

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

**Федеральное государственное автономное  
образовательное учреждение высшего образования  
«Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет  
им. Н.И. Лобачевского»**

Институт информационных технологий, математики и механики  
Передовая инженерная школа  
(факультет / институт / филиал)

---

УТВЕРЖДЕНО  
решением Ученого совета ННГУ  
протокол от  
30.11.2022 г. №13

## **Рабочая программа дисциплины**

**Математический анализ**

---

Уровень высшего образования  
**бакалавриат**

---

Направление подготовки  
**090303 Прикладная информатика**

---

Направленность образовательной программы  
**Проектирование и автоматизация производства изделий микроэлектроники**

---

Квалификация (степень)  
**Бакалавр**

---

Форма обучения  
**очная**

---

Нижегород  
2023

## 1. Место дисциплины в структуре ОПОП

Дисциплина относится к обязательной части.

№ варианта	Место дисциплины в учебном плане образовательной программы	Стандартный текст для автоматического заполнения в конструкторе РПД
1	Блок 1. Дисциплины (модули) Обязательная часть	Дисциплина <b>Б1.О.06</b> «Математический анализ» относится к обязательной части ООП направления подготовки 09.03.03 Прикладная информатика.

## 2. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями и индикаторами достижения компетенций)

Формируемые компетенции (код, содержание компетенции)	Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), в соответствии с индикатором достижения компетенции		Наименование оценочного средства
	Индикатор достижения компетенции* (код, содержание индикатора)	Результаты обучения по дисциплине**	
<b>ОПК-1.</b> Способен применять естественнонаучные и общетехнические знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности	<b>ОПК-1.1.</b> Демонстрирует знание основ высшей математики, физики, вычислительной техники и программирования.	Уметь решать математические задачи и проблемы, аналогичные ранее изученным: 1. раскрывать неопределенности и вычислять пределы последовательностей и функций (с помощью замечательных пределов, эквивалентных бесконечно малых, правила Лопиталя); 2. исследовать функцию на непрерывность и дифференцируемость; 3. дифференцировать явно и неявно заданные функции; 4. дифференцировать параметрически заданные функции; 5. исследовать функцию с помощью производных и строить графики; 6. находить локальные и глобальные экстремумы функций; 7. находить условные экстремумы функции; 8. раскладывать функции по формуле Тейлора; 9. интегрировать функции; 10. представить функцию в виде степенного ряда и ряда Фурье; 11. находить длины кривых, площади плоских фигур, объемы и массы тел, площади поверхностей,	Вопросы для собеседования, задания к зачету, контрольные работы

		<i>координаты центра масс. Знать понятия и утверждения, основные методы и приемы дисциплины «Математический анализ»</i>	
	<b>ОПК-1.2.</b> <i>Демонстрирует умение решать профессиональные задачи с применением естественнонаучных и общеинженерных знаний, методов математического анализа и моделирования.</i>	<i>Уметь применять приемы раскрытия неопределенностей, технику дифференцирования, методы интегрирования, исследование рядов на сходимость и равномерную сходимость, раскладывать функции в ряды Тейлора и Фурье, определять области сходимости рядов. Владеть различными методами и способами вычисления пределов, методами дифференциального и интегрального исчисления, методами разложения функции в степенные ряды и ряды Фурье –</i>	<i>Собеседование</i>
	<b>ОПК-1.3.</b> <i>Демонстрирует наличие практического опыта теоретического и экспериментального исследования объектов профессиональной деятельности.</i>	<i>Владеть навыком взятия производных, исследовать на экстремум функции одной и многих переменных, применять определенный интеграл к решению геометрических и физических задач, выбирать наиболее подходящий прием или метод для решения практической задачи.</i>	<i>Практическое задание</i>

Текущий контроль успеваемости реализуется в форме опросов на занятиях семинарского типа. Промежуточная аттестация проходит в традиционной форме (экзамен).

### 3. Структура и содержание дисциплины

#### 3.1. Трудоемкость дисциплины

	Очная форма обучения
<b>Общая трудоемкость</b>	<b>20 ЗЕТ</b>
<b>Часов по учебному плану</b>	<b>720</b>
<b>в том числе</b>	
<b>аудиторные занятия (контактная работа):</b>	<b>360</b>
- занятия лекционного типа	<b>256</b>
- занятия семинарского типа	<b>96</b>
- занятия лабораторного типа	
- текущий контроль (КСР)	<b>8</b>
<b>самостоятельная работа</b>	<b>216</b>
<b>Промежуточная аттестация – экзамен</b>	<b>144</b>

#### 3.2. Содержание дисциплины

Наименование и краткое содержание разделов и тем дисциплины,  форма промежуточной аттестации по дисциплине	Всего (часы)	в том числе	
		контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы из них	Самостоятельная работа студента

		Занятия лекционного типа	Занятия семинарского типа	Занятия лабораторного типа	Всего контактных часов	
<b>Семестр 1</b>						
<b>Введение</b> 1. Предмет математического анализа. Очерк истории развития математического анализа. Математическая символика, обозначения	4	4	0		4	
<b>2. Вещественные числа</b> Числовая прямая. Числовые множества: промежутки, интервалы, лучи. Окрестность точки. Элементы теории множеств. Ограниченные и неограниченные множества, грани множества. Существование точных граней ограниченных числовых множеств. Счетные и несчетные множества. Несчетность множества действительных чисел	10	6	0		6	4
<b>3. Числовые последовательности:</b> Определение числовой последовательности. Сходимость и предел числовой последовательности. Примеры. Свойства пределов и числовых последовательностей. Теорема о единственности предела, теорема об ограниченности сходящейся последовательности, предельный переход в неравенствах, арифметические действия со сходящимися последовательностями. Бесконечно малые и большие последовательности, связь между ними. Свойства бесконечно малых последовательностей. Предел монотонной последовательности. Число $e$ . Принцип вложенных отрезков. Подпоследовательности. Теорема Больцано-Вейерштрасса. Предельные точки числового множества. Верхний и нижний пределы последовательности. Критерий Коши существования предела. Полнота числовой прямой.	17	10	0		10	7
<b>4. Предел функции.</b> Функции действительного переменного. Область определения, множество значений. Способы задания функций. График функции. Определение предела функции в точке по Гейне и Коши. Теорема эквивалентности определений. Локальная ограниченность функции, имеющей предел. Свойства пределов функций. Предел суперпозиции функции. Бесконечно малые функции и их сравнение. Замечательные пределы $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x}, \lim_{x \rightarrow 0} (1 + x)^{\frac{1}{x}}$ Раскрытие неопределенностей. Обобщение понятия предела: односторонние пределы, бесконечно большие функции, пределы на бесконечности. Критерий Коши существования конечного предела	17	10	0		10	7

функции в точке и на бесконечности.						
<b>5.Непрерывные функции:</b> Свойства непрерывных функций. Локальная устойчивость знака. Различия определения непрерывности функции в точке. Арифметические действия над непрерывными функциями. Непрерывность суперпозиции функции. Классификация точек разрыва функции. Непрерывность функции на множестве. Непрерывность элементарных функций. Теорема о промежуточных значениях. Теорема Вейерштрасса об ограниченности непрерывной функции на отрезке и достижении точных граней. Условия непрерывности монотонной функции на отрезке. Теорема о непрерывности обратной функции.	17	10	0		10	7
<b>6.Производная функции:</b> Задачи, приводящие к понятию производной функции. Средняя и мгновенная скорость изменения процесса. Производная и дифференциал функции в точке. Дифференцируемость функции. Геометрический смысл производной и дифференциала. Касательная к графику функции в точке. Свойства производных и дифференциалов функций. Производная суперпозиции и обратной функции. Таблица производных. Дифференцируемость элементарных функций. Функции и кривые на плоскости, заданные параметрически. Дифференцирование функций, заданных параметрически. Уравнения касательной и нормали к плоской кривой, заданной параметрически. Инвариантность формы первого дифференциала. Приложения дифференциала к приближенным вычислениям значений функции. Производные и дифференциалы высших порядков. Формула Лейбница. Неинвариантность формы дифференциалов высшего порядка.	20	12	0		12	8
<b>7.Основные теоремы о дифференцируемых функциях и их приложения:</b> Локальный экстремум функции. Теорема Ферма о необходимом условии локального экстремума. Теоремы Ролля, Лагранжа и Коши о среднем. Формулы конечных приращений. Формула Тейлора. Различные представления остаточного члена формулы Тейлора. Формула Тейлора для некоторых элементарных функций. Правило Лопиталю раскрытия неопределенностей. Условие монотонности функции. Достаточные условия локального экстремума. Направления выпуклости, вогнутости функции. Точки перегиба. Достаточное условие перегиба. Асимптоты функции. Общая схема	21	12	0		12	9

исследования и построения графиков функции. Нахождение глобального экстремума функции. Приближенные методы нахождения корней уравнений. Метод деления отрезка пополам, метод хорд, метод касательной, оценка погрешности.						
Текущий контроль (КСР)	2				2	
Промежуточная аттестация – экзамен/зачет	36					
<b>Итого</b>	144	64	0		66	42
<b>Семестр 2</b>						
<b>Наименование и краткое содержание разделов и тем дисциплины,</b>  <b>форма промежуточной аттестации по дисциплине</b>	<b>Всего (часы)</b>	<b>Занятия лекционного типа</b>	<b>Занятия семинарского типа</b>	<b>Занятия лабораторного типа</b>	<b>Всего контактных часов</b>	<b>КСР</b>
<b>1.Неопределенный интеграл:</b> Первообразная и неопределенный интеграл. Основные свойства интеграла. Таблица интегралов. Метод замены переменной в неопределенном интеграле. Интегрирование по частям. Рациональные и дробно-рациональные функции. Разложение правильной дробно-рациональной функции в сумму простейших дробей. Интегрирование простейших дробей. Метод неопределенных коэффициентов. Рационализация подинтегральной функции. Интегрирование выражений, рационально зависящих от тригонометрических функций. Подстановки Эйлера. Интегрирование дифференциального бинома. Теорема Чебышева.	21	10	0		10	11
<b>2.Определенный интеграл:</b> Задачи о площади подграфика функции, о работе переменной силы, о массе неоднородного стержня. Интегральные суммы Римана. Определенный интеграл. Интегрируемость и ограниченность функции. Суммы Дарбу и их свойства. Критерий интегрируемости. Колебание функции на отрезке. Определение равномерной непрерывности функции. Теорема Кантора. Классы интегрируемых функций. Свойства определенного интеграла и интегрируемых функций. Теорема о среднем. Интеграл как функция верхнего предела. Свойства интеграла с переменным верхним пределом. Формула Ньютона-Лейбница. Метод замены переменной и интегрирование по частям в определенном интервале.	21	10	0		10	11
<b>3.Приложения определенного интеграла</b> Спрямоугольность кривой, вычисление длины дуги в различных координатах . Квадрируемость плоских фигур, Критерий	19	8	0		8	11

<p>квадрируемости. Множества нулевой площади. Свойство аддитивности площади. Формулы площади областей, граница которых задана в различных координатах.</p> <p>Кубируемость тел. Критерий кубируемости тела. Аддитивность объема. Вычисление объема тела по известным площадям сечений. Объем тела вращения.</p> <p>Вычисление площади поверхности вращения. Общая схема применения интеграла Римана к вычислению геометрических, механических и физических величин. Вычисление работы переменной силы, массы неоднородной материальной кривой и пластины, статических моментов и моментов инерции неоднородной кривой и материальной пластины относительно координатных осей. Вычисление координат центра масс неоднородной кривой и материальной пластины.</p> <p>Теоремы Приближенное вычисление интегралов Римана: формулы прямоугольников, трапеций и Симпсона. Оценка погрешности.</p>						
<p><b>4.Функции многих переменных и пределы:</b>  Арифметическое Евклидово пространство <math>R</math>.  Связное множество в <math>R</math>. Шаровая и кубическая окрестности точки. Открытые и замкнутые множества в <math>R</math>. <math>\mathbb{N}</math>. Последовательность в <math>R</math>.  Сходимость и предел последовательности.  Покоординатная сходимость. Критерий Коши сходимости последовательности в <math>R</math>.  Ограниченные и неограниченные множества в <math>R</math>  Теорема Больцано-Вейерштрасса.  Компакты. Критерий компактности.  Функции многих переменных.  График функции двух переменных.  Линии и поверхности уровня.  Кратные и повторные пределы функции. Свойства пределов. Критерий Коши.</p>	21	10	0		10	11
<p><b>5.Непрерывные функции многих переменных</b>  Различные определения непрерывности функции в точке. Непрерывность по совокупности переменных и по отдельным переменным. Свойства непрерывных функций.  Теорема о промежуточных значениях непрерывной функции на связном множестве.  Свойства функции, непрерывной на компакте: теорема Вейерштрасса об ограниченности и существовании глобальных экстремумов, теорема Кантора о равномерной непрерывности.</p>	17	8	0		8	9
<p><b>6.Дифференцирование функции многих переменных:</b> Частные производные.  Дифференцируемость функции в точке.  Дифференциал функции. Достаточное условие дифференцируемости.  Линеаризация функций Приближенные вычисления функции с помощью дифференциала.  Абсолютная и относительная погрешность.  Дифференцирование сложной функции.  Инвариантность формы первого дифференциала.  Практические следствия инвариантности.  Касательная плоскость и нормаль к поверхности.  Геометрический смысл дифференциала.</p>	21	10	0		10	11

Частные производные высших порядков. Равенство смешанных производных. Дифференциала высших порядков. Неинвариантность формы высших дифференциалов. Инвариантность при аффинной замене переменных. Формула Тейлора. Оценка остаточного члена и приближенное вычисление функции с помощью формулы Тейлора. Формула Лагранжа конечных приращений						
<b>7.Неявно-заданные функции:</b> Неявно-заданные функции и система неявных функций, одной и многих переменных. Теорема о существовании, единственности и дифференцируемости. Якобиан системы функции. Вычисление старших производных неявных функций. Уравнения касательной и нормали к графику функции, заданной неявно.	10	4	0		4	6
<b>8.Экстремумы функций многих переменных</b> Необходимое условие локального экстремума. Стационарные точки. Достаточные условия экстремума. Условный экстремум функции. Метод множителей Лагранжа. Глобальные экстремумы функций (безусловные и условные).	12	4	0		4	8
Текущий контроль (КСР)	2				2	
Промежуточная аттестация – экзамен/зачет	36					
Итого	180	64	0		66	78
<b>Семестр 3</b>						
<b>Наименование и краткое содержание разделов и тем дисциплины,</b>  <b>форма промежуточной аттестации по дисциплине</b>	<b>Всего (часы)</b>	<b>Занятия лекционного типа</b>	<b>Занятия семинарского типа</b>	<b>Лабораторные</b>	<b>Всего контактных часов</b>	<b>СРС</b>
<b>1.Числовые ряды:</b> Понятие числового ряда. Связь с приближенными вычислениями. Частичные суммы числового ряда, сходимость и расходимость рядов. Сумма, отрезок и остаток ряда. Эквивалентность сходимости числовых рядов и числовых последовательностей. Основные свойства числовых рядов. Необходимый признак сходимости. Расходимость гармонического ряда. Критерий Коши сходимости числовых рядов. Знакопостоянные ряды. Критерий сходимости знакопостоянных рядов. Признаки сравнения для сходимости знакопостоянного ряда. Достаточные признаки сходимости знакопостоянных рядов Даламбера, Коши, Раабе. Интегральный признак сходимости. Обобщенные гармонические ряды.) Абсолютная и условная сходимости произвольных числовых рядов. Признаки абсолютной сходимости рядов. Теорема о перестановке членов абсолютно сходящегося ряда. Теорема Коши о произведении	34	12	12		24	10

<p>абсолютно сходящихся рядов.  Знакопеременные ряды. Признак Лейбница сходимости знакопеременных рядов. Оценки суммы и остатка знакопеременного ряда, их использование для оценки погрешности вычислений.  Признаки Абеля и Дирихле сходимости произвольных рядов. Теорема Римана о зависимости суммы условно (неабсолютно) сходящегося ряда от порядка следования членов.</p>						
<p><b>2.Функциональные последовательности и ряды:</b> Понятия функциональной последовательности и функционального ряда, их сходимость в точке и области. Эквивалентность сходимости функциональных последовательностей и рядов.  Равномерная сходимость функциональных рядов. Критерий Коши равномерной сходимости. Достаточные признаки Вейерштрасса, Абеля, Дирихле равномерной сходимости функциональных рядов.  Функциональные свойства рядов, связанные с равномерной сходимостью. Теорема о почленном переходе к пределу. Непрерывность суммы равномерно сходящегося ряда. Теорема Дини. Теоремы о почленном интегрировании и дифференцировании.</p>	34	12	12		24	10
<p><b>3.Степенные ряды</b> Понятие степенного ряда. Лемма Абеля об абсолютной сходимости. Область и радиус сходимости. Вычисление радиуса сходимости: формулы Даламбера, Коши и Коши - Адамара.  Свойства степенного ряда: равномерная сходимость на внутреннем отрезке; непрерывность суммы, почленное интегрирование и дифференцирование на интервале сходимости.  Ряды Тейлора. Аналитические функции. Достаточное условие аналитичности. Разложение основных элементарных функций в ряд Тейлора. Понятие ряда с комплексными членами. Формулы Эйлера.</p>	36	14	12		26	10
<p><b>4.Определенные интегралы, зависящие от параметра</b>  Равномерная сходимость функций по параметру. Критерий Коши равномерной сходимости.  Определенный интеграл как функция параметров. Предельный переход под знаком интеграла. Непрерывность, дифференцирование, интегрирование по параметру.  Равенство повторных интегралов.  Непрерывность и дифференцирование по параметру в случае, когда пределы интегрирования также зависят от параметра.  Примеры приложения к вычислению определенных интегралов.</p>	34	12	12		24	10
<p><b>5.Ряды Фурье:</b>  Периодические функции. Понятие гармоник, амплитуды, фазы. Тригонометрическая система функций и тригонометрический ряд. Ортогональность тригонометрической системы.</p>	38	14	14		28	10

<p>Вычисление коэффициентов равномерно сходящегося тригонометрического ряда через его сумму.</p> <p>Определение тригонометрического ряда Фурье. Периодическое продолжение произвольной функции. Стремление коэффициентов Фурье к нулю.</p> <p>Представление частичной суммы ряда Фурье для абсолютно-интегрируемой функции интегралом Дирихле. Принцип локализации.</p> <p>Поточечная сходимости рядов Фурье. Регулярные точки функции.</p> <p>Суммы Фейера. Теоремы Вейерштрасса о равномерном приближении непрерывных функций на отрезке тригонометрическими и алгебраическими многочленами.</p> <p>Полнота и замкнутость тригонометрической системы. Экстремальное свойство коэффициентов Фурье. Неравенство Бесселя. Условие полноты Парсеваля.</p> <p>Достаточные условия равномерной сходимости рядов Фурье. Оценки скорости сходимости рядов Фурье. Почленное дифференцирование и интегрирование рядов Фурье.</p> <p>Ряды Фурье на произвольном интервале. Комплексная запись рядов Фурье. Интеграл Фурье и преобразование Фурье.</p>						
Текущий контроль (КСР)	2				2	
Промежуточная аттестация – экзамен/зачет	36					
Итого	216	64	64		130	50
<b>Семестр 4</b>						
<p><b>Наименование и краткое содержание разделов и тем дисциплины,</b></p> <p><b>форма промежуточной аттестации по дисциплине</b></p>	<b>Всего (часы)</b>	<b>Занятия лекционного типа</b>	<b>Занятия семинарского типа</b>	<b>Лабораторные</b>	<b>Всего контактных часов</b>	<b>КСР</b>
<p><b>1.Несобственные интегралы:</b></p> <p>Задачи, приводящие к понятию несобственных интегралов. Интеграл с бесконечными пределами. Сходимость и расходимость интегралов. Критерий Коши. Замена переменной и интегрирование по частям. Сходимость интегралов от неотрицательных функций. Абсолютная сходимость. Признаки абсолютной сходимости. Условная сходимость. Признак Абеля-Дирихле. Интегралы от неограниченных функций. Абсолютная и условная сходимость. Признаки сходимости. Эквивалентность несобственных интегралов обоих типов. Главные задачи Коши несобственных интегралов.</p>	26	12	6		18	8
<p><b>2.Несобственные интегралы, зависящие от параметра</b></p> <p>Интегралы с бесконечными пределами, зависящие от параметра. Равномерная сходимость. Критерий Коши равномерной сходимости. Достаточный признак Вейерштрасса абсолютной и равномерной</p>	23	10	5		15	8

сходимости. Предельный переход, непрерывность, дифференцирование и интегрирование по параметру. Равенство повторных интегралов. Интегралы от неограниченных функций, зависящие от параметра. Эйлеровы интегралы.						
<b>3.Кратные интегралы</b> Задачи, приводящие к понятию кратного интеграла. Определение и свойства двойного интеграла. Приведение двойного интеграла к повторному. Замена переменных. Геометрический смысл якобиана преобразования. Полярная замена координат. Тройные и многократные интегралы. Приведение к повторным. Замена переменных. Цилиндрическая и сферическая системы координат в пространстве. Геометрические приложения двойных интегралов: объем бруса, площадь поверхности в случае явного и параметрического задания. Приложения кратных интегралов к задачам механики: масса, статические моменты, центр масс, моменты инерции.	23	10	5		15	8
<b>4.Криволинейные интегралы</b> Задачи, приводящие к понятию криволинейного интеграла. Криволинейный интеграл первого ряда, его вычисление. Криволинейный интеграл второго ряда. Соотношение криволинейных интегралов. Вычисление криволинейного интеграла второго ряда Ориентация контура. Плоская односвязная область. Интеграл по замкнутому контуру. Формула Грина. Вычисление площадей с помощью формулы Грина. Условия независимости интеграла от пути интегрирования. Восстановление функции двух переменных по ее полному дифференциалу.	23	10	5		15	8
<b>5.Поверхностные интегралы</b> Поверхностный интеграл первого рода. Вычисление с помощью двойного интеграла. Двусторонние поверхности. Поверхностный интеграл второго рода. Вычисление с помощью двойного интеграла. Связь поверхностных интегралов. Поверхностно односвязная область. Формула Стокса. Условия независимости криволинейного интеграла по пространственной кривой от пути интегрирования. Восстановление функции трех переменных по ее полному дифференциалу. Пространственно односвязная область. Формула Остроградского и ее геометрические приложения.	23	10	5		15	8
<b>6.Теория поля (Векторный анализ)</b> Физические задачи, приводящие к понятиям скалярного и векторного полей. Оператор Гамильтона. Градиент. Поле градиентов. Дивергенция (расходимость)	24	12	6		18	6

векторного поля. Ротор. Поле роторов. Циркуляция векторного поля. Поток векторного поля. Формулы Грина, Стокса и Остроградского-Гаусса в векторной форме. Соленоидальные векторные поля. Условия соленоидальности поля, физический смысл дивергенции. Потенциальные векторные поля. Критерий потенциальности векторного поля.						
Текущий контроль (КСР)	2				2	
Промежуточная аттестация – экзамен/зачет	36					
Итого	180	64	32		98	46
<b>ИТОГО</b>	<b>720</b>	<b>256</b>	<b>96</b>		<b>360</b>	<b>216</b>

Текущий контроль успеваемости реализуется в формах опросов на занятиях семинарского типа.

Промежуточная аттестация проходит в традиционной форме (экзамен).

#### 4. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся

Основной формой организации учебного процесса являются лекционные занятия. При выполнении практических работ, при самостоятельной работе студенты имеют доступ к материалам курса, размещенным в системе электронного обучения ННГУ по адресу <http://e-learning.unn.ru/course/view.php?id=1660>, режим доступа – требует авторизации.

Используются образовательные технологии в форме лекций, практических занятий, электронного обучения.

**Лекция-информация.** Ориентирована на изложение и объяснение студентам научной информации, подлежащей осмыслению и запоминанию.

**Практические занятия.** Одна из форм учебного занятия, направленная на развитие самостоятельности обучающихся и приобретение умений и навыков. Данные учебные занятия углубляют, расширяют, детализируют полученные на лекции знания. Практическое занятие предполагает выполнение студентами по заданию и под руководством преподавателей нескольких домашних практических работ. На практических занятиях выделяется время для проведения презентации и обсуждения проектных работ.

Самостоятельное повторение теоретического материала и решение практических примеров по сборнику задач по дисциплине.

Самостоятельная работа студента при изучении дисциплины «Математический анализ» включает выполнение домашних заданий, подготовку к тестированию и экзамену. Для самоконтроля у студента имеется возможность удаленного тестирования по дистанционному лекционному курсу. <http://e-learning.unn.ru/>

Самостоятельная работа заключается в ознакомлении с теоретическим материалом по учебникам, указанным в списке литературы, решении практических задач, подготовке ответов на вопросы самоконтроля. Самостоятельная работа может происходить как в читальном зале библиотеки, так и в домашних условиях.

Контрольные вопросы и задания для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины приведены в п. 5.2.

**5. Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации по дисциплине (модулю), включающий:**

## 5.1. Описание шкал оценивания результатов обучения по дисциплине

Уровень сформированности компетенций (индикатора достижения компетенций)	Шкала оценивания сформированности компетенций						
	плохо	неудовлетворительно	удовлетворительно	хорошо	очень хорошо	отлично	превосходно
	Не зачтено		Зачтено				
<u>Знания</u>	Отсутствие знаний теоретического материала.  Невозможность оценить полноту знаний вследствие отказа обучающегося от ответа	Уровень знаний ниже минимальных требований. Имели место грубые ошибки.	Минимально допустимый уровень знаний. Допущено много негрубых ошибок.	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько негрубых ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько незначительных ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки, без ошибок.	Уровень знаний в объеме, превышающем программу подготовки.
<u>Умения</u>	Отсутствие минимальных умений. Невозможность оценить наличие умений вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы основные умения.  Имели место грубые ошибки.	Продемонстрированы основные умения. Решены типовые задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, но не в полном объеме.	Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, в полном объеме, но некоторые с недочетами.	Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме, но некоторые с недочетами.	Продемонстрированы все основные умения, решены все основные задачи с отдельными незначительными недочетами, выполнены все задания в полном объеме.	Продемонстрированы все основные умения, решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме без недочетов
<u>Навыки</u>	Отсутствие владения материалом. Невозможность оценить наличие навыков вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы базовые навыки.  Имели место грубые ошибки.	Имеется минимальный набор навыков для решения стандартных задач с некоторыми недочетами.	Продемонстрированы базовые навыки при решении стандартных задач с некоторыми недочетами	Продемонстрированы базовые навыки при решении стандартных задач без ошибок и недочетов.	Продемонстрированы навыки при решении нестандартных задач без ошибок и недочетов.	Продемонстрирован творческий подход к решению нестандартных задач.

### Шкала оценки при промежуточной аттестации

Оценка	Уровень подготовки
--------	--------------------

зачтено	Превосходно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «превосходно»
	Отлично	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «отлично», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «отлично»
	Очень хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «очень хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «очень хорошо»
	Хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «хорошо»
	Удовлетворительно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «удовлетворительно», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «удовлетворительно»
не зачтено	Неудовлетворительно	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «неудовлетворительно», ни одна из компетенций не сформирована на уровне «плохо»
	Плохо	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «плохо»

## 5.2. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения

### 5.2.1 Контрольные вопросы

Вопросы	Код формируемой компетенции
1. Сформулируйте определение окрестности точки $x \in \mathbb{R}$ .	ОПК-1
2. Сформулируйте определение $\varepsilon$ -окрестности точки $x \in \mathbb{R}$ .	ОПК-1
3. Сформулируйте определение окрестности $+\infty$ .	ОПК-1
4. Сформулируйте определение окрестности $-\infty$ .	ОПК-1
5. Сформулируйте определение окрестности $\infty$ .	ОПК-1
6. Сформулируйте определения ограниченного, неограниченного множества.	ОПК-1
7. Какое число называется верхней гранью множества.	ОПК-1
8. Дайте определение точной верхней (нижней) грани множества.	ОПК-1
9. Всегда ли существуют точные верхние грани множества?	ОПК-1
10. Сформулируйте определение предела последовательности.	ОПК-1
11. Сформулируйте определение сходящейся (расходящейся) последовательности.	ОПК-1
12. Какая последовательность называется бесконечно малой	ОПК-1

(бесконечно большой)?	
13. Сколько пределов может иметь сходящаяся последовательность?	ОПК-1
14. Перечислите свойства пределов, связанные с неравенствами.	ОПК-1
15. Сформулируйте определение ограниченной (неограниченной) последовательности.	ОПК-1
16. Всякая ли сходящаяся последовательность ограничена? Всякая ли ограниченная последовательность сходится?	ОПК-1
17. Сформулируйте свойства бесконечно малых последовательностей.	ОПК-1
18. Сформулируйте определение монотонной последовательности.	ОПК-1
19. Сформулируйте определение возрастающей (убывающей) последовательности.	ОПК-1
20. Если последовательность монотонная, она будет иметь предел?	ОПК-1
21. Как определяется число $e$ ?	ОПК-1
22. Сформулируйте определение фундаментальной последовательности.	ОПК-1
23. Сформулируйте критерий Коши существования предела последовательности.	ОПК-1
24. Дайте определение частичного предела.	ОПК-1
25. Сформулируйте критерий частичного предела.	ОПК-1
26. Что такое верхний (нижний) предел последовательности?	ОПК-1
27. Какая связь между сходимостью последовательности и ее частичными пределами?	ОПК-1
28. Сформулируйте определение по Гейне предела функции.	ОПК-1
29. Сформулируйте определение по Коши $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = b$ , где $a, b \in \mathbb{R}$ . Приведите соответствующий пример (с геометрической иллюстрацией).	ОПК-1
30. Сформулируйте определение по Коши $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = +\infty$ , где $a \in \mathbb{R}$ . Приведите соответствующий пример (с геометрической	ОПК-1

иллюстрацией).	
31. Сформулируйте определение по Коши $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 0$ . Приведите соответствующий пример (с геометрической иллюстрацией).	<b>ОПК-1</b>
32. Сформулируйте определение по Коши $\lim_{x \rightarrow a-0} f(x) = -\infty$ , где $a \in \mathbb{R}$ . Приведите соответствующий пример (с геометрической иллюстрацией).	<b>ОПК-1</b>
33. Сформулируйте определение бесконечно малой функции.	<b>ОПК-1</b>
34. Сформулируйте определение бесконечно большой функции.	<b>ОПК-1</b>
35. Сформулируйте определение бесконечно малых функций одного порядка.	<b>ОПК-1</b>
36. Сформулируйте определение эквивалентных бесконечно малых функций.	<b>ОПК-1</b>
37. Сформулируйте определение порядка малости одной функции относительно другой.	<b>ОПК-1</b>
38. Сформулируйте определение приращения функции.	<b>ОПК-1</b>
39. Сформулируйте определение непрерывности функции в точке (любое).	<b>ОПК-1</b>
40. Сформулируйте определение непрерывности функции на множестве.	<b>ОПК-1</b>
41. Сформулируйте определение точки разрыва.	<b>ОПК-1</b>
42. Сформулируйте определение точки устранимого разрыва.	<b>ОПК-1</b>
43. Сформулируйте определение точки разрыва I-го рода.	<b>ОПК-1</b>
44. Сформулируйте определение точки разрыва II-го рода.	<b>ОПК-1</b>
45. Сформулируйте основные свойства непрерывных функций на отрезке (теоремы Вейерштрасса, теоремы Больцано-Коши).	<b>ОПК-1</b>
46. Дайте классификацию точек множества на числовой прямой.	<b>ОПК-1</b>
47. Какое множество называется открытым? Замкнутым? Может ли множество быть открытым и одновременно замкнутым?	<b>ОПК-1</b>
48. Сформулируйте определение производной функции в точке.	<b>ОПК-1</b>
49. Сформулируйте определение односторонней производной	<b>ОПК-1</b>

функции.	
50. Сформулируйте определение производной n-го порядка.	<b>ОПК-1</b>
51. Сформулируйте определение дифференцируемой функции в точке.	<b>ОПК-1</b>
52. Сформулируйте определение дифференциала первого порядка.	<b>ОПК-1</b>
53. Какой геометрический смысл имеет производная функции в точке и дифференциал функции в точке?	<b>ОПК-1</b>
54. Сформулируйте определение дифференциала n-го порядка.	<b>ОПК-1</b>
55. Сформулируйте необходимое и достаточное условие дифференцируемости функции в точке.	<b>ОПК-1</b>
56. Сформулируйте теорему о связи дифференцируемости и непрерывности функции.	<b>ОПК-1</b>
57. Как найти производную (дифференциал) произведения.	<b>ОПК-1</b>
58. Как найти производную (дифференциал) частного.	<b>ОПК-1</b>
59. В чем заключается свойство инвариантности формы записи дифференциала первого порядка.	<b>ОПК-1</b>
60. Продемонстрируйте неинвариантность формы второго дифференциала.	<b>ОПК-1</b>
61. Сформулируйте определение возрастающей строго (нестрого) функции.	<b>ОПК-1</b>
62. Сформулируйте определение убывающей строго (нестрого) функции.	<b>ОПК-1</b>
63. Сформулируйте определение монотонной функции.	<b>ОПК-1</b>
64. Сформулируйте определение локального минимума (максимума).	<b>ОПК-1</b>
65. Сформулируйте основные теоремы о дифференцируемых на интервале функциях: Ферма, Ролля, Лагранжа.	<b>ОПК-1</b>
66. Какие следствия из теоремы Лагранжа вам известны?	<b>ОПК-1</b>
67. Что такое формула Тейлора?	<b>ОПК-1</b>
68. Сформулируйте определение строгого локального минимума (максимума).	<b>ОПК-1</b>

69. Сформулируйте определение экстремума.	<b>ОПК-1</b>
70. Сформулируйте определение строгого экстремума.	<b>ОПК-1</b>
71. Сформулируйте определение стационарной точки.	<b>ОПК-1</b>
72. Сформулируйте определение критической точки.	<b>ОПК-1</b>
73. Сформулируйте необходимое условие экстремума?	<b>ОПК-1</b>
74. Сформулируйте достаточные условия экстремума?	<b>ОПК-1</b>
75. Какая точка называется точкой перегиба дифференцируемой функции?	<b>ОПК-1</b>
76. Сформулируйте необходимое условие точки перегиба.	<b>ОПК-1</b>
77. Сформулируйте достаточное условие точки перегиба.	<b>ОПК-1</b>
78. Сформулируйте определение вертикальной, наклонной асимптоты.	<b>ОПК-1</b>
79. Сформулируйте необходимое и достаточное условие наличия наклонной асимптоты.	<b>ОПК-1</b>
80. Что такое первообразная и неопределенный интеграл?	<b>ОПК-1</b>
81. Сформулируйте свойства неопределенного интеграла.	<b>ОПК-1</b>
82. Чему равен интеграл от суммы функций?	<b>ОПК-1</b>
83. Равен ли интеграл от произведения функций произведению интегралов от этих функций? Приведите пример.	<b>ОПК-1</b>
84. Перечислите простейшие рациональные дроби.	<b>ОПК-1</b>
85. Какое выражение называется дифференциальным биномом?	<b>ОПК-1</b>
86. При каких условиях дифференциальный бином интегрируется в элементарных функциях?	<b>ОПК-1</b>
87. Сформулируйте понятие определенного интеграла (интеграла Римана).	<b>ОПК-1</b>
88. Какое условие является необходимым для интегрируемости функции?	<b>ОПК-1</b>
89. Что такое суммы Дарбу и зачем они нужны?	<b>ОПК-1</b>
90. Какие функции являются интегрируемыми по Риману?	<b>ОПК-1</b>

91. Что такое интеграл с переменным верхним пределом?	<b>ОПК-1</b>
92. Какими свойствами обладает интеграл с переменным верхним пределом?	<b>ОПК-1</b>
93. Какая связь между определенным и неопределенным интегралом?	<b>ОПК-1</b>
94. Как задается кривая на плоскости и в пространстве? Что такое параметризация кривой?	<b>ОПК-1</b>
95. Сформулируйте определение длины дуги и спрямляемой кривой.	<b>ОПК-1</b>
96. Как определяется площадь плоской фигуры по Жордану?	<b>ОПК-1</b>
97. Как найти площадь криволинейной трапеции, криволинейного сектора?	<b>ОПК-1</b>
98. Как найти площадь плоской фигуры с параметрически заданной границей?	<b>ОПК-1</b>
99. Как найти площадь поверхности и объем тел вращения?	<b>ОПК-1</b>
100. Что такое векторное пространство $R^n$ ?	<b>ОПК-1</b>
101. Дайте определение евклидова пространства.	<b>ОПК-1</b>
102. Какое пространство называется метрическим?	<b>ОПК-1</b>
103. Что является пределом последовательности в пространстве $R^n$ ?	<b>ОПК-1</b>
104. Что такое покоординатная сходимость?	<b>ОПК-1</b>
105. Что такое повторные пределы функции двух переменных?	<b>ОПК-1</b>
106. Сформулируйте определение предела функции нескольких переменных.	<b>ОПК-1</b>
107. Какая функция называется непрерывной в точке по совокупности переменных?	<b>ОПК-1</b>
108. Какая функция называется непрерывной в точке по отдельным переменным?	<b>ОПК-1</b>
109. Какое множество называется компактным?	<b>ОПК-1</b>
110. Сформулируйте критерий Больцано-Вейерштрасса компактности множества.	<b>ОПК-1</b>
111. Какое множество называется связным?	<b>ОПК-1</b>
112. Сформулируйте свойства непрерывных функций на компактном множестве (теоремы Вейерштрасса, теорема Кантора).	<b>ОПК-1</b>
113. Сформулируйте свойства непрерывных функций на связном множестве (теоремы Больцано-Коши).	<b>ОПК-1</b>

114. Дайте определение частной производной функции.	<b>ОПК-1</b>
115. Какая функция двух переменных называется дифференцируемой в точке?	<b>ОПК-1</b>
116. Если функция имеет частные производные в точке, будет ли она дифференцируемой в этой точке?	<b>ОПК-1</b>
117. Сформулируйте достаточное условие дифференцируемости функции в точке.	<b>ОПК-1</b>
118. Что такое касательная плоскость и нормаль к поверхности?	<b>ОПК-1</b>
119. Напишите формулу Тейлора для функции многих переменных.	<b>ОПК-1</b>
120. Какая функция называется заданной неявно?	<b>ОПК-1</b>
121. Каким условиям должна удовлетворять функция $F(x,y)$ , чтобы уравнение $F(x,y)=0$ определяло в окрестности точки $x^0$ единственную непрерывную функцию $y(x)$ так, что $y(x^0)=y^0$ . При каких условиях эта функция будет дифференцируемой в окрестности точки $x^0$ ?	<b>ОПК-1</b>
122. Каким условиям должна удовлетворять функция $F(x,y,z)$ , чтобы уравнение $F(x,y,z)=0$ определяло в окрестности точки $(x^0,y^0)$ единственную непрерывную функцию $z(x,y)$ так, что $z(x^0,y^0)=z^0$ . При каких условиях эта функция будет дифференцируемой в окрестности точки $(x^0,y^0)$ ?	<b>ОПК-1</b>
123. Какая функция называется заданной неявно системой уравнений?	<b>ОПК-1</b>
124. Сформулируйте теорему о неявной функции, заданной системой уравнений?	<b>ОПК-1</b>
125. Что такое замена переменных?	<b>ОПК-1</b>
126. Дайте определение локального экстремума функции нескольких переменных.	<b>ОПК-1</b>
127. Сформулируйте необходимое условие локального экстремума, достаточное условие локального экстремума.	<b>ОПК-1</b>
128. Какая точка называется точкой условного экстремума функции нескольких переменных?	<b>ОПК-1</b>
129. Как найти условный экстремум функции?	<b>ОПК-1</b>

130.	В чем заключается метод множителей Лагранжа?	
131.	Что такое числовой ряд?	<b>ОПК-1</b>
132.	Что называется суммой ряда?	<b>ОПК-1</b>
133.	Какой числовой ряд называется сходящимся (расходящимся)?	<b>ОПК-1</b>
134.	Сформулируйте необходимое условие сходимости числового ряда?	<b>ОПК-1</b>
135.	Если общий член ряда стремится к нулю, что можно сказать о сходимости ряда?	<b>ОПК-1</b>
136.	Сформулируйте критерий Коши сходимости числового ряда.	<b>ОПК-1</b>
137.	Какой числовой ряд называется гармоническим и почему он так называется?	<b>ОПК-1</b>
138.	Сходится ли гармонический ряд и почему?	<b>ОПК-1</b>
139.	Какой числовой ряд называется знакоположительным?	<b>ОПК-1</b>
140.	Сформулируйте признаки сходимости знакоположительного числового ряда.	<b>ОПК-1</b>
141.	(ограниченность последовательности частичных сумм, признаки сравнения, Даламбера, Коши, интегральный признак Коши-Маклорена).	<b>ОПК-1</b>
142.	Когда говорят, что ряд сходится абсолютно? Условно?	<b>ОПК-1</b>
143.	Можно ли при нахождении суммы ряда пользоваться свойством ассоциативности сложения? Когда это возможно?	<b>ОПК-1</b>
144.	Можно ли при нахождении суммы ряда пользоваться свойством коммутативности сложения? Когда это возможно?	<b>ОПК-1</b>
145.	Сформулируйте признак Лейбница сходимости знакочередующегося ряда.	<b>ОПК-1</b>
146.	Как оценить остаток знакочередующегося ряда?	<b>ОПК-1</b>
147.	Сформулируйте признаки Дирихле и Абеля сходимости произвольных рядов.	<b>ОПК-1</b>
148.	Дайте понятия функциональной последовательности,	<b>ОПК-1</b>

функционального ряда.	
149. Как найти область сходимости функциональной последовательности, функционального ряда?	<b>ОПК-1</b>
150. Дайте определение поточечной и равномерной сходимости на множестве функциональной последовательности, функционального ряда.	<b>ОПК-1</b>
151. Сформулируйте признаки равномерной сходимости функциональной последовательности, функционального ряда (критерий Коши, достаточные признаки Вейерштрасса, Дирихле, Абеля).	<b>ОПК-1</b>
152. При каких условиях для функционального ряда справедливы следующие свойства: «предел от суммы равен сумме пределов», «интеграл от суммы равен сумме интегралов», «производная от суммы равна сумме производных»?	<b>ОПК-1</b>
153. Какой ряд называется степенным?	<b>ОПК-1</b>
154. Как найти радиус сходимости степенного ряда?	<b>ОПК-1</b>
155. Что является областью сходимости степенного ряда?	<b>ОПК-1</b>
156. Сходится ли степенной ряд в области сходимости равномерно?	<b>ОПК-1</b>
157. Будет ли непрерывной сумма степенного ряда в области сходимости?	<b>ОПК-1</b>
158. Когда говорят, что функция раскладывается в степенной ряд в некоторой точке?	<b>ОПК-1</b>
159. Как определить, раскладывается ли функция в степенной ряд?	<b>ОПК-1</b>
160. Какие степенные ряды можно получить при разложении функции?	<b>ОПК-1</b>
161. Какая функция называется аналитической?	<b>ОПК-1</b>
162. Сформулируйте теоремы Вейерштрасса о равномерном приближении непрерывных функций на отрезке тригонометрическими и алгебраическими многочленами. Каково значение этих теорем?	<b>ОПК-1</b>
163. Какое пространство называется бесконечномерным евклидовым пространством?	<b>ОПК-1</b>

164. Приведите пример бесконечномерного евклидова пространства. Определите в нем скалярное произведение, норму, метрику.	ОПК-1
165. Что такое сходимость по норме, сходимость в среднем?	ОПК-1
166. Какая система функций называется ортогональной? Приведите пример.	ОПК-1
167. Какая система функций называется ортонормированной? Приведите пример.	ОПК-1
168. Какой ряд называется общим рядом Фурье. Каким свойством обладают коэффициенты Фурье?	ОПК-1
169. Что из себя представляет неравенство Бесселя, равенство Парсеваля?	ОПК-1
170. Сформулируйте свойства полноты и замкнутости ортонормированной системы.	ОПК-1
171. Запишите ряд Фурье по тригонометрической системе.	ОПК-1
172. Как записать ряд Фурье для чётных и нечётных функций?	ОПК-1
173. Когда ряд Фурье, построенный по некоторой функции, сходится к ней равномерно? Поточечно?	ОПК-1

### 5.2.2.

#### Итоговый тест по теме Предел. Непрерывность. Дифференциальность

##### Вопрос 1

Какая из последовательностей будет бесконечно малой

а)  $x_n = \frac{\cos n}{n}$  б)  $x_n = \frac{n+5}{n-3}$  в)  $x_n = \frac{2^n}{n}$

##### Вопрос 2

Какая последовательность будет бесконечно большой

а)  $x_n = \frac{n^2+3n}{n^2+100}$  б)  $x_n = \frac{n^4+3n^2+1}{3n^2+1}$  в)  $x_n = \frac{\ln n}{n}$

##### Вопрос 3

Какая из последовательностей будет ограниченной?

а)  $x_n = \cos n^3$  б)  $x_n = \ln n - 100$  в)  $x_n = n \cos \frac{\pi n}{2}$

##### Вопрос 4

Какая последовательность будет фундаментальной?

а)  $x_n = (-1)^n \sin \frac{1}{n+1}$  б)  $x_n = \frac{n^2-4}{n+3}$  в)  $x_n = \arctg n(-1)^2$

##### Вопрос 5

У какой последовательности точная верхняя грань равна 4?

а)  $x_n = 4 \frac{n}{n+1}$  б)  $x_n = 4 + \frac{2}{n+1}$  в)  $x_n = 4 \arctg n$

**Вопрос 6**

Какая из приведенных последовательностей сходящаяся?

а)  $x_n = \frac{\sqrt[n]{4+5}}{n}$  б)  $x_n = \cos \frac{1}{n} + \sqrt{n}$  в)  $x_n = \sin n$

**Вопрос 7**

В каком случае  $\overline{\sup a_n}$  совпадает с ?

а)  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$  б)  $\overline{\lim_{n \rightarrow \infty} a_n}$  в)  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$

**Вопрос 8**

В каком случае  $\overline{\inf a_n}$  совпадает с ?

а)  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$  б)  $\overline{\lim_{n \rightarrow \infty} a_n}$  в)  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$

**Вопрос 9**

Расположить в правильном порядке

А - последовательность ограничена

Б - последовательность фундаментальна

В - последовательность сходится

### Вопрос 10

Установить соответствие между 1)-3) и А)-В)

1. Сходящаяся последовательность
2. Бесконечно большая последовательность
3. Последовательность имеет 2 различные предельные точки

А. Неограниченная последовательность

Б. Фундаментальная последовательность

В. Расходящаяся последовательность

### Вопрос 11

Какая функция будет бесконечно малой при  $x \rightarrow 5$

а)  $y = (x - 5)e^{\frac{1}{x-5}}$  б)  $y = (x - 5)\cos \frac{1}{x^2-25}$  в)  $y = \frac{e^{x-5}}{x-5}$

### Вопрос 12

Какая функция будет бесконечно малой при  $x \rightarrow \infty$

а)  $x_n = x \sin x$  б)  $y = \frac{e^{x^4}}{x^4}$  в)  $y = \frac{x^2 - 3x + 1}{x^3 + 100x}$

### Вопрос 13

Какая из приведенных бесконечно малых функций при  $x \rightarrow 0$  будет эквивалентна функции  $y = e^{4x} - 1$

а)  $y = \sin 4x$  б)  $y = 1 - \cos 2x$  в)  $y = \ln(1 + 2x)$

### Вопрос 14

Какая из приведенных функций непрерывна в точке  $x = 3$

а)  $y = \frac{x^2 + 4x + 5}{x - 2}$  б)  $y = e^{x-3}$  в)  $y = \operatorname{sgn}(x^2 - 9)$

### Вопрос 15

Установить соответствие между 1) – 3) и А) – В)

1 Дифференцируется функция в точке  $x = x_0$

2 Односторонние пределы у функции равны в  $x = x_0$

3 Левая и правая производные в точке  $x = x_0$  равны.

А. В точке  $x = x_0$  предел существует

Б. В точке  $x = x_0$  функция непрерывна

В. Функция дифференцируема в точке  $x = x_0$

### Вопрос 16

Установить правильный порядок следования при

А. Функция ограничена в точке  $x = x_0$

Б. Функция дифференцируема в точке  $x = x_0$

В. Функция непрерывна в точке  $x = x_0$

### Вопрос 17

Какая из прямых параллельна касательной к кривой  $y = x^2 - 4x + 6$  в точке

М (2, -2)

а)  $y = 3x - 1$  б)  $y = 8x - 1$  в)  $y = 8x - 1$

### Вопрос 18

Какая из прямых перпендикулярна касательной к кривой  $y = x^3 - 3x + 1$  в точке

М (1, -1)

у=

### Вопрос 19

Какая из функций монотонно возрастает при  $0 > x < \infty$

а)  $y = \frac{x + 5}{x^2 + 10x - 3}$

### Вопрос 20

Если вторая производная положительна на некотором промежутке, то и функция на этом промежутке

- А) возрастает,
- Б) выпукла вниз,
- В) выпукла вверх.

### Вопрос 21

Если функция во всех точках некоторого интервала имеет производную больше 0, то

- А) функция убывает,
- Б) функция возрастает,
- В) функция выпукла вниз.

### Вопрос 22

Теорема Ролля это

- А) теорема о конечных приращениях,
- Б) теорема о корнях производной,
- В) теорема об отношении приращений двух функций

### Вопрос 23

Функция имеет экстремум в точке, если

- А) первая производная равна 0 или не существует,
- Б) в этой точке первая производная равна 0 или не существует и при переходе через эту точку меняет знак,
- В) в этой точке первая производная равна 0 или не существует и в этой точке вторая производная отлична от 0.

### Вопрос 24

Если  $y = x^2 e^{x^2}$ , то коэффициент  $C_7$  разложения данной функции в ряд Маклорена равен

- А)  $\frac{1}{7!}$
- Б) 0
- В)  $\frac{23}{150}$

### Вопрос 25

Установить соответствие между функцией и ее разложением в ряд Маклорена

1. $y = \frac{x}{1-x}$	A. $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n x^{2n+3}}{(2n+1)!}$
2. $y = x^2 \sin x$	Б. $\sum_{n+0}^{\infty} x^{n+1}$
3. $y = \ln \frac{1+x}{1-x}$	В. $2 \sum_{n+0}^{\infty} \frac{x^{2n+1}}{n}$

### 5.2.3. Типовые задания/задачи для оценки сформированности компетенции ОПК-1

#### Контрольная работа для оценки компетенции «ОПК-1»:

##### Вариант 1

Найти пределы

1.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n+1)^5 - (n-1)^5 - 10n^4}{n^3 - n + 4}$

2.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{\frac{2n^3+1}{3n^3-2}}$

3.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{n^6 + 8} (\sqrt{n^3 + 2} - \sqrt{n^3 + 1})$

4. Доказать по определению, что  $x_n = \frac{3n^2+n-1}{2^n}$  бесконечно малая последовательность.

5. Найти  $\inf x_n$ ,  $\sup x_n$ , верхний и нижний пределы последовательности  $x_n = \frac{n+2}{2n-1} \cos \frac{\pi n}{2}$

6. Пользуясь теоремой о монотонной и ограниченной последовательности или критерием Коши исследовать на сходимость последовательность

$$x_n = \frac{1}{\sqrt[5]{2}} + \frac{1}{\sqrt[5]{3}} + \dots + \frac{1}{\sqrt[5]{n}}$$

7. Доказать по определению, что  $x_n = \frac{n!}{4^n}$  бесконечно большая последовательность.

##### Вариант 2

Найти пределы

1.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(2n+1)^3 + (3n+2)^3}{(3n-1)^3 + (n+1)^3}$

2.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{(n+1)^3} - \sqrt{n(n-1)(n-3)}}{\sqrt{n}}$

3.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{2n-1}{5n+1} \right)^{n^2}$

4. Доказать по определению, что  $x_n = \frac{(n^3+3) \cos \frac{1}{n}}{3^n}$  бесконечно малая последовательность.

5. Найти  $\inf x_n$ ,  $\sup x_n$ , верхний и нижний пределы последовательности  $x_n = \frac{n+1}{2n+1} \cos \frac{\pi n}{3}$

6. Пользуясь теоремой о монотонной и ограниченной последовательности или критерием Коши исследовать на сходимость последовательность

$$x_n = \frac{5}{2^2} + \frac{7}{3^2} + \dots + \frac{2n+3}{(n+1)^2}$$

7. Доказать по определению, что  $x_n = 1 - (-1)^n \sqrt[3]{n}$  бесконечно большая последовательность.

### 6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

а) основная литература:

1. ИЛЬИН В. А., ПОЗНЯК Э. Г. Основы математического анализа: В 2-х ч. Часть I: Учеб.: Для вузов. — 7-е изд. — М.: ФИЗМАТЛИТ, 2005. — 648 с. — (Курс высшей математики и математической физики).

<https://e.lanbook.com/book/2180#authors>

2. ИЛЬИН В. А., ПОЗНЯК Э. Г. Основы математического анализа: В 2-х ч. Часть II: Учеб.: Для вузов. - 4-е изд. - М.: ФИЗМАТЛИТ, 2002. - 464 с. — (Курс высшей математики и математической физики). (Вып. 2)

<https://e.lanbook.com/book/2180#authors>

3. КУДРЯВЦЕВ Л.Д. Краткий курс математического анализа. Том 1. Дифференциальное и интегральное исчисления функций одной переменной. Ряды. Учебник. - 3-е изд., перераб. - М.: ФИЗМАТЛИТ, 2005. - 400 с.

<https://e.lanbook.com/book/2224#authors>

4. КУДРЯВЦЕВ Л. Д. Краткий курс математического анализа. Т. 2. Дифференциальное и интегральное исчисления функций многих переменных. Гармонический анализ: Учебник. — 3-е изд., перераб. — М.: ФИЗМАТЛИТ, 2005. - 424 с.  
<https://e.lanbook.com/book/2224#authors>
5. Демидович Б.П., Марон И.А., Шувалова Э.З.  
Численные методы анализа. Приближение функций, дифференциальные и интегральные уравнения  
[https://e.lanbook.com/reader/book/537/#book\\_name](https://e.lanbook.com/reader/book/537/#book_name)

б) дополнительная литература:

1. НИКОЛЬСКИЙ С.М. Курс математического анализа. В 2-х томах. Наука, 1983. Т.1 464 с.; Т.2 448 с.  
<https://e.lanbook.com/book/2270#authors>
2. ФИХТЕНГОЛЬЦ Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления. ( В 3-х томах ). - М.: Физматлит, 2003. т.1 - 680с.; т.2 - 864с.; т.3 - 728с.  
<https://e.lanbook.com/book/409#authors>

в) программное обеспечение и Интернет-ресурсы <http://www.unn.ru/books/resources.html>  
<http://new.e-vmk.unn.ru/sites/>

## 7. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Помещения представляют собой учебные аудитории для проведения учебных занятий, предусмотренных программой, оснащенные оборудованием и техническими средствами обучения:

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечены доступом в электронную информационно-образовательную среду.

Наличие рекомендованной литературы.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО \_\_\_\_\_.

Автор (ы) \_\_\_\_\_ ст. преподаватель Фокина В.Н.

Рецензент (ы) \_\_\_\_\_

Заведующий кафедрой \_\_\_\_\_ А.В.Калинин\_

Программа одобрена на заседании методической комиссии института информационных технологий, математики и механики

30.11.2022 г. №3