Заведующий кафедрой _____ Дубков А.А.

Программа одобрена на заседании методической комиссии от «25» мая 2023 года, протокол № 04/23.