

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

**федеральное государственное автономное
образовательное учреждение высшего образования
«Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет
им. Н.И. Лобачевского»**

Институт информационных технологий, математики и механики

УТВЕРЖДЕНО

решением президиума Ученого совета ННГУ

протокол № 1 от 16.01.2024 г.

Рабочая программа дисциплины

Дискретные динамические системы

Уровень высшего образования

Специалитет

Направление подготовки / специальность

01.05.01 - Фундаментальные математика и механика

Направленность образовательной программы

Фундаментальная механика и приложения

Форма обучения

очная

г. Нижний Новгород

2024 год начала подготовки

1. Место дисциплины в структуре ОПОП

Дисциплина Б1.В.ДВ.08.02 Дискретные динамические системы относится к части, формируемой участниками образовательных отношений образовательной программы.

2. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями и индикаторами достижения компетенций)

Формируемые компетенции (код, содержание компетенции)	Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), в соответствии с индикатором достижения компетенции		Наименование оценочного средства	
	Индикатор достижения компетенции (код, содержание индикатора)	Результаты обучения по дисциплине	Для текущего контроля успеваемости	Для промежуточной аттестации
ПК-11: Умение использовать физические и компьютерные модели объектов и явлений реального мира, сред, тел и конструкций, а также современное экспериментальное оборудование	<p>ПК-11.1: Знает теоретические основы физического и компьютерного моделирования, основы эксперимента в механике</p> <p>ПК-11.2: Умеет использовать физические и компьютерные модели объектов и явлений реального мира, сред, тел и конструкций, а также современное экспериментальное оборудование для решения задач механики на основе полученных теоретических знаний</p> <p>ПК-11.3: Имеет практический опыт использования физических и компьютерных моделей и экспериментального оборудования при решении стандартных задач механики</p>	<p>ПК-11.1: Знания: основные понятия теории динамических систем, теоретические основы физического и компьютерного моделирования</p> <p>ПК-11.2: Умения осуществлять анализ и выбор методов решения задач</p> <p>ПК-11.3: Владения практическим опытом использования физических и компьютерных моделей для решения задач в соответствии с выбранным методом и построенным алгоритмом</p>	Контрольная работа	Зачёт: Контрольная работа

3. Структура и содержание дисциплины

3.1 Трудоемкость дисциплины

	очная
Общая трудоемкость, з.е.	2
Часов по учебному плану	72
в том числе	

аудиторные занятия (контактная работа):	
- занятия лекционного типа	32
- занятия семинарского типа (практические занятия / лабораторные работы)	0
- КСР	1
самостоятельная работа	39
Промежуточная аттестация	0 Зачёт

3.2. Содержание дисциплины

(структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и виды учебных занятий)

Наименование разделов и тем дисциплины	Всего (часы)	в том числе			
		Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы из них			Самостоятельная работа обучающегося, часы
		Занятия лекционного типа	Занятия семинарского типа (практические занятия/лабораторные работы), часы	Всего	
0 Ф 0	0 Ф 0	0 Ф 0	0 Ф 0	0 Ф 0	
Введение в теорию дискретных динамических систем.	5	2		2	3
Подход к изучению дискретных динамических систем, основанный на понятии «типичности».	5	2		2	3
Понятие фрактального множества	5	2		2	3
Топологическая сопряженность дискретных динамических систем.	9	4		4	5
Классические теоремы о неподвижных точках.	9	4		4	5
Понятие структурной устойчивости, Омега-устойчивости, статистической устойчивости	9	4		4	5
Основные понятия символической динамики.	9	4		4	5
О понятии аттрактора.	9	4		4	5
Введение в одномерную динамику.	11	6		6	5
Аттестация	0				
КСР	1			1	
Итого	72	32	0	33	39

Содержание разделов и тем дисциплины

1) Введение в теорию дискретных динамических систем.

Исторический аспект. Поток, отображение сдвига, отображение последования на секущей Пуанкаре как объекты, связанные с автономными системами дифференциальных уравнений. Конструкция надстройки. Примеры.

Динамическая система с дискретным временем как дискретная группа (полугруппа) преобразований

фазового пространства M ($M \subset \mathbb{R}^n$, $n \geq 1$, M - компакт). Примеры. Пространство $C^r(M)$, $r \geq 0$

2) Подход к изучению дискретных динамических систем, основанный на понятии «типичности». Множества всюду плотные; граничные; нигде не плотные; 1-ой категории. Теорема Бэра. Следствия. Примеры.

Связь меры и категории. Примеры. Понятие типичного свойства дискретной динамической системы.

3) Понятие фрактального множества.

Примеры. Понятие о размерности Хаусдорфа, вычисление размерности Хаусдорфа классических фрактальных множеств: канторова дискон-тинуума, континуумов Серпинского.

4) Топологическая сопряженность дискретных динамических систем.

Примеры топологически сопряженных дискретных динамических систем. Построение сопрягающего гомеоморфизма.

Основные инварианты топологической сопряженности. Классификация траекторий по свойству возвращаемости: периодические, рекуррентные, устойчивые по Пуассону траектории. Примеры.

Асимптотическое описание поведения траекторий дискретной динамической системы: ω - (α -)предельные точки и множества, неблуждающие (блуждающие) точки и множества. Примеры.

5) Классические теоремы о неподвижных точках.

Принцип Боля-Брауэра. Пример применения.

Отображения, удовлетворяющие условию Липшица. Применения принципа сжатых отображений к решению функциональных уравнений.

Гиперболические линейные отображения. Динамические свойства гиперболических линейных отображений. Гиперболические неподвижные точки.

Теорема Гробмана-Хартмана.

Локальная устойчивость гиперболических неподвижных точек. Гиперболические изоморфизмы в пространстве $GL(\mathbb{R}^n)$ (обратимых линейных отображений \mathbb{R}^n).

6) Понятие структурной устойчивости, Омега-устойчивости, статистической устойчивости.

Примеры структурно устойчивых, Омега-устойчивых, статистически устойчивых дискретных динамических систем: диффеоморфизмы окружности Морса-Смейла; гиперболические автоморфизмы тора, Омега-устойчивые косые произведения в плоскости и на торе, статистически устойчивые одномерные отображения.

7) Основные понятия символической динамики.

Гомеоморфизм сдвига, основные свойства. Примеры применения. Подкова Смейла.

8) О понятии аттрактора.

Аттракторы в смысле Конли, странные аттракторы, аттрактор в смысле Милнора, странный нехаотический аттрактор.

9) Введение в одномерную динамику.

Понятие об одномерных моделях. Примеры.

Теорема А.Н. Шарковского. Примеры применения.

Бифуркации в семействе логистических отображений. Универсальность Фейгенбаума.

Мультифрактальная структура квазиаттрактора Фейгенбаума.

4. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся

Самостоятельная работа обучающихся включает в себя подготовку к контрольным вопросам и заданиям для текущего контроля и промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины приведенным в п. 5.

В рамках дисциплины предусмотрены следующие виды самостоятельной работы (порядок их выполнения, форма контроля):

- повторение материала, пройденного на занятиях лекционного типа (в течение всего

семестра, опрос на занятиях лекционного и семинарско-го типа),

- самостоятельное изучение отдельных вопросов программы (1 раз в семестр, опрос на занятиях семинарского типа),
- подготовка к промежуточному контролю успеваемости (зачет).

5. Фонд оценочных средств для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)

5.1 Типовые задания, необходимые для оценки результатов обучения при проведении текущего контроля успеваемости с указанием критериев их оценивания:

5.1.1 Типовые задания (оценочное средство - Контрольная работа) для оценки сформированности компетенции ПК-11:

1. Приведите примеры автономных систем дифференциальных уравнений с указанием отображения сдвига по траекториям; допускающих секущую Пуанкаре. Во втором случае постройте отображение последования на секущей Пуанкаре.
2. Сформулируйте определение Хаусдорфовой размерности и вычислите Хаусдорфову размерность 1-го континуума Серпинского.
3. Какие омега-предельные множества имеет тент-отображение? Существуют ли у тент-отображения счетные омега-предельные множества? Имеет ли тент-отображение гомоклинические точки? Укажите отображение, топологически сопряженное с тент-отображением.
4. Приведите примеры дискретных динамических систем в \mathbb{R}^n , $n \geq 2$, имеющих гиперболические периодические точки периода 2.

Критерии оценивания (оценочное средство - Контрольная работа)

Оценка	Критерии оценивания
зачтено	Ответ полный и правильный на основании изученной теории; теоретический материал и решение поставленных задач изложены в необходимой логической последовательности, грамотный научный язык; ответ самостоятельный. Могут быть допущены две-три несущественные ошибки, исправленные по требованию преподавателя
не зачтено	Ответ обнаруживает непонимание студентом основного содержания учебного материала или допущены существенные ошибки, которые не могут быть исправлены при наводящих вопросах преподавателя

5.2. Описание шкал оценивания результатов обучения по дисциплине при промежуточной аттестации

Шкала оценивания сформированности компетенций

Уровень сформированности компетенций (индикатор достижения)	плохо	неудовлетворительно	удовлетворительно	хорошо	очень хорошо	отлично	превосходно
		не зачтено		зачтено			

ения							
компет							
<u>Знания</u>	Отсутствие знаний теоретического материала. Невозможность оценить полноту знаний вследствие отказа обучающегося от ответа	Уровень знаний ниже минимальных требований. Имели место грубые ошибки	Минимально допустимый уровень знаний. Допущено много негрубых ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько негрубых ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько несущественных ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Ошибок нет.	Уровень знаний в объеме, превышающем программу подготовки.
<u>Умения</u>	Отсутствие минимальных умений. Невозможность оценить наличие умений вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы основные умения. Имели место грубые ошибки	Продемонстрированы основные умения. Решены типовые задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, но не в полном объеме	Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания в полном объеме, но некоторые с недочетами	Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания в полном объеме, но некоторые с недочетами	Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с отдельными несущественными недочетами, выполнены все задания в полном объеме	Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме без недочетов
<u>Навыки</u>	Отсутствие базовых навыков. Невозможность оценить наличие навыков вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы базовые навыки. Имели место грубые ошибки	Имеется минимальный набор навыков для решения стандартных задач с некоторыми недочетами	Продемонстрированы базовые навыки при решении стандартных задач с некоторыми недочетами	Продемонстрированы базовые навыки при решении стандартных задач без ошибок и недочетов	Продемонстрированы навыки при решении нестандартных задач без ошибок и недочетов	Продемонстрирован творческий подход к решению нестандартных задач

Шкала оценивания при промежуточной аттестации

Оценка		Уровень подготовки
зачтено	превосходно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «превосходно», продемонстрированы знания, владения по соответствующим компетенциям на уровне выше предусмотренного программой
	отлично	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «отлично».
	очень хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «очень хорошо»
	хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «хорошо».

	удовлетворительно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «удовлетворительно», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «удовлетворительно»
не зачтено	неудовлетворительно	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «неудовлетворительно».
	плохо	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «плохо»

5.3 Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения на промежуточной аттестации с указанием критериев их оценивания:

5.3.1 Типовые задания (оценочное средство - Контрольная работа) для оценки сформированности компетенции ПК-11

1. Сформулируйте определение топологической сопряженности дискретных динамических систем, приведите примеры топологически сопряженных систем.
2. Проведите классификацию гиперболических периодических точек. Приведите примеры дискретных динамических систем в \mathbb{R}^n , $n \geq 2$, имеющих неподвижные точки-стоки, источники, седла.
3. Сформулируйте определение и приведите примеры структурно устойчивых, Омега-устойчивых и статистически устойчивых дискретных динамических систем.
4. Приведите пример дискретной динамической системы на двумерном торе, имеющей странный нехаотический аттрактор.
5. Приведите набросок доказательства существования универсальности Фейгенбаума.

Критерии оценивания (оценочное средство - Контрольная работа)

Оценка	Критерии оценивания
зачтено	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки, без ошибок
не зачтено	Уровень знаний ниже минимальных требований. Имели место грубые ошибки

6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля)

Основная литература:

1. Пуанкаре Анри. Избранные труды : в 3 т.: [перевод]. [Т. 1]. Новые методы небесной механики / [коммент. т.: В. И. Арнольда, В. М. Алексеева] ; под ред. Н. Н. Боголюбова (гл. ред.) и [др.] ; сост. И. Б. Погребысский ; Акад. наук СССР . - М. : Наука, 1971. - 771 с., 1 л. портр. : черт. - (Классики науки). - 3.22., 1 экз.
2. Пуанкаре Анри. Избранные труды : в 3 т.: [перевод]. [Т. 2]. Новые методы небесной механики. Топология. Теория чисел / [ред. т. В. И. Арнольд ; коммент. Г. А. Мермана и др.] ; под ред. Н. Н. Боголюбова (гл. ред.) и [др.] ; сост. И. Б. Погребысский ; Акад. наук СССР . - М. : Наука, 1972. - 999 с., 1 л. портр. : черт. - (Классики науки). - 4.51., 2 экз.
3. Пуанкаре Анри. Избранные труды : в 3 т.: [перевод]. [Т. 3]. Математика. Теоретическая физика.

Анализ математических и естественнонаучных работ Анри Пуанкаре / [сост. т. Е. И. Погребысская] ; под ред. Н. Н. Боголюбова (гл. ред.) и [др.] ; сост. И. Б. Погребысский ; Акад. наук СССР . - М. : Наука, 1974. - 771 с., 1 л. портр. : черт. - (Классики науки). - 4.00., 1 экз.

Дополнительная литература:

1. Нитецки З. Введение в дифференциальную динамику / пер. с англ. А. Б. Катка ; под ред. В. М. Алексеева. - М. : Мир, 1975. - 304 с. : черт. - 1.35., 1 экз.

Программное обеспечение и Интернет-ресурсы (в соответствии с содержанием дисциплины):

Не предусмотрено

7. Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля)

Учебные аудитории для проведения учебных занятий, предусмотренных образовательной программой, оснащены мультимедийным оборудованием (проектор, экран), техническими средствами обучения, компьютерами, специализированным оборудованием: мультимедийная техника (компьютер, проектор, экран)

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечены доступом в электронную информационно-образовательную среду.

Программа составлена в соответствии с требованиями ОС ННГУ по направлению подготовки/специальности 01.05.01 - Фундаментальные математика и механика.

Автор(ы): Ефремова Людмила Сергеевна, доктор физико-математических наук, доцент.

Заведующий кафедрой: Калинин Алексей Вячеславович, доктор физико-математических наук.

Программа одобрена на заседании методической комиссии от 13.12.2023, протокол № 3.