

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

**федеральное государственное автономное  
образовательное учреждение высшего образования  
«Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет  
им. Н.И. Лобачевского»**

Радиофизический факультет

---

УТВЕРЖДЕНО

решением президиума Ученого совета ННГУ

протокол № 1 от 16.01.2024 г.

**Рабочая программа дисциплины**

Методы математической физики

---

Уровень высшего образования

Бакалавриат

---

Направление подготовки / специальность

03.03.03 - Радиофизика

---

Направленность образовательной программы

Радиофизика и электроника

---

Форма обучения

очная

---

г. Нижний Новгород

2024 год начала подготовки

## 1. Место дисциплины в структуре ОПОП

Дисциплина Б1.О.19 Методы математической физики относится к обязательной части образовательной программы.

## 2. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями и индикаторами достижения компетенций)

Формируемые компетенции (код, содержание компетенции)	Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), в соответствии с индикатором достижения компетенции		Наименование оценочного средства	
	Индикатор достижения компетенции (код, содержание индикатора)	Результаты обучения по дисциплине	Для текущего контроля успеваемости	Для промежуточной аттестации
ОПК-1: Способен применять базовые знания в области физики и радиофизики и использовать их в профессиональной деятельности, в том числе в сфере педагогической деятельности;	ОПК-1.1: Обладает фундаментальными знаниями в области физики и радиофизики ОПК-1.2: Анализирует физические аспекты теории и возможности ее использования для решения научно-исследовательских задач ОПК-1.3: Решает научно-исследовательские задачи, в том числе в сфере педагогической деятельности	ОПК-1.1: Знает современную терминологию, используемую в математической физике и вариационном исчислении, классификацию систем уравнений первого порядка в частных производных (ЧП) и уравнений второго порядка в ЧП, способы приведения их к каноническому виду и т.д, возможности применения методов матфизики для решения практических задач.  ОПК-1.2: Знает порядок поиска и анализа литературы по мат. физике, освоил методы математического моделирования и вывода уравнений математической физики, используя вариационные принципы, законы сохранения.  ОПК-1.3: Владеет аналитическими методами решения корректно поставленных математических задач для простых областей линейных уравнений в частных производных второго порядка, владеет методами сведения квазилинейных и нелинейных	Практическое задание	Экзамен: Контрольные вопросы Практическое задание  Зачёт: Контрольные вопросы

		систем уравнений в частных производных первого порядка к системам обыкновенных дифференциальных уравнений.		
ОПК-2: Способен проводить экспериментальные и теоретические научные исследования объектов, систем и процессов, обрабатывать и представлять экспериментальные данные;	ОПК-2.1: Использует методы радиофизических измерений и методы обработки результатов ОПК-2.2: Формулирует задачи экспериментального и теоретического исследования в области радиофизики, использует радиофизическое измерительное оборудование и применяет теоретические методы ОПК-2.3: Применяет практические навыки радиофизических исследований и представления результатов	ОПК-2.1: Знает области применения базовых понятий математической физики, умеет находить и анализировать литературу по математической физике, находить и выбирать методы для решения конкретной задачи  ОПК-2.2: Владеет опытом применения базовых знаний математической физики, умеет решать простые практические задачи.  ОПК-2.3: Имеет практический опыт применения знаний математической физики при решении задач профессиональной деятельности	Практическое задание	Экзамен: Контрольные вопросы Практическое задание  Зачёт: Контрольные вопросы

### 3. Структура и содержание дисциплины

#### 3.1 Трудоемкость дисциплины

	<b>очная</b>
<b>Общая трудоемкость, з.е.</b>	<b>7</b>
<b>Часов по учебному плану</b>	<b>252</b>
в том числе	
<b>аудиторные занятия (контактная работа):</b>	
- занятия лекционного типа	<b>48</b>
- занятия семинарского типа (практические занятия / лабораторные работы)	<b>64</b>
- КСР	<b>3</b>
<b>самостоятельная работа</b>	<b>92</b>
<b>Промежуточная аттестация</b>	<b>45</b> <b>Экзамен, Зачёт</b>

#### 3.2. Содержание дисциплины

(структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и виды учебных занятий)

Наименование разделов и тем дисциплины	Всего (часы)	в том числе			
		Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы из них			Самостоятельная работа обучающегося, часы
		Занятия лекционного типа	Занятия семинарского типа (практические занятия/ лабора- торные работы), часы	Всего	
	0 ф 0	0 ф 0	0 ф 0	0 ф 0	0 ф 0
Тема 1. Простейшая задача вариационного исчисления. Основная лемма вариационного исчисления. Первая вариация. Уравнение Эйлера. Экстремали. Основные случаи интегрируемости уравнения Эйлера: интеграл энергии (тождество Бельтрами), интеграл импульса и пр. Инвариантность уравнения Эйлера	6	2	2	4	2
Тема 2. Вариационная задача на классе векторных функций. Вариационная задача со старшими производными. Уравнение Эйлера-Пуассона. Вариационная задача на классе функций многих переменных. Уравнение Эйлера-Остроградского	6	2	2	4	2
Тема 3. Вариационные задачи со свободными границами. Условие трансверсальности. Экстремали с угловыми точками. Условия Вейерштрасса–Эрдмана	6	2	2	4	2
Тема 4. Определение нормы и нормированного пространства. Понятие слабого и сильного экстремума. Производная Фреше и производная Гато. Инвариантный интеграл Гильберта. Функция Вейерштрасса. Условие Лежандра. Собственное и центральное поле экстремалей. Условие Якоби. Достаточные условия слабого и сильного экстремума	6	2	2	4	2
Тема 5. Вариационные задачи на условный экстремум. Метод неопределенных множителей Лагранжа. Изопериметрическая задача. Голономные и неголономные связи	6	2	2	4	2
Тема 6. Вариационные принципы физики: принцип Гамильтона. Вывод уравнения поперечных колебаний струны, мембраны с помощью вариационных принципов. Приведение уравнений Эйлера к каноническому виду. Преобразование Лежандра. Уравнение Гамильтона–Якоби	8	2	2	4	4
Тема 7. Вывод основных уравнений математической физики. Уравнение продольных колебаний стержня. Три типа граничных условий для стержня (жесткое закрепление, условие свободного конца, упругое закрепление). Неоднородные граничные условия в задачах о колебаниях стержня. Вывод телеграфных уравнений. Уравнение теплопроводности для стержня. Уравнение диффузии. Распространение тепла в пространстве. Граничные условия для уравнений теплопроводности. Основные задачи, приводящие к уравнениям эллиптического типа	8	2	2	4	4
Тема 8. Системы гиперболических квазилинейных уравнений первого порядка с двумя независимыми переменными. Метод характеристик. Простейшие уравнения: уравнение переноса и т.д.. Характеристики. Уравнение Хопфа. Градиентная катастрофа. Системы полулинейных уравнений первого порядка. Классификация квазилинейных дифференциальных уравнений в частных производных первого порядка: гиперболические, строго гиперболические, параболические и эллиптические системы. Уравнения Максвелла как пример гиперболической, но не строго гиперболической системы. Уравнения Коши-Римана как пример эллиптической системы. Приведение гиперболической системы к характеристическому виду. Приведение	17	2	13	15	2

полулинейной гиперболической системы к виду в инвариантах Римана. Продолженная система системы квазилинейных уравнений гиперболического типа, её приведение к инвариантам Римана. Задача Коши. Альтернативное определение характеристики как кривой, на которой задача Коши не определена или определена не единственным образом. Решение системы телеграфных уравнений для линии без искажений					
Тема 9. Уравнения в частных производных второго порядка. Классификация квазилинейных дифференциальных уравнений в частных производных второго порядка. Приведение к каноническому виду. Гиперболические уравнения второго порядка. Метод бегущих волн для одномерного волнового уравнения. Вывод формулы Даламбера. Построение решения задачи Коши с помощью фазовой плоскости. Нахождение решения для неоднородного уравнения. Метод продолжений для решения задач для полугораниченной струны. Задача о распространении граничного режима. Задачи для ограниченной струны. Метод функций Римана. Решение телеграфного уравнения линии без искажений методом Даламбера и решение полного телеграфного уравнения методом функций Римана	32	4	12	16	16
Тема 10. Обобщенные функции, обобщенное решение. Обобщенные функции: определения (пространство основных функций) и основные свойства. Дельта функция Дирака. Дельтообразные последовательности. Операции над обобщенными функциями. Свертка. Регуляризация степенных особенностей. Формулы Сохоцкого. Понятие обобщенного решения. Фундаментальное решение. Сверточная алгебра в подпространстве обобщенных функций $D^+$ . Фундаментальное решение обыкновенного дифференциального уравнения произвольной степени $n$ . Метод спуска. Функция Грина	10	2	2	4	6
Тема 11. Метод Фурье (метод разделения переменных). Метод Фурье для уравнений гиперболического типа. Схема метода разделения переменных на примере задачи о свободных колебаниях струны с жестко закрепленными концами. Связь с теорией рядов Фурье. Задача Штурма - Лиувилля. Обобщенные ряды Фурье (разложения по системе собственных функций задачи Штурма - Лиувилля). Гильбертово пространство. Симметрический оператор. Положительный оператор. Свойства собственных значений и собственных функций. Ортогональность собственных функций. Нормы. Ортонормированные системы функций. Теорема Стеклова. Три условия, которым должна удовлетворять система функций для получения классического решения: 1) ортогональность 2) полнота 3) равномерная сходимость. Эквивалентность понятий полноты и замкнутости системы функций. Интерпретация решения, стоячие волны. Общая схема разделения переменных для одномерного однородного уравнения гиперболического типа с однородными граничными условиями. Сведение задачи с неоднородным уравнением и неоднородными граничными условиями к однородному уравнению с неоднородными граничными условиями и к неоднородному уравнению с однородными граничными условиями. Уточнение условий на начальные данные на примере решения с помощью формулы Даламбера. Функция Грина краевой задачи для обыкновенного дифференциального уравнения. Интегральное уравнение. Счётное множество собственных чисел задачи Штурма-Лиувилля. Постановка начально -краевой задачи для многомерного уравнения гиперболического типа. Метод разделения переменных в многомерном случае. Метод разделения переменных для неоднородного одномерного уравнения гиперболического типа. Неоднородные граничные условия. Оператор Шредингера	39	6	9	15	24
Тема 12. Высшие трансцендентные функции. Определение и основные свойства гамма - функции. Уравнение Бесселя. Отыскание решения уравнения Бесселя в виде обобщенного степенного ряда. Общее решение уравнения Бесселя. Цилиндрические функции. Функции Бесселя 1 и 2 рода (функция Неймана). Функции Ганкеля. Модифицированные функции Бесселя 1 и 2 рода. Задача Штурма -Лиувилля для уравнения Бесселя. Ряды Фурье -Бесселя и Дини. Полиномы Лежандра, Эрмита и	6	2	2	4	2

Лаггера и их основные свойства					
Тема 13. Интегральные преобразования. Обобщенные функции медленного роста. Преобразование Фурье: прямое и обратное преобразования Фурье. Свойства преобразования Фурье. Решение начальной задачи для уравнения теплопроводности методом преобразования Фурье. Применение преобразования Фурье по пространственным переменным к решению задачи Коши для гиперболических уравнений	6	2	2	4	2
Тема 14. Уравнения параболического типа. Фундаментальное решение уравнения теплопроводности, его свойства. Неоднородное уравнение теплопроводности. Решение начальной задачи в трехмерном пространстве. Решение уравнения теплопроводности на полупрямой. Функция Грина для уравнения теплопроводности на полупрямой. Представление решения простейшей задачи на полупрямой с помощью функции Грина. Постановка смешанной задачи для уравнения теплопроводности в одномерном и многомерном случаях. Решение смешанной задачи методом разделения переменных. Функция Грина смешанной задачи для уравнения теплопроводности. Ее физический смысл. Решение смешанной задачи для уравнения теплопроводности с помощью функции Грина	24	8	4	12	12
Тема 15. Уравнения эллиптического типа. Корректность по Адамару. Уравнение Лапласа и уравнение Пуассона. Три рода краевых задач для уравнений эллиптического типа. Первая и вторая формулы Грина. Гармонические функции и их свойства. Функция Грина внутренней задачи Дирихле. Ее свойства, физическая интерпретация. Интегральное представление решения задачи Дирихле для уравнения Пуассона с помощью функции Грина. Метод электростатических отображений построения функции Грина. Решения задач Дирихле для уравнения Лапласа в верхнем полупространстве и внутри шара. Функция Грина задачи Неймана и третьей краевой задачи. Объемный и поверхностные потенциалы: определения и основные свойства. Гауссов потенциал. Применение потенциалов для решения краевых задач. Сведение краевых задач к интегральным уравнениям	24	8	6	14	10
Аттестация	45				
КСР	3			3	
Итого	252	48	64	115	92

### Содержание разделов и тем дисциплины

Занятия семинарского типа организуются, в том числе в форме практической подготовки. Практическая подготовка направлена на формирование и развитие знаний, умений и навыков применения современных информационных технологий, в том числе отечественного производства, при решении задач профессиональной деятельности

#### 4. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся

Самостоятельная работа обучающихся включает в себя подготовку к контрольным вопросам и заданиям для текущего контроля и промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины приведенным в п. 5.

Самостоятельная работа студента при изучении дисциплины «Методы математической физики» включает выполнение практических заданий под контролем преподавателя и подготовку к зачету

## 5. Фонд оценочных средств для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)

### 5.1 Типовые задания, необходимые для оценки результатов обучения при проведении текущего контроля успеваемости с указанием критериев их оценивания:

#### 5.1.1 Типовые задания (оценочное средство - Практическое задание) для оценки сформированности компетенции ОПК-1:

1. Используя формулу Даламбера, найти решение

задачи:  $U_{tt} = U_{xx} + \sin x$ ,  $U|_{t=0} = x$ ,  $U_t|_{t=0} = x$

2. Определить решение начальной задачи для однородного волнового уравнения в точке  $x=\pi/2$ .

Начальные функции имеют вид:  $\varphi(x) = \begin{cases} \sin x, & |x| < \pi \\ 0, & |x| > \pi \end{cases}$ ,  $\Psi(x) = \begin{cases} V_0, & |x| < \pi \\ 0, & |x| > \pi \end{cases}$

3. Построить профиль полуограниченной струны с жестко закрепленным концом  $x=0$  в момент времени  $t=5c/2a$ , если начальное отклонение отлично от нуля только на интервале  $(c, 4c)$  и имеет форму ломаной с вершинами в точках  $(c,0), (2c,2h), (3c,h), (4c,0)$ . Начальная скорость равна нулю. Найти формулы, представляющие закон движения точки  $x=5c/2$ .

4. Полуограниченной струне со свободным концом  $x=0$  в начальный момент времени  $t=0$  помощью поперечного удара передается импульс  $I$  в точках  $x = x_0$ ,  $x = 4x_0$ . Найти отклонения точек струны

в момент времени  $t = \frac{3x_0}{2a}$ .

5. Найти решение начально-краевой задачи:

$$U_{tt} - 4U_{xx} = 0, \quad x > 0, t > 0$$

$$U|_{t=0} = 2 - x, \quad U_t|_{t=0} = 2,$$

$$(U_t + 3U_x)|_{x=0} = 3t - e^t$$

6. Рассмотреть задачу о поперечных колебаниях струны, закрепленной на конце  $x=0$  и подверженной на конце  $x=l$  действию силы  $A \sin \omega t$ . Начальные условия нулевые. Найти решение при всех  $0 < t < 3l/2a$ .

#### 5.1.2 Типовые задания (оценочное средство - Практическое задание) для оценки сформированности компетенции ОПК-2:

$$\begin{cases} u_{tt} = u_{xx} + 6, & x > 0, t > 0; \\ u(x,0) = x^2, & x > 0 \\ u_t(x,0) = 0, & x > 0 \\ u_t(0,t) + 2u_x(0,t) = -4t, & t > 0 \end{cases}$$

1) Найти решение начально-краевой задачи

2) Решить задачу о колебаниях струны, один конец которой ( $x=0$ ) свободен, а другой ( $x=\pi$ ) закреплен

жестко. Начальное отклонение и начальная скорость имеют вид:

$$U|_{t=0} = \cos \frac{3x}{2}, \quad U_t|_{t=0} = \cos \frac{x}{2}$$

$$\Delta u = 0, \quad u|_{x^2+y^2=a^2} = 2(x^2 + y^2), \quad \text{где } \Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}.$$

3) Найти решение

4) Докажите, что для оператора Гельмгольца  $L = \Delta + k^2$  функции

$$\mathcal{E}(x) = -\frac{i}{2k} e^{ik|x|}, \quad \bar{\mathcal{E}}(x) = \frac{i}{2k} e^{-ik|x|}$$

являются фундаментальными решениями в  $\mathbb{R}^1$ .

5) Решить начально-краевую задачу для гиперболического уравнения на полупрямой:

$$\begin{cases} u_{tt} = u_{xx}, & x > 0, \quad t > 0; \\ u(x, 0) = x^3, & x > 0; \\ u_t(x, 0) = 3x^2, & x > 0; \\ u_x(0, t) = 2\sin 2t, & t > 0. \end{cases}$$

6) Решить начально-краевую задачу для гиперболического уравнения на полупрямой:

$$\begin{cases} u_{tt} = u_{xx}, & x > 0, \quad t > 0; \\ u(x, 0) = x^3, & x > 0; \\ u_t(x, 0) = 3x^2, & x > 0; \\ u_x(0, t) = 2\sin 2t, & t > 0. \end{cases}$$

**Критерии оценивания (оценочное средство - Практическое задание)**

Оценка	Критерии оценивания
зачтено	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «превосходно», продемонстрированы знания, умения, владения по соответствующим компетенциям на уровне, выше предусмотренного программой ИЛИ Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «отлично», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «отлично» ИЛИ Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «очень хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «очень хорошо» ИЛИ Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «хорошо» ИЛИ Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «удовлетворительно», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «удовлетворительно»
не зачтено	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «неудовлетворительно», ни одна из компетенций не сформирована на уровне «плохо» ИЛИ Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «плохо»

## 5.2. Описание шкал оценивания результатов обучения по дисциплине при промежуточной аттестации

### Шкала оценивания сформированности компетенций

Уровень сформированности компетенций (индикатора достижения компетенций)	плохо	неудовлетворительно	удовлетворительно	хорошо	очень хорошо	отлично	превосходно
	не зачтено			зачтено			
<u>Знания</u>	Отсутствие знаний теоретического материала. Невозможность оценить полноту знаний вследствие отказа обучающегося от ответа	Уровень знаний ниже минимальных требований. Имели место грубые ошибки	Минимально допустимый уровень знаний. Допущено много негрубых ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько негрубых ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько несущественных ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Ошибок нет.	Уровень знаний в объеме, превышающем программу подготовки.
<u>Умения</u>	Отсутствие минимальных умений. Невозможность оценить наличие умений вследствие отказа	При решении стандартных задач не продемонстрированы основные умения. Имели место грубые	Продемонстрированы основные умения. Решены типовые задачи с негрубыми	Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с	Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи.	Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные	Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены

	обучающегося от ответа	ошибки	ошибками. Выполнены все задания, но не в полном объеме	негрубыми ошибками. Выполнены все задания в полном объеме, но некоторые с недочетами	Выполнены все задания в полном объеме, но некоторые с недочетами	задачи с отдельным и несущественными недочетами, выполнены все задания в полном объеме	все задания, в полном объеме без недочетов
<u>Навыки</u>	Отсутствие базовых навыков. Невозможность оценить наличие навыков вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы базовые навыки. Имели место грубые ошибки	Имеется минимальный набор навыков для решения стандартных задач с некоторым и недочетами	Продемонстрированы базовые навыки при решении стандартных задач с некоторым и недочетами	Продемонстрированы базовые навыки при решении стандартных задач без ошибок и недочетов	Продемонстрированы навыки при решении нестандартных задач без ошибок и недочетов	Продемонстрирован творческий подход к решению нестандартных задач

### Шкала оценивания при промежуточной аттестации

Оценка		Уровень подготовки
зачтено	превосходно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «превосходно», продемонстрированы знания, умения, владения по соответствующим компетенциям на уровне выше предусмотренного программой
	отлично	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «отлично».
	очень хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «очень хорошо»
	хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «хорошо».
	удовлетворительно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «удовлетворительно», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «удовлетворительно»
не зачтено	неудовлетворительно	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «неудовлетворительно».
	плохо	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «плохо»

**5.3 Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения на промежуточной аттестации с указанием критериев их оценивания:**

**5.3.1 Типовые задания (оценочное средство - Контрольные вопросы) для оценки сформированности компетенции ОПК-1**

1. Сформулировать утверждение основной леммы вариационного исчисления.
2. Что такое функционал?
3. Написать уравнение Эйлера для простейшей задачи вариационного исчисления
4. Дать определение первой вариации (производной Гато).
5. Что такое экстремаль?
6. Необходимое условие экстремума функционала в простейшей задаче вариационного исчисления.
7. Случаи интегрируемости уравнения Эйлера.
8. Вариационная задача со старшими производными. Уравнение Эйлера-Пуассона.
9. Вариационная задача на классе функций многих переменных. Уравнение Эйлера-Остроградского.

### 5.3.2 Типовые задания (оценочное средство - Контрольные вопросы) для оценки сформированности компетенции ОПК-2

1. Условие трансверсальности в вариационной задаче со свободной (–ыми) границей (–ами).
2. Принцип Гамильтона. Вывод уравнения колебаний струны.
3. Вывод телеграфных уравнений.
4. Как определяется тип системы уравнений первого порядка с двумя независимыми переменными?
5. Что такое квазилинейное уравнение?
6. Дать определение характеристики системы гиперболических уравнений
7. Что такое градиентная катастрофа
8. Что входит в понятие корректной задачи по Адамару?

### Критерии оценивания (оценочное средство - Контрольные вопросы)

Оценка	Критерии оценивания
превосходно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «превосходно», продемонстрированы знания, умения, владения по соответствующим компетенциям на уровне, выше предусмотренного программой
отлично	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «отлично», при этом хотя бы

Оценка	Критерии оценивания
	одна компетенция сформирована на уровне «отлично»
очень хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «очень хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «очень хорошо»
хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «хорошо»
удовлетворительно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «удовлетворительно», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «удовлетворительно»
неудовлетворительно	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «неудовлетворительно», ни одна из компетенций не сформирована на уровне «плохо»
плохо	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «плохо»

### 5.3.3 Типовые задания (оценочное средство - Контрольные вопросы) для оценки сформированности компетенции ОПК-1

На собеседовании проверяется, как студент освоил основные понятия. Он должен уметь давать развернутый ответ на следующие вопросы:

1. Уравнение Эйлера для простейшей задачи (задачи с закрепленными концами) вариационного исчисления.
2. Основная лемма вариационного исчисления.
3. Первая вариация (производная Гато).
4. Понятие слабого и сильного экстремума.
5. Что такое инвариантный интеграл Гильберта?
6. Что такое функция Вейерштрасса?
7. Что такое центральное поле экстремалей?
8. Достаточные условия слабого минимума
9. Достаточные условия сильного минимума

10. Преобразование Лежандра и канонические уравнения
11. Уравнение Гамильтона–Якоби
12. Какие связи называются неголономными?
13. Что входит в понятие корректной задачи по Адамару? Является ли задача Коши для уравнения Лапласа корректной Адамару?
14. Чем определяется число условий, которые должны быть поставлены на границе для корректной постановки начально–краевой задачи для гиперболической системы уравнений в частных производных?
15. Формула Даламбера – решение задачи Коши для гиперболического уравнения в частных производных второго порядка от двух переменных
16. Что такое кластеризация?
17. Решение начальной задачи для неоднородного волнового уравнения.
18. Преобразование системы телеграфных уравнений к одному уравнению второго порядка.

#### **5.3.4 Типовые задания (оценочное средство - Контрольные вопросы) для оценки сформированности компетенции ОПК-2**

1. Пространство основных (пробных) функций. Носитель.
2. Определение обобщенной функции. Регулярные и сингулярные обобщенные функции. Примеры.
3. Действия с обобщенными функциями.
4. Обобщенные производные.
5. Задача Штурма-Лиувилля. Пример решения задачи Штурма-Лиувилля.
6. Свойства оператора Штурма-Лиувилля, его собственных чисел и собственных функций. Понятие кратного и простого собственного значения.
7. Теорема Стеклова.
8. Метод Фурье решения однородных смешанных задач для уравнения гиперболического типа.
9. Решение неоднородного волнового уравнения с однородными граничными и нулевыми начальными условиями.
10. Общая схема метода Фурье.
11. Метод Фурье в многомерных задачах.
12. Уравнение Бесселя. Отыскание решения уравнения Бесселя в виде обобщенного степенного ряда.

13. Функции Бесселя первого рода. Функции Бесселя целого порядка. Функции Неймана. Общее решение уравнения Бесселя.
14. Решение начальной задачи для уравнения теплопроводности с помощью преобразования Фурье.
15. Определение функции Грина для уравнения теплопроводности. Ее физический смысл.
16. Формула решения смешанной задачи для уравнения теплопроводности с помощью функции Грина.
17. Построение функции Грина уравнения теплопроводности для ограниченной области.
18. Нахождение функции Грина уравнения теплопроводности на полупрямой методом продолжений.
19. Построение функции Грина уравнения теплопроводности для пространства любой размерности.
20. Уравнение Лапласа и уравнение Пуассона. Три рода краевых задач для уравнений эллиптического типа.
21. Первая и вторая формулы Грина.
22. Определение и свойства гармонических функций.
23. Теорема о максимуме и минимуме для гармонической функции. Корректность постановки задачи Дирихле для уравнения Пуассона.
24. Единственность решения задач Дирихле и Неймана для оператора Лапласа.
25. Интегральное представление решения первой краевой задачи для уравнения Пуассона с помощью функции Грина.
26. Метод электростатических отображений построения функции Грина задачи Дирихле.
27. Решение задачи Дирихле для уравнения Лапласа в верхнем полупространстве методом электростатических отображений.
28. Объемный потенциал и его свойства.
29. Потенциал простого слоя и его свойства.
30. Потенциал двойного слоя и его свойства. Гауссов потенциал.
31. Применение потенциалов для сведения краевых задач к интегральным уравнениям (задача Дирихле в верхнем полупространстве).

### **Критерии оценивания (оценочное средство - Контрольные вопросы)**

Оценка	Критерии оценивания
зачтено	Студент дал развернутый ответ на все вопросы.

Оценка	Критерии оценивания
не зачтено	Студент ответил только на часть вопросов или дал неразвернутый ответ на все вопросы.

### 5.3.5 Типовые задания (оценочное средство - Практическое задание) для оценки сформированности компетенции ОПК-1

Практические задания для промежуточной аттестации формируются из заданий для текущего контроля

### 5.3.6 Типовые задания (оценочное средство - Практическое задание) для оценки сформированности компетенции ОПК-2

Практические задания для промежуточной аттестации формируются из заданий для текущего контроля

### Критерии оценивания (оценочное средство - Практическое задание)

Оценка	Критерии оценивания
превосходно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «превосходно», продемонстрированы знания, умения, владения по соответствующим компетенциям на уровне, выше предусмотренного программой
отлично	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «отлично», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «отлично»
очень хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «очень хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «очень хорошо»
хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «хорошо»
удовлетворительно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «удовлетворительно», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «удовлетворительно»
неудовлетворительно	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «неудовлетворительно», ни одна из компетенций не сформирована на уровне «плохо»
плохо	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «плохо»

## 6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля)

## Основная литература:

1. Эльсгольц Лев Эрнестович. Дифференциальные уравнения и вариационное исчисление : [учеб. пособие для физ.-мат. фак. гос. ун-тов]. - М. : Гостехиздат, 1957. - 272 с. : с черт. - 0.57., 1 экз.
2. Эльсгольц Лев Эрнестович. Дифференциальные уравнения и вариационное исчисление : учеб. для физ. и физ.-мат. фак. ун-тов. - М. : Наука, 1965. - 424 с. - (Курс высшей математики и математической физики ; Вып. 3). - 0.80., 9 экз.
3. Эльсгольц Л. Э. Дифференциальные уравнения и вариационное исчисление / Л. Э. Эльсгольц. - Москва, 1969. - 0.81., 2 экз.
4. Эльсгольц Лев Эрнестович. Дифференциальные уравнения и вариационное исчисление : учебник. - 5-е изд. - М. : Эдиториал УРСС, 2002. - 320 с. - ISBN 5-354-00135-8 : 117.00., 68 экз.
5. Тихонов Андрей Николаевич. Уравнения математической физики : [учеб. пособие для ун-тов]. - 4-е изд., испр. - М. : Наука, 1972. - 735 с. : с черт. - 1.58., 6 экз.
6. Арсенин Василий Яковлевич. Методы математической физики и специальные функции : [учеб. пособие для вузов]. - 2-е изд., перераб. и доп. - М. : Наука, 1984. - 383 с. : граф. - 1.10., 37 экз.
7. Арсенин В. Я. Методы математической физики и специальные функции : [учеб. пособие для вузов]. - М. : Наука, 1974. - 431 с. : с черт. - 1.02., 29 экз.

## Дополнительная литература:

1. Владимиров Василий Сергеевич. Уравнения математической физики : учеб. для физ. и мех.-мат. вузов. - 4-е изд., испр. и доп. - М. : Наука, Гл. ред. физ.-мат. лит., 1981. - 512 с. - 50.00., 13 экз.
2. Владимиров Василий Сергеевич. Уравнения математической физики : [учеб. для физ.-техн. специальностей вузов]. - 5-е изд., доп. - М. : Наука, 1988. - 512 с. : ил. - 1.30., 81 экз.
3. Смирнов Модест Михайлович. Дифференциальные уравнения в частных производных второго порядка : [учеб. пособие для мех.-мат. и физ.-мат. фак. ун-тов]. - 2-е изд., испр. и доп. - Минск : Изд-во БГУ, 1974. - 232 с. : с черт. - 0.56., 4 экз.

## Программное обеспечение и Интернет-ресурсы (в соответствии с содержанием дисциплины):

- 1) Эльсгольц Л.Э. Дифференциальные уравнения и вариационное исчисление. - М.: Наука, <https://djvu.online/download/OaLas8wGhNoGZ>
- 2) Тихонов А.М., Самарский А.А. Уравнения математической физики. - М.: Наука, <https://djvu.online/download/XY0Zgytes78pt>
- 3) Годунов С.К., Золотарева Е.В. Сборник задач по уравнениям математической физики Новосибирск, 1974 <https://djvu.online/download/we2Xh1fWGQhBw>
- 4) Владимиров В.С. Уравнения математической физики. - М.: Наука, <https://djvu.online/download/Ivrjw0ZJiMx7>
- 5) Смирнов М.М. Дифференциальные уравнения в частных производных второго порядка. Минск, 1974. <http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/mathematics/pde.htm> —
- 6) Фонд образовательных электрон. ресурсов ННГУ <http://www.unn.ru/books/resources>
- 7) Библиотека Eqworld (<http://eqworld.ipmnet.ru/>)

## 7. Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля)

Учебные аудитории для проведения учебных занятий, предусмотренных образовательной программой, оснащены мультимедийным оборудованием (проектор, экран), техническими

средствами обучения.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечены доступом в электронную информационно-образовательную среду.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению подготовки/специальности 03.03.03 - Радиофизика.

Автор(ы): Солдатов Игорь Николаевич, доктор физико-математических наук.

Заведующий кафедрой: Павлов Игорь Сергеевич, доктор физико-математических наук.

Программа одобрена на заседании методической комиссии от 18 декабря 2023 г., протокол № 09/23.