

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

**Федеральное государственное автономное  
образовательное учреждение высшего образования  
«Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет  
им. Н.И. Лобачевского»**

**Институт информационных технологий, математики и механики**

(факультет / институт / филиал)

УТВЕРЖДЕНО  
решением Ученого совета ННГУ  
от 30.11.2022 г. протокол № 13

## **Рабочая программа дисциплины**

### **Исследование операций**

(наименование дисциплины (модуля))

Уровень высшего образования

### **бакалавриат**

(бакалавриат / магистратура / специалитет)

Направление подготовки / специальность

### **01.03.02 Прикладная математика и информатика**

(указывается код и наименование направления подготовки / специальности)

Направленность образовательной программы

### **Математическое моделирование и вычислительная математика**

(указывается профиль / магистерская программа / специализация)

Форма обучения

### **очная**

(очная / очно-заочная / заочная)

Нижний Новгород

2023 год

## 1. Место дисциплины в структуре ООП

Дисциплина относится к обязательной части

Код дисциплины Б1.О.16

№ варианта	Место дисциплины в учебном плане образовательной программы	Стандартный текст для автоматического заполнения в конструкторе РПД
1	Блок 1. Дисциплины (модули) Обязательная часть	Дисциплина Б1.О.16 «Исследование операций» относится к обязательной части ООП направления подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика».

## 2. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями и индикаторами достижения компетенций)

Формируемые компетенции (код, содержание компетенции)	Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), в соответствии с индикатором достижения компетенции		Наименование оценочного средства
	Индикатор достижения компетенции* (код, содержание индикатора)	Результаты обучения по дисциплине**	
<b>ОПК-1</b>  <i>Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности</i>	<b>ОПК-1.1.:</b> <i>Обладает фундаментальными знаниями, полученными в области математических и (или) естественных наук</i>	<i>Знать базовые модели и принципы рационального выбора в условиях конфликта и неопределенности, включая основные математические утверждения об их свойствах. Понимать математическое единство моделей выбора решения, имеющих различную содержательную интерпретацию (например, задач планирования типа линейных программ и задач выбора при противоположных интересах типа матричных игр и др.), знать модели операций в нормальной и позиционной формах, принцип максимина, принцип Байеса, равновесие по Нэшу, оптимальность по Парето</i>	<i>собеседование</i>
	<b>ОПК-1.2</b> <i>Умеет использовать фундаментальные знания в профессиональной деятельности, осуществлять выбор методов решения задач профессиональной деятельности на основе теоретических знаний</i>	<i>Уметь применять теоретические знания для решения типовых задач выбора, преобразовывать модели (редуцировать игры, приводить позиционную модель к нормальной форме), и применять соответствующий задаче принцип выбора</i>	<i>тест</i>
	<b>ОПК-1.3.</b> <i>Имеет практический опыт применения фундамен-</i>	<i>Владеть техникой доказательства математических утверждений и различными методами и способами отыскания решений</i>	<i>задачи</i>

	<i>тальных знаний, полученных в области математических и естественных наук в профессиональной деятельности</i>	<i>стандартных задач выбора, аналитическими и графическими методами отыскания седловых точек, ситуаций равновесия, арбитражных решений, байесовских стратегий</i>	
--	--	---	--

### 3. Структура и содержание дисциплины

#### 3.1. Трудоемкость дисциплины

	<b>очная форма обучения</b>
<b>Общая трудоемкость</b>	<b>5 ЗЕТ</b>
<b>Часов по учебному плану</b>	<b>180</b>
<b>в том числе</b>	
<b>контактная работа:</b>	<b>86</b>
- занятия лекционного типа	<b>56</b>
- занятия семинарского типа	<b>28</b>
- текущий контроль (КСР)	<b>2</b>
<b>самостоятельная работа</b>	<b>58</b>
<b>Промежуточная аттестация – экзамен</b>	<b>36</b>

#### 3.2. Содержание дисциплины

Наименование и краткое содержание разделов и тем дисциплины	Всего (часы)	в том числе				Самостоятельная работа обучающегося, часы
		контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы				
		из них				
		Занятия лекционного типа	Занятия семинарского типа	Занятия лабораторного типа	Всего контактных часов	
Модель операции в нормальной форме и принципы выбора	26	12	4		16	10
Принцип максимина в конечных играх двух лиц с нулевой суммой	26	12	4		16	10
Смешанные стратегии	36	12	14		26	10
Кооперативный подход	22	10	2		12	10
Матричные игры и линейное программирование	14	4	0		4	10
Элементы теории статистических решений	18	6	4		10	8
Текущий контроль (КСР)	2				2	

<b>Промежуточная аттестация - экзамен</b>	36					
<b>Итого</b>	<b>180</b>	<b>56</b>	<b>28</b>		<b>86</b>	<b>58</b>

Практические занятия (семинарские занятия) организуются, в том числе в форме практической подготовки, которая предусматривает участие обучающихся в выполнении отдельных элементов работ, связанных с будущей профессиональной деятельностью.

На проведение практических занятий (семинарских занятий) в форме практической подготовки отводится 28 часов.

Практическая подготовка направлена на формирование и развитие:

- практических навыков в соответствии с профилем ОП: доказательства математических утверждений и различными методами и способами отыскания решений стандартных задач выбора, аналитическими и графическими методами отыскания седловых точек, ситуаций равновесия, арбитражных решений, байесовских.
- компетенций – ОПК-1.

Текущий контроль успеваемости реализуется в формах опросов на занятиях семинарского типа.

#### **4. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся**

Самостоятельная работа студента при изучении дисциплины «Исследование операций» включает выполнение заданий под контролем преподавателя, решение домашних заданий и подготовку к экзамену. Для самоконтроля у студента имеется возможность удаленного тестирования по дистанционному лекционному курсу «Исследование операций. Модели экономического поведения» (<http://www.intuit.ru/studies/courses/1056/161/info>) и выполнения заданий из УМК «Исследование операций» ННГУ (<https://e-learning.unn.ru/course/view.php?id=344> , требуется регистрация).

Тематика самостоятельной работы

Модель операции в нормальной форме и принципы выбора – теоретическая часть – разделы 1.1-1.4 [1], решение задач. Проверка задания.

Принцип максимина в конечных играх двух лиц с нулевой суммой– теоретическая часть – разделы 1.5, 2.1-2.3 [1], решение задач (типа 1,2). Проверка задания.

Смешанные стратегии– теоретическая часть – разделы 2.4 [1], решение задач (типа 3, 4). Проверка задания.

Кооперативный подход– теоретическая часть – глава 3 [1], решение задач (типа 5). Проверка задания.

Матричные игры и линейное программирование– теоретическая часть – разделы 2.5-2.6 [1], решение задач. Проверка задания.

Элементы теории статистических решений– теоретическая часть – глава 4 [1], решение задач (типа 6, 7, 8). Проверка задания.

Контрольные вопросы и задания для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины приведены в п. 5.2.

#### **5. Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации по дисциплине, включающий:**

##### **5.1. Описание шкал оценивания результатов обучения по дисциплине**

Уровень сформированности компетенций (индикатора достижения компетенций)	Шкала оценивания сформированности компетенций						
	плохо	неудовлетворительно	удовлетворительно	хорошо	очень хорошо	отлично	превосходно
	Не зачтено		зачтено				
<u>Знания</u>	Отсутствие знаний теоретического материала.  Невозможность оценить полноту знаний вследствие отказа обучающегося от ответа	Уровень знаний ниже минимальных требований. Имели место грубые ошибки.	Минимально допустимый уровень знаний. Допущено много негрубых ошибок.	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько негрубых ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько несущественных ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки, без ошибок.	Уровень знаний в объеме, превышающем программу подготовки.
<u>Умения</u>	Отсутствие минимальных умений. Невозможность оценить наличие умений вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы основные умения.  Имели место грубые ошибки.	Продемонстрированы основные умения. Решены типовые задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания но не в полном объеме.	Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, в полном объеме, но некоторые с недочетами.	Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме, но некоторые с недочетами.	Продемонстрированы все основные умения, решены все основные задачи с отдельными несущественными недочетами, выполнены все задания в полном объеме.	Продемонстрированы все основные умения, Решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме без недочетов
<u>Навыки</u>	Отсутствие владения материалом. Невозможность оценить наличие навыков вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы базовые навыки.  Имели место грубые ошибки.	Имеется минимальный набор навыков для решения стандартных задач с некоторыми недочетами	Продемонстрированы базовые навыки при решении стандартных задач с некоторыми недочетами	Продемонстрированы базовые навыки при решении стандартных задач без ошибок и недочетов.	Продемонстрированы навыки при решении нестандартных задач без ошибок и недочетов.	Продемонстрирован творческий подход к решению нестандартных задач

### Шкала оценки при промежуточной аттестации

Оценка	Уровень подготовки
Превосходно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «превосходно»

зачтено	Отлично	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «отлично», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «отлично»
	Очень хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «очень хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «очень хорошо»
	Хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «хорошо»
	Удовлетворительно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «удовлетворительно», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «удовлетворительно»
не зачтено	Неудовлетворительно	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «неудовлетворительно», ни одна из компетенций не сформирована на уровне «плохо»
	Плохо	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «плохо»

## 5.2. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения

### 5.2.1. Контрольные вопросы

Вопросы	Код формируемой компетенции
Построение функции полезности, представляющей отношение нестрогого предпочтения, на конечном множестве исходов.	ОПК-1
Модель операции в нормальной форме.	ОПК-1
Классификация моделей операций.	ОПК-1
Оценка решений по гарантированному результату.	ОПК-1
Устойчивость (равновесие по Нэшу) и эффективность (оптимальность по Парето) решений.	ОПК-1
Совместимость устойчивости и эффективности.	ОПК-1
Связь устойчивости с седловыми точками.	ОПК-1
Устойчивые и эффективные решения в дуополии Курно.	ОПК-1
Игра с фиксированной последовательностью шагов. Равновесие по Штакельбергу.	ОПК-1
Рынок одного товара. Баланс спроса и предложения.	ОПК-1
Роль посредников в стабилизации баланса.	ОПК-1
Верхняя и нижняя цена антагонистической игры. Связь между ними.	ОПК-1

Условия совпадения верхней и нижней цены игры.	ОПК-1
Борьба за рынок сбыта скоропортящейся продукции как шумная дуэль. Оптимальные стратегии участников.	ОПК-1
Принцип максимина в конечных играх двух лиц с нулевой суммой	ОПК-1
Позиционная форма игры и переход к нормальной форме.	ОПК-1
Устойчивые решения в играх с полной информацией.	ОПК-1
Смешанные стратегии	ОПК-1
Смешанное расширение матричной игры.	ОПК-1
Смешанное расширение биматричной игры.	ОПК-1
Упрощение условий устойчивости в конечных играх (сужение множества проверяемых неравенств).	ОПК-1
Решение матричных 2x2 игр.	ОПК-1
Решение биматричных 2x2 игр.	ОПК-1
Графический метод решения матричных 2xN игр.	ОПК-1
Кооперативный подход к биматричным играм. Модель совместных действий.	ОПК-1
Сделки без побочных платежей и с побочными платежами.	ОПК-1
Аксиомы справедливого дележа.	ОПК-1
Единственность решения оптимизационной задачи, определяющей арбитражное решение.	ОПК-1
Существование опорной гиперплоскости, проходящей через точку арбитражного решения.	ОПК-1
Выполнение аксиом справедливого дележа для решения оптимизационной задачи, определяющей арбитражное решение.	ОПК-1
Единственность арбитражного решения (дележа, удовлетворяющего аксиомам Нэша).	ОПК-1
Арбитражное решение с угрозами сделки без побочных платежей. Оптимальные стратегии угроз.	ОПК-1
Решение двойственных задач линейного программирования как седловая точка игры «производитель-поставщик».	ОПК-1
Сведение задачи решения антагонистической игры к решению задачи линейного программирования.	ОПК-1
Разрешимость задачи линейного программирования, соответствующей матричной игре (существование решения матричной игры).	ОПК-1
Выбор решений в условиях неопределенности. Статистическая игра с единичным испытанием.	ОПК-1
Принцип Байеса.	ОПК-1
Система неравенств, определяющая байесовскую решающую функцию через апостериорное распределение вероятностей.	ОПК-1
Байесовская решающая функция в задаче проверки простой гипотезы относительно простой альтернативы.	ОПК-1
Ошибки I и II рода в задаче проверки простой гипотезы относительно простой альтернативы. Байесовский риск как функция вероятностей ошибок.	ОПК-1
Функция байесовского риска в задаче проверки простой гипотезы относительно простой альтернативы и ее свойства.	ОПК-1

Минимаксная стратегия для задач с неизвестным априорным распределением. Наименее выгодное распределение вероятностей на состояниях природы.	ОПК-1
Задание байесовских стратегий разбиением пространства распределений вероятностей для состояний природы.	ОПК-1
Выбор простой гипотезы из конечного множества гипотез.	ОПК-1
Байесовская решающая функция в задаче с двумя состояниями природы и тремя решениями статистика.	ОПК-1

### 5.2.2. Типовые тестовые задания для оценки сформированности компетенции ОПК-1

#### Вариант 1

1. Две противоборствующие стороны пытаются овладеть двумя позициями. Для этого первая сторона располагает тремя подразделениями, вторая – четырьмя подразделениями (например, полками). Каждый из противников может выделить для захвата любой из позиций целое число подразделений (в том числе и нулевое), полностью расходуя ресурсы. Позиция считается занятой той стороной, которая выделила для ее захвата большее число подразделений. Какой вид имеет критерий эффективности первой стороны, если ее цель состоит в захвате максимального числа позиций?

$$\begin{array}{l}
 \text{a.} \\
 \begin{array}{c}
 (3,0) \\
 (2,1) \\
 (1,2) \\
 (0,3)
 \end{array}
 \left( \begin{array}{ccccc}
 (4,0) & (3,1) & (2,2) & (1,3) & (0,4) \\
 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\
 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\
 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \\
 1 & 1 & 1 & 0 & 0
 \end{array} \right) \\
 \\
 \text{b.} \\
 \begin{array}{c}
 (3,0) \\
 (2,1) \\
 (1,2) \\
 (0,3)
 \end{array}
 \left( \begin{array}{ccccc}
 (4,0) & (3,1) & (2,2) & (1,3) & (0,4) \\
 3 & 3 & 2 & 1 & 0 \\
 2 & 3 & 3 & 2 & 1 \\
 1 & 2 & 3 & 3 & 2 \\
 0 & 1 & 2 & 3 & 3
 \end{array} \right) \\
 \\
 \text{c.} \\
 \begin{array}{c}
 (3,0) \\
 (2,1) \\
 (1,2) \\
 (0,3)
 \end{array}
 \left( \begin{array}{ccccc}
 (4,0) & (3,1) & (2,2) & (1,3) & (0,4) \\
 -1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & -1 & -1 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & -1 & -1 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & -1 & -1
 \end{array} \right)
 \end{array}$$

2. Пара стратегий  $(\bar{x}_1, \bar{x}_2)$  называется оптимальной по Парето в игре  $\langle X_1, X_2, M_1(x_1, x_2), M_2(x_1, x_2) \rangle$ , если

- из решения неравенств  $M_1(x_1, x_2) \geq M_1(\bar{x}_1, \bar{x}_2)$ ,  $M_2(x_1, x_2) \geq M_2(\bar{x}_1, \bar{x}_2)$  следует  $x_1 = \bar{x}_1$ ,  $x_2 = \bar{x}_2$
- $M_1(\bar{x}_1, \bar{x}_2) = \max_{x_1 \in X_1, x_2 \in X_2} M_1(x_1, x_2)$ ,  $M_2(\bar{x}_1, \bar{x}_2) = \max_{x_1 \in X_1, x_2 \in X_2} M_2(x_1, x_2)$
- $M_1(\bar{x}_1, \bar{x}_2) + M_2(\bar{x}_1, \bar{x}_2) = \max_{x_1 \in X_1, x_2 \in X_2} (M_1(x_1, x_2) + M_2(x_1, x_2))$
- $(\forall x_1, x_2) M_1(\bar{x}_1, \bar{x}_2) \geq M_1(x_1, x_2)$ ,  $M_2(\bar{x}_1, \bar{x}_2) \geq M_2(x_1, x_2)$

### 5.2.3. Типовые задачи для оценки сформированности компетенции ОПК-1

$$M(x, y) = \begin{cases} 1 - x^2, & x \geq y, \\ y^2, & x < y, \end{cases} \quad \text{в}$$

1. Установить, какие точки являются седловыми для функции области  $0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1$ .

	Седловых точек нет		$(x^*, y^*) = (\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$		$(x^*, y^*) = (1, 0)$		$(x^*, y^*) = (\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}})$
--	--------------------	--	---	--	-----------------------	--	---

2. Цена игры с матрицей  $\begin{pmatrix} 0.8 & 0.0 & 0.0 & 0.0 \\ 0.4 & 0.6 & 0.6 & 0.4 \\ 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.8 \end{pmatrix}$  равна 0.4. Является ли стратегия второго игрока  $(1/2, 0, 0, 1/2)$  оптимальной по гарантированному результату?

3. Два производителя одного и того же товара могут производить его в объемах  $0 \leq x_i \leq 0.5, i = 1, 2$ . Затраты на выпуск единицы продукции составляют  $c_i(x_i) = C_i x_i, C_i > 0$ . Товар подается на рынке по цене  $p(x) = 1 - x$ , где  $x = x_1 + x_2$  - совокупное предложение товара. Прибыль  $i$ -го производителя от выпуска товара в объеме  $x_i$  описывается функцией  $M_i(x_1, x_2) = x_i * p(x) - c_i(x_i)$ . Указать, какие объемы выпуска являются устойчивыми (образуют ситуацию равновесия по Нэшу) при  $C_1 = 0.25, C_2 = 0.25$ .

$x_1^0 = 1/10, x_2^0 = 1/10$	$x_1^0 = 1/5, x_2^0 = 1/5$	$x_1^0 = 1/4, x_2^0 = 1/4$	$x_1^0 = 3/10, x_2^0 = 3/10$
------------------------------	----------------------------	----------------------------	------------------------------

### 6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

а) основная литература:

1. Стронгин Р.Г. Исследование операций. Модели экономического поведения: Учебник. - Нижний Новгород: Издательство Нижегородского госуниверситета им. Н.И.Лобачевского, 2002. - 244с. (100 экз.)

б) дополнительная литература:

2. Давыдов Э. Г. - Исследование операций: учеб. пособие для студентов вузов. - М.: Высшая школа, 1990. - 383 с. (27 экз.)

в) программное обеспечение и Интернет-ресурсы

3. Стронгин Р.Г. Исследование операций. Модели экономического поведения. Электр. ресурс. Режим доступа свободный, <http://www.intuit.ru/studies/courses/1056/161/info>.

4. УМК «Исследование операций» система электронного обучения ННГУ (<https://e-learning.unn.ru/course/view.php?id=344>)

### 7. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Помещения представляют собой учебные аудитории для проведения учебных занятий, предусмотренных программой (лекционного и семинарского типа), оснащенные оборудованием и техническими средствами обучения.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечены доступом в электронную информационно-образовательную среду ННГУ.

Программа составлена в соответствии с требованиями ОС ННГУ 01.03.02 Прикладная математика и информатика.

Авторы: д.ф.-м.н., профессор Р.Г.Стронгин

к.ф.-м.н., доцент. А.В. Баркалов

Заведующий кафедрой \_\_\_\_\_ Р.Г. Стронгин

Программа одобрена на заседании методической комиссии института информационных технологий, математики и механики

от 30.11.2022 года, протокол № 3.