

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

**федеральное государственное автономное
образовательное учреждение высшего образования
«Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет
им. Н.И. Лобачевского»**

Институт информационных технологий, математики и механики

УТВЕРЖДЕНО

решением Ученого совета ННГУ

протокол № 10 от 02.12.2024 г.

Рабочая программа дисциплины

Теория дискретных функций

Уровень высшего образования

Бакалавриат

Направление подготовки / специальность

01.03.01 - Математика

Направленность образовательной программы

Математика (общий профиль)

Форма обучения

очная

г. Нижний Новгород

2025 год начала подготовки

1. Место дисциплины в структуре ОПОП

Дисциплина Б1.О.11 Теория дискретных функций относится к обязательной части образовательной программы.

2. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями и индикаторами достижения компетенций)

Формируемые компетенции (код, содержание компетенции)	Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), в соответствии с индикатором достижения компетенции		Наименование оценочного средства	
	Индикатор достижения компетенции (код, содержание индикатора)	Результаты обучения по дисциплине	Для текущего контроля успеваемости	Для промежуточной аттестации
УК-1: Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	УК-1.1: Знает методы поиска, критического анализа и синтеза информации, основы системного подхода для решения поставленных задач УК-1.2: Умеет осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач УК-1.3: Владеет основами критического анализа и синтеза информации, системного подхода для решения поставленных задач	УК-1.1: Знает основные способы представления графов, логических функций, кодов, методы преобразования представлений. УК-1.2: Умеет выполнять преобразования между различными формами представления дискретных объектов. УК-1.3: Владеет методами построения и преобразования различных представлений дискретных объектов.	Контрольная работа	Зачёт: Задачи Контрольные вопросы
ОПК-1: Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности	ОПК-1.1: Знает методы решения задач из области математических и естественных наук ОПК-1.2: Умеет применять фундаментальные знания, полученные в области математических и естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности ОПК-1.3: Владеет навыками теоретического и экспериментального	ОПК-1.1: Знает основные понятия и важнейшие факты из теории графов, теории логических функций, теории кодирования. ОПК-1.2: Умеет решать типовые задачи анализа графов, логических функций, задачи построения кодов. ОПК-1.3:	Контрольная работа	Зачёт: Задачи Контрольные вопросы

	исследования объектов профессиональной деятельности в области математических и естественных наук	Владеет основными алгоритмами распознавания свойств графов и логических функций, построения кодов.		
--	--	--	--	--

3. Структура и содержание дисциплины

3.1 Трудоемкость дисциплины

	очная
Общая трудоемкость, з.е.	3
Часов по учебному плану	108
в том числе	
аудиторные занятия (контактная работа):	
- занятия лекционного типа	32
- занятия семинарского типа (практические занятия / лабораторные работы)	32
- КСР	1
самостоятельная работа	43
Промежуточная аттестация	0 Зачёт

3.2. Содержание дисциплины

(структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и виды учебных занятий)

Наименование разделов и тем дисциплины	Всего (часы)	в том числе			
		Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы из них			Самостоятельная работа обучающегося, часы
		Занятия лекционного типа	Занятия семинарского типа (практические занятия/лабораторные работы), часы	Всего	
	0 Ф 0	0 Ф 0	0 Ф 0	0 Ф 0	0 Ф 0
Графы	24	8	8	16	8
Логические функции. Алгебра логики	22	6	8	14	8
Логические функции. Замкнутые классы и полные системы	28	10	10	20	8
Схемы	8	2	2	4	4
Кодирование	25	6	4	10	15
Аттестация	0				
КСР	1				1
Итого	108	32	32	65	43

Содержание разделов и тем дисциплины

1. Графы. Понятие графа, типы графов. Смежность, инцидентность, степени. Способы задания графов. Число графов. Специальные графы. Подграф. Операции над графами. Изоморфизм. Инварианты. Пути, циклы, связность. Расстояния и метрические характеристики. Эйлеровы циклы и пути. Деревья, основные свойства. Теорема о центре дерева. Код Прюфера. Число деревьев. Каркас графа. Двудольные графы. Теорема Кенига. Планарные графы. Формула Эйлера. Критерии планарности Понтрягина-Куратовского и Вагнера (без доказательств).
2. Логические функции. Алгебра логики. Табличное представление булевых функций, число функций. Существенные и фиктивные переменные. Эквивалентность функций. Элементарные функции. Формулы. Булевы формулы. Основные тождества. Нормальные формы. Алгебра Жегалкина, полином.
3. Логические функции. Замкнутые классы и полные системы. Понятия замкнутого класса и полной системы функций. Теорема сведения. Функции, сохраняющие константы. Линейные функции. Самодвойственные функции. Монотонные функции. Критерий полноты. Предполные классы и базисы.
4. Схемы. Понятие схемы из функциональных элементов. Простейшие методы синтеза схем. Пример: построение схемы сумматора.
5. Кодирование. Постановка задачи оптимального кодирования. Обратимые и префиксные коды. Неравенство Макмиллана. Графическое представление префиксных кодов. Метод Хаффмана построения оптимального кода. Помехоустойчивое кодирование. Линейные коды. Код Хэмминга.

4. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся

Самостоятельная работа обучающихся включает в себя подготовку к контрольным вопросам и заданиям для текущего контроля и промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины приведенным в п. 5.

Для обеспечения самостоятельной работы обучающихся используются:
Электронные курсы, созданные в системе электронного обучения ННГУ:

Дискретная математика, <https://e-learning.unn.ru/course/view.php?id=1683>.

5. Фонд оценочных средств для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)

5.1 Типовые задания, необходимые для оценки результатов обучения при проведении текущего контроля успеваемости с указанием критериев их оценивания:

5.1.1 Типовые задания (оценочное средство - Контрольная работа) для оценки сформированности компетенции УК-1:

Задача 1. Из графа K_6 удаляются 3 ребра, образующие цикл. Определите а) планарен ли полученный граф, б) его диаметр, в) его радиус, г) число центральных вершин в нём.

Задача 2. У плоского графа 8 граней, 3 компоненты связности, 15 вершин степени 2, а остальные вершины имеют степень 3. Сколько рёбер у этого графа?

Задача 3. Найдите число подграфов графа K_6 , изоморфных графу C_4 .

5.1.2 Типовые задания (оценочное средство - Контрольная работа) для оценки сформированности компетенции ОПК-1:

Задача 1. Какие из следующих функций являются базисами в P_2 ?

а) $\{\overline{x_1} \rightarrow \overline{x_2}, x_1 \vee x_2, x_1 \sim x_2\}$; б) $\{x_1 \vee x_2, x_1 \sim x_2, x_1 \oplus x_2\}$; в) $\{0, x_1 \sim x_2, x_1 \oplus x_2\}$.

Задача 2. Найти число вхождений переменных в полином Жегалкина для функции $(x_1 x_2 \rightarrow x_3) \oplus (x_2 | x_3)$.

Задача 3. Найдите число функций от переменных x_1, x_2, x_3, x_4 в множестве $(L \cap S) - M$.

Задача 4. Выясните, какие из данных наборов чисел являются набором длин слов оптимального двоичного префиксного кода при распределении частот $\left(\frac{5}{11}, \frac{3}{11}, \frac{1}{11}, \frac{1}{11}, \frac{1}{11}\right)$.

а) (1, 2, 2, 4, 4); б) (1, 3, 3, 3, 3); в) (1, 2, 3, 4, 4).

Критерии оценивания (оценочное средство - Контрольная работа)

Оценка	Критерии оценивания
зачтено	Приведены правильные решения большинства задач без существенных ошибок
не зачтено	Задачи не решены или в решении большинства задач допущены грубые ошибки

5.2. Описание шкал оценивания результатов обучения по дисциплине при промежуточной аттестации

Шкала оценивания сформированности компетенций

Уровень сформированности компетенций (индикатора достижения компетенций)	плохо	неудовлетворительно	удовлетворительно	хорошо	очень хорошо	отлично	превосходно
	не зачтено			зачтено			
<u>Знания</u>	Отсутствие знаний теоретического материала. Невозможность оценить полноту знаний вследствие отказа обучающегося от ответа	Уровень знаний ниже минимальных требований. Имели место грубые ошибки	Минимально допустимый уровень знаний. Допущено много негрубых ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько негрубых ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько несущественных ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Ошибок нет.	Уровень знаний в объеме, превышающем программу подготовки.
<u>Умения</u>	Отсутствие минимальных умений. Невозможность оценить наличие умений вследствие	При решении стандартных задач не продемонстрированы основные умения. Имели	Продемонстрированы основные умения. Решены типовые задачи с	Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные	Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные	Продемонстрированы все основные умения. Решены все	Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи.

	отказа обучающегося от ответа	место грубые ошибки	негрубыми ошибками. Выполнены все задания, но не в полном объеме	задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания в полном объеме, но некоторые с недочетами	задачи. Выполнены все задания в полном объеме, но некоторые с недочетами	основные задачи с отдельным и несущественными недочетами, выполнены все задания в полном объеме	Выполнены все задания, в полном объеме без недочетов
<u>Навыки</u>	Отсутствие базовых навыков. Невозможность оценить наличие навыков вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы базовые навыки. Имели место грубые ошибки	Имеется минимальный набор навыков для решения стандартных задач с некоторым и недочетами	Продемонстрированы базовые навыки при решении стандартных задач с некоторым и недочетами	Продемонстрированы базовые навыки при решении стандартных задач без ошибок и недочетов	Продемонстрированы навыки при решении нестандартных задач без ошибок и недочетов	Продемонстрирован творческий подход к решению нестандартных задач

Шкала оценивания при промежуточной аттестации

Оценка		Уровень подготовки
зачтено	превосходно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «превосходно», продемонстрированы знания, умения, владения по соответствующим компетенциям на уровне выше предусмотренного программой
	отлично	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «отлично».
	очень хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «очень хорошо»
	хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «хорошо».
	удовлетворительно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «удовлетворительно», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «удовлетворительно»
не зачтено	неудовлетворительно	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «неудовлетворительно».
	плохо	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «плохо»

5.3 Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения на промежуточной аттестации с указанием критериев их оценивания:

5.3.1 Типовые задания (оценочное средство - Задачи) для оценки сформированности компетенции УК-1

ЗАДАЧА 1. Восстановить дерево по коду Прюфера $p(T) = (4, 10, 1, 4, 1, 7, 10, 7)$. Найти центральные вершины восстановленного дерева.

ЗАДАЧА 2. Является ли эйлеровым граф, заданный матрицей смежности? В случае положительного ответа построить эйлеров цикл.

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

ЗАДАЧА 3. Найти радиус, диаметр и центр графа, заданного списками смежности:

1: 2,3,5;

2: 1,4,6,7;

3: 1,7,8;

4: 2,5;

5: 1,4,6,7,8;

6: 2,5;

7: 2,3,5;

8: 3,5.

Является ли граф двудольным?

ЗАДАЧА 4. Является ли планарным граф, заданный матрицей смежности? В случае положительного ответа построить плоскую укладку.

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

5.3.2 Типовые задания (оценочное средство - Задачи) для оценки сформированности компетенции ОПК-1

ЗАДАЧА 1. Функции f и g заданы векторами значений: $\tilde{f} = 1001$, $\tilde{g} = 0010$. Найдите вектор значений функции h , выявите фиктивные переменные этой функции:

$$h(x_1, x_2, x_3) = f(f(x_1, g(x_2, x_2)), x_3).$$

ЗАДАЧА 2. Преобразуйте данную формулу в СДНФ: $\overline{(x_1 \vee x_2 x_3)} \vee x_2$.

ЗАДАЧА 3. Для функции $f = (00101110)$, заданной вектором значений, построить СДНФ и полином Жегалкина (методом неопределённых коэффициентов).

ЗАДАЧА 4. Заменить в векторе $\tilde{f} = (-110 - - - 0)$ прочерки символами 0 и 1, чтобы получился вектор значений некоторой линейной функции f . Выразить f полиномом.

ЗАДАЧА 5. Выясните, является ли данная функция монотонной:

$$a) x_1(x_2 \vee x_1 x_3) \vee (x_1 \overline{x_2} \vee x_1 x_3)x_2; \quad b) x_1 x_2 \oplus x_1 x_3.$$

ЗАДАЧА 6. Выяснить, полна ли система функций

$$A = \{xy \oplus yz \oplus xz \oplus 1, x \leftrightarrow y\}.$$

ЗАДАЧА 7. Найдите все базисы, содержащиеся в данном множестве функций:

$$A = \{f_1 = 0, f_2 = 1, f_3 = \overline{x}, f_4 = \overline{x}(y \oplus z) \oplus yz\}.$$

ЗАДАЧА 8. Преобразуйте данную формулу в полином Жегалкина: $(x_1 \sim x_2) \oplus x_3$.

ЗАДАЧА 9. Для распределения вероятностей $P = (0.33, 0.5, 0.07, 0.06, 0.02, 0.02)$ построить оптимальный двоичный код. Посчитать стоимость кодирования.

ЗАДАЧА 10. По каналу связи передавалось кодовое слово, построенное по методу Хэмминга для некоторого сообщения α . После передачи по каналу связи, искажающему слово не более чем в одном разряде, было получено слово $w = 010110101110001$. Восстановить сообщение α .

ЗАДАЧА 11. Подсчитайте число логических функций f от переменных x_1, x_2, \dots, x_n , принимающих значение 1 ровно на k наборах.

ЗАДАЧА 12. Найдите число функций от переменных x_1, x_2, \dots, x_n в множестве $S \cap T_0$.

Критерии оценивания (оценочное средство - Задачи)

Оценка	Критерии оценивания
зачтено	Приведены правильные решения большинства задач без существенных ошибок
не зачтено	Задачи не решены или в решении большинства задач допущены грубые ошибки

5.3.3 Типовые задания (оценочное средство - Контрольные вопросы) для оценки сформированности компетенции УК-1

1. Понятие графа. Число графов. Изоморфизм. Инварианты.
2. Пути и циклы в графах. Связность. Теоремы о существовании цикла и о числе ребер в связном графе. Шарниры и перешейки.
3. Расстояния в графах. Метрические характеристики графов. Теорема о диаметре и радиусе.
4. Эйлеровы циклы и пути.
5. Деревья, их свойства. Теорема о центре дерева.
6. Код Прюфера и формула Кэли для числа деревьев.
7. Двудольные графы. Теорема Кёнига.
8. Планарные графы. Формула Эйлера. Критерии планарности.

5.3.4 Типовые задания (оценочное средство - Контрольные вопросы) для оценки сформированности компетенции ОПК-1

1. Логические функции. Число функций. Существенные и фиктивные переменные. Элементарные функции.
2. Нормальные формы логических функций: СДНФ, СКНФ.
3. Полином Жегалкина.
4. Понятия замкнутого класса и полноты. Теорема сведения.
5. Класс самодвойственных функций.
6. Класс монотонных функций.
7. Класс линейных функций.
8. Теорема Поста о полноте.
9. Понятия предполного класса и базиса. Следствия из теоремы Поста.
10. Понятие схемы из функциональных элементов. Простейшие методы синтеза схем. Построение схемы сумматора.
11. Задача оптимального кодирования. Обратимые и префиксные коды.
12. Неравенство Макмиллана.
13. Теорема о существовании префиксного кода с заданными длинами кодовых слов.
14. Построение оптимального префиксного кода (метод Хаффмана).
15. Код Хэмминга.

Критерии оценивания (оценочное средство - Контрольные вопросы)

Оценка	Критерии оценивания
зачтено	Приведены правильные ответы на контрольные вопросы без существенных ошибок
не зачтено	При ответе на контрольные вопросы допущены грубые ошибки

6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля)

Основная литература:

1. Алексеев Владимир Евгеньевич. Дискретная математика : учебное пособие / В. Е. Алексеев ; ННГУ им. Н. И. Лобачевского. - Нижний Новгород : Изд-во ННГУ, 2017. - 139 с. - Текст : электронный., <https://e-lib.unn.ru/MegaPro/UserEntry?Action=FindDocs&ids=823847&idb=0>.
2. Алексеев Владимир Евгеньевич. Сборник задач по дискретной математике : задачник для студентов ННГУ, обучающихся по направлениям подготовки 010300 "Фундам. информатика и информ. технологии", 010400 "Приклад. математика и информатика" / ННГУ. - Н. Новгород : [б. и.], 2012 (Тип. ННГУ). - 80 с. - 26.00., 50 экз.

Дополнительная литература:

1. Яблонский Сергей Всеволодович. Введение в дискретную математику : учеб. пособие для студентов вузов, обучающихся по специальности "Прикладная математика". - Изд. 5-е, стер. - М. : Высшая школа, 2008. - 384 с. : ил. - ISBN 978-5-06-005943-4 : 574.00., 2 экз.

2. Гаврилов Г. П. Задачи и упражнения по дискретной математике / Гаврилов Г. П., Сапоженко А. А. - 3-е изд., перераб. - Москва : ФИЗМАТЛИТ, 2009. - 416 с. - Библиогр.: доступна в карточке книги, на сайте ЭБС Лань. - Книга из коллекции ФИЗМАТЛИТ - Математика. - ISBN 978-5-9221-0477-7., <https://e-lib.unn.ru/MegaPro/UserEntry?Action=FindDocs&ids=665717&idb=0>.
3. Редькин Н. П. Дискретная математика / Редькин Н. П. - Москва : ФИЗМАТЛИТ, 2009. - 264 с. - Рекомендовано УМО по классическому университетскому образованию в качестве учебника для студентов высших учебных заведений, обучающихся по направлениям подготовки 010100 «Математика», 010200 «Математика. Прикладная математика», 011000 «Механика. Прикладная математика». - Библиогр.: доступна в карточке книги, на сайте ЭБС Лань. - Книга из коллекции ФИЗМАТЛИТ - Математика. - ISBN 978-5-9221-1093-8., <https://e-lib.unn.ru/MegaPro/UserEntry?Action=FindDocs&ids=665776&idb=0>.

Программное обеспечение и Интернет-ресурсы (в соответствии с содержанием дисциплины):

<https://e-learning.unn.ru/course/view.php?id=1683>

7. Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля)

Учебные аудитории для проведения учебных занятий, предусмотренных образовательной программой, оснащены мультимедийным оборудованием (проектор, экран), техническими средствами обучения.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечены доступом в электронную информационно-образовательную среду.

Программа составлена в соответствии с требованиями ОС ННГУ по направлению подготовки/специальности 01.03.01 - Математика.

Автор(ы): Сидоров Сергей Владимирович, кандидат физико-математических наук.

Заведующий кафедрой: Золотых Николай Юрьевич, доктор физико-математических наук.

Программа одобрена на заседании методической комиссии от 02.12.2024, протокол № 5.