

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

**Федеральное государственное автономное  
образовательное учреждение высшего образования  
«Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет  
им. Н.И. Лобачевского»**

Институт информационных технологий, математики и механики  
(факультет / институт / филиал)

УТВЕРЖДЕНО  
решением Ученого совет ННГУ  
протокол от  
«30» ноября 2022 г. № 13

**Рабочая программа дисциплины**

**Робастное управление**

(наименование дисциплины (модуля))

Уровень высшего образования

**магистратура**

(бакалавриат / магистратура / специалитет)

Направление подготовки / специальность

**01.04.02 Прикладная математика и информатика**

(указывается код и наименование направления подготовки / специальности)

Направленность образовательной программы

**Математическое моделирование динамики систем и процессов управления**

(указывается профиль / магистерская программа / специализация)

Форма обучения

**очная**

(очная / очно-заочная / заочная)

Нижегород

2023 год

### Место дисциплины в структуре ООП

Дисциплина относится к части, формируемой участниками образовательных отношений.

Код дисциплины - **Б1.В.09**

№ варианта	Место дисциплины в учебном плане образовательной программы	Стандартный текст для автоматического заполнения в конструкторе РПД
1	Блок 1. Дисциплины (модули) Часть, формируемая участниками образовательных отношений	Дисциплина Б1.В.09., «Робастное управление» относится к части ООП направления подготовки 01.04.02 Прикладная математика и информатика, формируемой участниками образовательных отношений.

### 1. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями и индикаторами достижения компетенций)

Формируемые компетенции (код, содержание компетенции)	Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), в соответствии с индикатором достижения компетенции		Наименование оценочного средства
	Индикатор достижения компетенции* (код, содержание индикатора)	Результаты обучения по дисциплине**	
<b>ПК-4.</b> Способен разрабатывать и анализировать концептуальные и теоретические модели решаемых научных проблем и задач	<b>ПК-4.1.</b> Знает методы разработки и анализа концептуальных и теоретических моделей решаемых научных проблем и задач	<u>Знать:</u> методы решения нестандартных матричных уравнений в задачах робастного управления на основе выпуклой оптимизации и ЛМН	Собеседование, Тест
	<b>ПК-4.2.</b> Умеет применять методы разработки и анализа концептуальных и теоретических моделей решаемых научных проблем и задач	<u>Уметь:</u> решать задачи робастной устойчивости и стабилизации на основе техники ЛМН	Задача
	<b>ПК-4.3.</b> Имеет навыки применения методов разработки и анализа концептуальных и теоретических моделей решаемых научных проблем и задач	<u>Владеть:</u> современными программными средствами для исследования робастных систем	Задача (практическое задание)
<b>ПК-5.</b> Способен разрабатывать и применять математические методы, системное и прикладное программное обеспечение для	<b>ПК-5.1.</b> Знает типовые математические методы и методологии разработки системного и прикладного программного обеспечения для	<u>Знать:</u> -основные положения теории линейных матричных неравенств (ЛМН), теорему о дополнении Шура -основные показатели качества линейных систем, принятые в современной теории ( $H_\infty$ - показатель, $H_2$ - показатель, $L_1$ -	Собеседование, Тест

решения задач научной деятельности	решения задач научной деятельности	показатель) - методы исследования устойчивости и стабилизации линейных систем с аффинными и политопными неопределенностями с применением ЛМН - современные программные средства решения задач полуопределенного программирования	
	<b>ПК-5.2.</b> Умеет применять типовые математические методы и методологии разработки системного и прикладного программного обеспечения для решения задач научной деятельности	<u>Уметь:</u> применять теорию линейных матричных неравенств для решения задач анализа и синтеза робастных систем -строить политопные и аффинные модели линейных систем с неопределенностями -решать линейные матричные неравенства с применением современных программных средств решения задач полуопределенного программирования	Задача
	<b>ПК-5.3.</b> Имеет навыки разработки системного и прикладного программного обеспечения для решения задач научной деятельности	<u>Владеть:</u> -навыками применения современных программных средств, в первую очередь пакета полуопределенного программирования SeDuMi и интерфейсного пакета YALMIP для решения задач анализа и синтеза робастных систем	Задача (практическое задание)

### 3. Структура и содержание дисциплины

#### 3.1. Трудоемкость дисциплины

	Очная форма обучения
<b>Общая трудоемкость</b>	<b>3 ЗЕТ</b>
<b>Часов по учебному плану</b>	<b>108</b>
<b>в том числе</b>	
<b>аудиторные занятия (контактная работа):</b>	<b>34</b>
- занятия лекционного типа	16
- занятия семинарского типа	16
- занятия лабораторного типа	-
- текущий контроль (КСР)	2
<b>самостоятельная работа</b>	<b>38</b>
<b>Промежуточная аттестация – экзамен</b>	<b>36</b>

#### 3.2. Содержание дисциплины

Наименование и краткое содержание разделов и тем дисциплины	Всего (часы)	В том числе	
		Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы. Из них	ятельны я работ обучаю

		Занятия лекционного типа	Занятия семинарского типа	Занятия лабораторного типа	Всего	
<b>Диссипативность и пассивность</b>  Устойчивость по Ляпунову. Метод функций Ляпунова. Устойчивость линейных систем. Неравенство Ляпунова. Диссипативность динамических систем. Функции запаса и накопления. Примеры. Нормализованные функции накопления. Функции требуемого запаса и доступного накопления. Теорема Виллемса о диссипативности динамических систем общего вида. Связь функций накопления с функциями Ляпунова. Линейные системы с квадратичной функцией накопления. Диссипативность линейных систем.  Строгая диссипативность линейных систем. Функция диссипации. Лемма Якубовича-Калмана. Лемма о вещественной положительности. Лемма о вещественной ограниченности. $H_\infty$ - показатель качества линейной системы. $H_2$ - показатель качества линейной системы. Обобщенный $H_2$ - показатель линейной системы. $L_1$ - показатель линейной системы. Диссипативность и пассивность стохастических систем.	16	4	4		8	8
<b>Квадратичная устойчивость</b>  Линейные системы с неопределенностями. Квадратичная устойчивость. Квадратичная устойчивость линейных систем с аффинными неопределенностями. Квадратичная устойчивость линейных систем с политопными неопределенностями. Аффинная квадратичная устойчивость линейных систем с постоянными неопределенностями. Аффинная квадратичная устойчивость линейных систем с неопределенностями, зависящими от времени. Задачи стабилизации и одновременной стабилизации. Решение задачи стабилизации на основе ЛМН	20	4	6		10	10
<b>Решение матричных уравнений и неравенств</b>  Сведение билинейных матричных неравенств в задачах линейно квадратической стабилизации к ЛМН. Решение нестандартных матричных уравнений в задачах линейно-квадратичной стабилизации на основе вспомогательной задачи выпуклой оптимизации при ограничениях в виде ЛМН.	18	4	4		8	10

<b>Алгоритмы и программные средства полуопределенного программирования</b>						
Полуопределенное программирование. Двойственность в задачах полуопределенного программирования. Решение ЛМН как задача полуопределенного программирования. Численные методы решения ЛМН. Метод внутренней точки. Решатели и интерфейсные пакеты для исследования ЛМН (LMI TOOL, SeDuMi, YALMIP и др.)	16	4	2		6	10
Текущий контроль (КСР)	2				2	
Промежуточная аттестация – экзамен	36					
<b>Итого</b>	<b>108</b>	<b>16</b>	<b>16</b>		<b>34</b>	<b>38</b>

Текущий контроль успеваемости реализуется в форме собеседования по отчетам на практических занятиях, задач (практических заданий) и теста.

На проведение практических занятий (семинарских работ) в форме практической подготовки отводится 16 час.

Практическая подготовка направлена на формирование и развитие:

- умения интерпретировать новую информацию в предметной области
- умения применять углубленные знания по прикладной математике.
- основных приемов проведения математических доказательств. (компетенция -ПК-4).
- умения применять теоретические знания и практические навыки для решения типовых задач дисциплины (компетенция -ПК-5).

Промежуточная аттестация проходит в традиционной форме (экзамен).

#### **4. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся**

##### **а. Виды самостоятельной работы студентов**

Самостоятельная работа обучающихся реализуется в следующих формах: выполнение домашних заданий по дисциплине, составление компьютерных программ, реализующих алгоритмы решения задач робастной устойчивости и стабилизации по индивидуальным заданиям преподавателя. Самостоятельная работа контролируется преподавателем, как во время аудиторных занятий, так и во время внеаудиторной работы, в том числе с использованием консультаций по электронной почте.

Самостоятельная работа обучающихся заключается в ознакомлении с теоретическим материалом (по учебно-методическим пособиям, учебникам и научным работам, указанным в списке литературы); ответов на вопросы самоконтроля; в решении практических задач; разработке компьютерных программ, реализующих алгоритмы решения задач робастной устойчивости и стабилизации. Самостоятельная работа может осуществляться, как в читальном зале библиотеки, так и в домашних условиях.

Практические работы выполняются в компьютерном классе ПЭВМ по всем разделам дисциплины и включает в себя следующие работы:

- Практическая работа «Вычисление показателей качества динамических систем на основе ЛМН»;
- Практическая работа «Исследование робастной устойчивости на основе ЛМН»;
- Практическая работа «Синтез робастного стабилизирующего управления линейной системой на основе ЛМН».

##### **б. Учебно-методическое обеспечение для самостоятельной работы студентов**

1. Поляк Б.Т., Хлебников М.В., Щербаков П.С. Управление линейными системами при внешних возмущениях: Техника линейных матричных неравенств. – М.: ДЕНАНД, 2014. – 560 с.

2. Чурилов А.Н., Гессен А.В. Исследование линейных матричных неравенств. – СПб.: Изд-во Санкт-Петербургского университета, 2004.

Контрольные вопросы и задания для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины приведены в п. 5.2.

## 5. Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации по дисциплине (модулю), включающий:

### 5.1. Описание шкал оценивания результатов обучения по дисциплине

Уровень сформированности компетенций (индикатора достижения компетенций)	Шкала оценивания сформированности компетенций						
	плохо	неудовлетворительно	удовлетворительно	хорошо	очень хорошо	отлично	превосходно
	Не зачтено		Зачтено				
<u>Знания</u>	Отсутствие знаний теоретического материала.  Невозможность оценить полноту знаний вследствие отказа обучающегося от ответа	Уровень знаний ниже минимальных требований. Имели место грубые ошибки.	Минимально допустимый уровень знаний. Допущено много негрубых ошибок.	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько негрубых ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько незначительных ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки, без ошибок.	Уровень знаний в объеме, превышающем программу подготовки.
<u>Умения</u>	Отсутствие минимальных умений. Невозможность оценить наличие умений вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы основные умения.  Имели место грубые ошибки.	Продemonстрированы основные умения. Решены типовые задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, но не в полном объеме.	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, в полном объеме, но некоторые с недочетами.	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме, но некоторые с недочетами.	Продemonстрированы все основные умения, решены все основные задачи с отдельными незначительными недочетами, выполнены все задания в полном объеме.	Продemonстрированы все основные умения, решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме без недочетов
<u>Навыки</u>	Отсутствие владения материалом. Невозможность оценить наличие	При решении стандартных задач не продемонстрированы базовые	Имеется минимальный набор навыков для решения стандартных	Продemonстрированы базовые навыки при решении стандартных	Продemonстрированы базовые навыки при решении стандартных	Продemonстрированы навыки при решении нестандартных задач без	Продemonстрирован творческий подход к решению нестандартных

	навыков вследствие отказа обучающегося от ответа	навыки. Имели место грубые ошибки.	задач с некоторыми недочетами.	задач с некоторыми недочетами	задач без ошибок и недочетов.	ошибок и недочетов.	ых задач.
--	--	------------------------------------	--------------------------------	-------------------------------	-------------------------------	---------------------	-----------

### Шкала оценки при промежуточной аттестации

Оценка		Уровень подготовки
зачтено	Превосходно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «превосходно»
	Отлично	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «отлично», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «отлично»
	Очень хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «очень хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «очень хорошо»
	Хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «хорошо»
	Удовлетворительно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «удовлетворительно», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «удовлетворительно»
не зачтено	Неудовлетворительно	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «неудовлетворительно», ни одна из компетенций не сформирована на уровне «плохо»
	Плохо	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «плохо»

## 5.2. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения

### 5.2.1 Контрольные вопросы

вопросы	Код формируемой компетенции
1. Диссипативность динамических систем. Функции запаса и накопления.	ПК-4
2. Теорема Виллемса о диссипативности динамических систем общего вида.	ПК-4
3. Диссипативность линейных систем. Формулировка в терминах ЛМН.	ПК-4
4. Лемма о вещественной положительности.	ПК-4
5. Лемма о вещественной ограниченности.	ПК-4
6. Нахождение $H_{\infty}$ показателя на основе ЛМН.	ПК-5
7. Нахождение $H_2$ показателя на основе ЛМН.	ПК-5
8. Нахождение обобщенного $H_2$ показателя на основе ЛМН.	ПК-5
9. Нахождение $L_1$ показателя на основе ЛМН.	ПК-5

10. Исследование квадратичной устойчивости линейных систем с аффинными и политопными неопределенностями на основе ЛМН.	ПК-5
11. Исследование аффинной квадратичной устойчивости линейных систем с неопределенностями, зависящими от времени на основе ЛМН.	ПК-5
12. Задачи стабилизации и одновременной стабилизации. Решение задачи стабилизации на основе ЛМН.	ПК-4,
13. Сведение билинейных матричных неравенств в задачах линейно-квадратической стабилизации к ЛМН.	ПК-4
14. Решение нестандартных матричных уравнений в задачах линейно-квадратичной стабилизации на основе вспомогательной задачи выпуклой оптимизации при ограничениях в виде ЛМН.	ПК-4

### 5.2.2. Типовые тестовые задания для оценки сформированности компетенций ПК-4

1. Лемма о положительной вещественности была впервые использована:

- Якубовичем В.А.
- Поповым В.М.
- Калманом Р.Е.
- Сандбергом И.В.

2. Линейное матричное неравенство, возникающее в лемме о положительной вещественности возможно решить:

- Графическим способом
- При помощи уравнения Риккати
- При помощи компьютера
- при помощи разложения гамильтониана

### Типовые тестовые задания для оценки сформированности компетенций ПК-5

1. Уравнение Риккати имеет вид:

- $A^T P + PA + (PB + C^T)R^{-1}(B^T P + C) + Q = 0$
- $A^T P + PA + (PB + C^T)R^{-1}(B^T P + C) + Q = 0$
- $A^T P + PA + (PB + C^T)R^{-1}(B^T P + C) + Q = 0$
- $A^T P + PA + (PB + C^T)R^{-1}(B^T P + C) + Q = 0$

2. Алгебраическое уравнение Риккати может быть решено:

- при помощи разложения гамильтониана
- Графическим способом
- При помощи уравнения Риккати
- При помощи компьютера

3. В Советском Союзе уравнение Риккати называли:

- Уравнение Лурье
- Уравнение Ляпунова
- Уравнение Якубовича
- Уравнение Калмана

4. Алгебраическое уравнение Риккати не может быть решено точно в конечное число арифметических шагов для систем:

- пятого и выше порядков
- второго порядка
- третьего порядка
- четвертого порядка

### 5.2.3. Типовые задания/задачи для оценки сформированности компетенций ПК-4

Решить ЛМН с использованием пакета YALMIP:



1.  $A^T X + XA - XBR^{-1}B^T X + \sum_{i=1}^N A_i^T X A_i + Q \leq 0, \quad X > 0,$
2.  $A^T XA - X - A^T X B (B^T X B + R)^{-1} B^T X A + \sum_{i=1}^N A_i^T X A_i + Q \leq 0, \quad X > 0$

#### Типовые задания/задачи для оценки сформированности компетенций ПК-5

1.  $A_i^T X_i A_i - Y_i - A_i^T X_i B_i (B_i^T X_i B_i + R_i)^{-1} B_i^T X_i A_i + Q_i \leq 0, X_i = \sum_{j=1}^N p_{ij} Y_j, Y_j \geq 0,$
2.  $A_i^T X_i + X_i A_i - X_i B_i R_i^{-1} B_i^T X_i + \sum_{j=1}^N \pi_{ij} X_j + Q_i \leq 0, \quad X_i \geq 0$

#### 5.2.4 Вопросы для собеседования для оценки сформированности компетенций ПК-5

- 1 Устойчивость по Ляпунову.
- 2 Неравенство Ляпунова.
- 3 Функции запаса и накопления. Примеры.
- 4 Связь функций накопления с функциями Ляпунова.
- 5 Строгая диссипативность линейных систем.
- 6 Лемма о вещественной положительности.
- 7 Обобщенный  $H_2$  -показатель линейной системы.

#### Вопросы для собеседования для оценки сформированности компетенций ПК-4

1. Диссипативность и пассивность стохастических систем.
2. Квадратичная устойчивость линейных систем с политопными неопределенностями.
3. Аффинная квадратичная устойчивость линейных систем с неопределенностями, зависящими от времени.
4. Задачи стабилизации и одновременной стабилизации. Решение задачи стабилизации на основе ЛМН
5. Сведение билинейных матричных неравенств в задачах линейно квадратической стабилизации к ЛМН.
6. Численные методы решения ЛМН.

### 6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

#### а) основная литература:

1. Баландин, Д.В. Синтез законов управления на основе линейных матричных неравенств [Электронный ресурс]: учеб.-метод. пособие / Д.В. Баландин, М.М. Коган. — Электрон. дан. — Москва : Физматлит, 2007. — 280 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/48186>

#### б) дополнительная литература:

1. Нелинейные системы. Частотные и матричные неравенства [Электронный ресурс]: сб. науч. тр. / Б.Р. Андриевский [и др.]. — Электрон. дан. — Москва : Физматлит, 2008. — 608 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/48193>

#### в) программное обеспечение и Интернет-ресурсы

1. YALMIP Wiki <http://users.isy.liu.se/johanl/yalmip/>
2. Scilab <http://www.scilab.org/>
3. SeDuMi – <https://yalmip.github.io/allsolvers/>

## 7. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Помещения представляют собой учебные аудитории для проведения учебных занятий, предусмотренных программой, оснащенные оборудованием и техническими средствами обучения:

- операционные системы семейства Microsoft Windows;
- свободно распространяемое бесплатное программное обеспечение (пакет Scilab <http://www.scilab.org>, пакет YALMIP – <http://users.isy.liu.se/johanl/yalmip/>, решатель SeDuMi – <https://yalmip.github.io/allsolvers/>).

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечены доступом в электронную информационно-образовательную среду.

Программа составлена в соответствии с требованиями ОС ННГУ по направлению подготовки 01.04.02 «Прикладная математика и информатика»

Автор (ы) \_\_ д.ф.-м.н., проф. П.В. Пакшин

Рецензент (ы) \_\_\_\_\_

Заведующий кафедрой \_\_ д.ф.-м.н., проф. А.В. Зорин

Программа одобрена на заседании методической комиссии Института информационных технологий, математики и механики от 30 ноября 2022 года, протокол № 3.