

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

**Федеральное государственное автономное
образовательное учреждение высшего образования
«Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет
им. Н.И. Лобачевского»**

Высшая школа общей и прикладной физики

Программа утверждена решением президиума
Ученого совета ННГУ
протокол от «14» декабря 2021г. № 4.

Рабочая программа дисциплины

Линейная алгебра

Уровень высшего образования
Бакалавриат

Направление подготовки / специальность
03.03.02 - Физика

Направленность образовательной программы
Фундаментальная физика

Форма обучения
очная

Нижний Новгород

2022 год

1. Место дисциплины в структуре ООП

Дисциплина Б1.О.06.03 «Линейная алгебра» относится к обязательной части ООП направления подготовки 03.03.02 Физика.

2. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями и индикаторами достижения компетенций)

Формируемые компетенции (код, содержание компетенции)	Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), в соответствии с индикатором достижения компетенции		Наименование оценочного средства
	Индикатор достижения компетенции (код, содержание индикатора)	Результаты обучения по дисциплине	
<i>ОПК-1: Способен применять базовые знания в области физико-математических и (или) естественных наук в сфере своей профессиональной деятельности;</i>	<i>Демонстрация способности применять базовые знания в области физико-математических и (или) естественных наук в сфере своей профессиональной деятельности</i>	<i>Знать определение и свойства основных объектов линейной алгебры: линейные пространства и подпространства, базис, размерность, прямая сумма подпространств, линейная зависимость векторов, скалярное произведение, матрицы, линейные операторы, обратные матрицы и операторы, инвариантные и собственные подпространства, диагонализуемость операторов, Жорданова нормальная форма матриц; симметричные, эрмитовы, унитарные операторы: билинейные и квадратичные формы, закон инерции квадратичных форм. Уметь находить базис линейного пространства, решение линейной однородной алгебраической системы, произведение матриц, матрицу линейного оператора, обратную матрицу и обратный оператор, собственные вектора матриц и операторов, Жорданову нормальную форму матриц, диагональный вид эрмитовых</i>	<i>Собеседование и задачи (практические задания)</i>

		и унитарных операторов а так же билинейных (симметричных) и квадратичных форм методами 1) ортогонального преобразования, 2) Якоби 3) Лагранжа. Владеть навыками решения задач, основанных на полученных в ходе освоения дисциплины знаниях.	
--	--	--	--

3. Структура и содержание дисциплины

3.1. Трудоемкость дисциплины

	очная
Общая трудоемкость	4
Часов по учебному плану	144
в том числе	
аудиторные занятия (контактная работа):	
- занятия лекционного типа	32
- занятия семинарского типа (практические занятия / лабораторные работы)	32
- КСР	2
самостоятельная работа	42
Промежуточная аттестация	36 экзамен

3.2. Содержание дисциплины

(структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и виды учебных занятий)

Наименование и краткое содержание разделов и тем дисциплины	Всего (часы)		в том числе				Самостоятельная работа обучающегося, часы
	Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы из них						
	Занятия лекционного типа	Занятия семинарского типа	Занятия лабораторного типа	Всего			
	очная	Очная	Очная	очная	очная	очная	
Тема 1. Линейные пространства и подпространства, базис и размерность пространств	10	2	2	0	4	6	

Тема 2. Пространства со скалярным произведением	14	4	4		8	6
Тема 3. Линейные операторы и их матрицы, обращение матриц и операторов	18	6	6		12	6
Тема 4. Инвариантные и собственные подпространства. Диагонализуемость матриц и операторов	18	6	6		12	6
Тема 5. Жорданова нормальная форма матриц	14	4	4		8	6
Тема 6. Эрмитовы, симметричные, унитарные и ортогональные операторы	18	6	6		12	6
Тема 7. Линейные, билинейные и квадратичные формы.	14	4	4		8	6
Аттестация	36					
КСР	2				2	
Итого	144	32	32	0	66	42

Практические занятия (семинарские занятия /лабораторные работы) организуются, в том числе в форме практической подготовки, которая предусматривает участие обучающихся в выполнении отдельных элементов работ, связанных с будущей профессиональной деятельностью.

Практическая подготовка предусматривает:

Разбор решения задач различной степени сложности, проведение обсуждения рассматриваемых проблем в свете последних научных достижений в соответствующей области знаний. Студенты работают как индивидуально, так и коллективно.

На проведение практических занятий (семинарских занятий /лабораторных работ) в форме практической подготовки отводится 4 ч.

Практическая подготовка направлена на формирование и развитие:

- практических навыков в соответствии с профилем ОП:

Применение знаний и умений при решении научно-исследовательских задач профессиональной деятельности

- компетенций:

ОПК-1: Способен применять базовые знания в области физико-математических и (или) естественных наук в сфере своей профессиональной деятельности;

Текущий контроль успеваемости реализуется в рамках: занятий семинарского типа, групповых консультаций, индивидуальных консультаций.

4. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся

Контрольные вопросы и задания для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины приведены в п. 5.2.

5. Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации по дисциплине (модулю), включающий:

5.1. Описание шкал оценивания результатов обучения по дисциплине

Уровень сформированности компетенций (индикатора достижения компетенций)	Шкала оценивания сформированности компетенций						
	плохо	неудовлетворительно	удовлетворительно	хорошо	очень хорошо	отлично	превосходно
	не зачтено		зачтено				
<u>Знания</u>	Отсутствие знаний теоретического материала. Невозможность оценить полноту знаний вследствие отказа обучающегося от ответа	Уровень знаний ниже минимальных требований. Имели место грубые ошибки.	Минимально допустимый уровень знаний. Допущено много негрубых ошибки.	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько негрубых ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько несущественных ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки, без ошибок.	Уровень знаний в объеме, превышающем программу подготовки.
<u>Умения</u>	Отсутствие минимальных умений . Невозможность оценить наличие умений вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы основные умения. Имели место грубые ошибки.	Продемонстрированы основные умения. Решены типовые задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания но не в полном объеме.	Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, в полном объеме, но некоторые с недочетами.	Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме, но некоторые с недочетами.	Продемонстрированы все основные умения, решены все основные задачи с отдельными несущественными недочетами, выполнены все задания в полном объеме.	Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме без недочетов
<u>Навыки</u>	Отсутствие владения материалом	При решении стандартных	Имеется минимальн	Продемонстрированы базовые	Продемонстрированы базовые	Продемонстрированы	Продемонстрированы творческий

	Невозможность оценить наличие навыков вследствие отказа обучающегося от ответа	х задач не продемонстрированы базовые навыки. Имели место грубые ошибки.	ый набор навыков для решения стандартных задач с некоторыми недочетами	навыки при решении стандартных задач с некоторыми недочетами	навыки при решении стандартных задач без ошибок и недочетов.	навыки при решении нестандартных задач без ошибок и недочетов.	подход к решению нестандартных задач
--	--	--	--	--	--	--	--------------------------------------

Шкала оценки при промежуточной аттестации

Оценка		Уровень подготовки
Зачтено	Превосходно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «превосходно», продемонстрированы знания, умения, владения по соответствующим компетенциям на уровне, выше предусмотренного программой
	Отлично	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «отлично», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «отлично»
	Очень хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «очень хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «очень хорошо»
	Хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «хорошо»
	Удовлетворительно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «удовлетворительно», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «удовлетворительно»
не зачтено	Неудовлетворительно	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «неудовлетворительно», ни одна из компетенций не сформирована на уровне «плохо»
	Плохо	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «плохо»

5.2. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения

(согласно оценочным средствам табл.2)

5.2.1 Контрольные вопросы

Вопрос	Код формируемой компетенции
1) Линейная зависимость и независимость векторов.	ОПК-1
2) Базис и размерность линейного пространства; координаты векторов.	ОПК-1

3) Подпространства, разложение линейного пространства в прямую сумму подпространств.	ОПК-1
4) Определение линейного оператора, действия над линейными операторами.	ОПК-1
5) Матрицы линейных операторов; действия над матрицами.	ОПК-1
6) Условия существования обратного оператора и обратной матрицы и их построение.	ОПК-1
7) Определение и нахождение собственных значений и собственных векторов линейного оператора (матрицы).	ОПК-1
8) Преобразование координат вектора и матрицы оператора при переходе к новому базису.	ОПК-1
9) Ранг и дефект линейного оператора; теорема об их связи.	ОПК-1
10) Приведение матрицы к Жордановой нормальной форме.	ОПК-1
11) Свойства скалярного произведения, вывод неравенств треугольника.	ОПК-1
12) Построение ортонормированных систем векторов.	ОПК-1
13) Гильбертовость конечномерных пространств.	ОПК-1
14) Сопряженные операторы и их свойства.	ОПК-1
15) Эрмитовы операторы и матрицы и их свойства.	ОПК-1
16) Диагонализуемость эрмитовых операторов.	ОПК-1
17) Унитарные операторы и матрицы; их свойства.	ОПК-1
18) Ортогональные операторы и матрицы: определение и сравнение с унитарными.	ОПК-1
19) Билинейные и квадратичные формы и их диагонализуемость.	ОПК-1
20) Закон инерции и квадратичных форм.	ОПК-1
21) Положительно определенные квадратичные формы и операторы, критерий Сильвестра.	ОПК-1
22) Методы диагонализации квадратичных форм (ортогонального преобразования, Якоби, Лагранжа)	ОПК-1

5.2.2 Теоретические вопросы для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины:

Типовые задания для оценки сформированности компетенции ОПК-1:

Задача 1. Доказать, что преобразование Φ пространства многочленов степени $\leq n$, заданное формулой $\Phi(f(t)) = f(t+1)$, линейно и найти его матрицу в базисе $\{1, t, t^2, \dots, t^n\}$. Найти образ и ядро преобразования Φ .

Задача 2. Найти жорданов базис для преобразования, заданного в стандартном базисе матрицей $\begin{pmatrix} 3 & 0 & 8 \\ 3 & -1 & 6 \\ -2 & 0 & -5 \end{pmatrix}$, и записать его матрицу в жордановом базисе.

Задача 3. Построить ортонормированный базис линейной оболочки данной системы векторов (координаты векторов заданы в ортонормированном базисе):

$$\{(i, 1, -i), (2, 0, -1), (0, 2, -i)\}.$$

Задача 4. Указать какой-нибудь базис пространства многочленов степени ≤ 5 , состоящий из многочленов степени 5.

Задача 5. Найти ядро и образ проекции трехмерного пространства на биссектрису второго октанта.

Задача 6. Пусть в пространстве многочленов степени ≤ 2 базис состоит из многочленов $1, t, t^2$, а скалярное произведение определено формулой:

$$(f, g) = \int_{-1}^1 f(t)g(t)dt.$$

Найти в данном базисе матрицу оператора, сопряженного к оператору дифференцирования.

6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля)

а) основная литература:

- 1) Курс аналитической геометрии и линейной алгебры [Электронный ресурс]: Учеб. для вузов. / Беклемишев Д. В. - 12-е изд., испр. - М. : ФИЗМАТЛИТ, 2009. - <http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785922109796.html>
- 2) Бутузов В.Ф. Крутицкая Н.Ч., Шишкин А.А. Линейная алгебра в вопросах и задачах. М: 2002. – Режим доступа: ЭБС «Консультант студента» <http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN5922102850.html>
- 3) Аналитическая геометрия и линейная алгебра. [Электронный ресурс] / Кадомцев С. Б. - 2-е изд., испр. и доп. - М. : ФИЗМАТЛИТ, 2011. - <http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785922112901.html>
- 4) Жислин Г.М. Основы линейной алгебры. Учебное пособие. Научно-исследовательский радиоп физический институт и Нижегородский Государственный Университет им.Н.И. Лобачевского. Н. Новгород .2014 г., 136 стр. – 30 экз. (деканат ВШОПФ)

б) дополнительная литература:

- 1) Борович З.И. Определители и матрицы. М.: Наука, 1988. – Режим доступа: ЭБС «Лань» <https://e.lanbook.com/book/71#authors>
- 2) Ильин В.А., Позняк Э.Г. Линейная алгебра. М., Наука, 1974 г. — Режим доступа: ЭБС «Консультант студента» <http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785922104814.html>
- 3) Проскуряков, И.В. Сборник задач по линейной алгебре. [Электронный ресурс] — Электрон. дан. — СПб. : Лань, 2010. — 480 с. — Режим доступа: <http://e.lanbook.com/book/529>

в) программное обеспечение и Интернет-ресурсы (в соответствии с содержанием дисциплины)

Не используется

7. Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля)

Помещения представляют собой учебные аудитории для проведения учебных занятий,

предусмотренных программой, оснащенные оборудованием и техническими средствами обучения: для проведения лекций и практических занятий требуется типовое оборудование лекционной аудитории.

Для подготовки самостоятельных контрольных работ и для их графического представления (если это необходимо), а также для расширения коммуникационных возможностей студенты имеют возможность работать в компьютерных классах с соответствующим лицензионным программным обеспечением и выходом в Интернет.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети Интернет и обеспечены доступом в электронную информационно-образовательную среду.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО /ОС ННГУ по направлению 03.03.02 - Физика.

Автор(ы): Г.М. Жислин

Рецензент(ы): И.А. Шерешевский

Заведующий кафедрой:

Программа одобрена на заседании методической комиссии ВШОПФ от 30.06.2021, протокол № 3.