

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

**Федеральное государственное автономное  
образовательное учреждение высшего образования  
«Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет  
им. Н.И. Лобачевского»**

Институт информационных технологий, математики и механики

УТВЕРЖДЕНО  
решением Ученого совета ННГУ  
протокол от «30» ноября 2022 г. № 13

## **Рабочая программа дисциплины**

*Методы оптимизации*

Уровень высшего образования  
*бакалавриат*

Направление подготовки / специальность

*01.03.01 Математика*

Направленность образовательной программы  
*Общий профиль*

Форма обучения  
*Очная*

Нижегород

2023 год

## 1. Место дисциплины в структуре ОПОП

Дисциплина относится к обязательной части Б1.О.31

№ варианта	Место дисциплины в учебном плане образовательной программы	Стандартный текст для автоматического заполнения в конструкторе РПД
1	Блок 1. Дисциплины (модули) Обязательная часть	Дисциплина Б1.0.31, «Методы оптимизации», относится к обязательной части ООП направления подготовки 01.03.01 Математика

## 2. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями и индикаторами достижения компетенций)

Формируемые компетенции (код, содержание компетенции)	Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), в соответствии с индикатором достижения компетенции		Наименование оценочного средства
	Индикатор достижения компетенции* (код, содержание индикатора)	Результаты обучения по дисциплине**	
<b>ПК-2</b>  Способен выполнять фундаментальные и прикладные естественнонаучные работы поискового и теоретического и характера	<b>ПК-2.1.:</b> <i>Знает</i> методы анализа и обобщения отечественного и международного опыта в соответствующей области исследований	Знать методы математически корректной постановки естественнонаучных задач, постановок классических задач математической оптимизации	собеседование
	<b>ПК-2.2.:</b> <i>Умеет</i> решать задачи аналитического характера, предполагающих выбор и многообразие актуальных способов решения задач	Уметь использовать на практике для решения конкретных задач базовые знания в области математического программирования, вариационного исчисления и методов оптимизации, математические алгоритмы конечномерной и бесконечномерной оптимизации	задачи
	<b>ПК-2.3.:</b> <i>Владеет</i> методами выполнения работ поискового и теоретического характера	Владеть методами нахождения, анализа, реализации и использования на практике математических алгоритмов конечномерной и бесконечномерной оптимизации, техникой доказательства математических утверждений и различными методами и способами отыскания решений стандартных задач в области конечномерной и бесконечномерной оптимизации	задачи
<b>ПК-3</b>	<b>ПК-3.1.:</b> <i>Знает</i> классические математи-	Знать классические постановки задач конечномерной и бесконечномерной оп-	собеседование

Способен активно участвовать в исследовании новых математических моделей в естественных науках	ческие модели задач естествознания, численные методы решения базовых математических задач, математические методы обработки информации	тимизации, основные численные методы оптимизации, а также аналитические методы решения задач оптимизации на основе необходимых и достаточных условий оптимальности	
	<b>ПК-3.2.:</b> Умеет самостоятельно и корректно решать задачи естественнонаучного содержания, корректно использовать математические методы в конкретной предметной области, применять численные методы решения базовых математических задач и классических задач естествознания в практической деятельности	Уметь самостоятельно и корректно использовать методы формализации практических и естественнонаучных задач в виде задач оптимизации, допускающих такую формализацию, а также применять для их решения численные методы оптимизации и аналитические методы решения задач оптимизации на основе необходимых и достаточных условий оптимальности	задачи
	<b>ПК-3.3.:</b> Владеет навыками использования математических методов обработки информации, полученной в результате экспериментальных исследований или производственной деятельности	Владеть навыками самостоятельного использования методов формализации практических и естественнонаучных задач, возникающих из потребностей обработки результатов экспериментальных исследований или производственной деятельности, в виде задач оптимизации, при условии, что они допускают такую формализацию, а также применения для их решения численных методов оптимизации и аналитических методов решения задач оптимизации на основе необходимых и достаточных условий оптимальности	задачи

### 3. Структура и содержание дисциплины

#### 3.1. Трудоемкость дисциплины

	<b>очная форма обучения</b>
<b>Общая трудоемкость</b>	<b>7 ЗЕТ</b>
<b>Часов по учебному плану</b>	<b>252</b>
<b>в том числе</b>	
<b>контактная работа:</b>	<b>95</b>
- занятия лекционного типа	<b>16+22=38</b>
- занятия семинарского типа	<b>32+22=54</b>
- текущий контроль (КСР)	<b>1+2=3</b>
<b>самостоятельная работа</b>	<b>59+62=121</b>
<b>Промежуточная аттестация – экзамен</b>	<b>36</b>

### 3.2. Содержание дисциплины

Наименование и краткое содержание разделов и тем дисциплины	Всего (часы)	в том числе				Самостоятельная работа обучающегося, часы
		контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы				
		из них				
		Занятия лекционного типа	Занятия семинарского типа	Занятия лабораторного типа	Всего контактных часов	
Седьмой семестр						
Тема 1. Элементарный выпуклый анализ. Выпуклые множества. Выпуклые конусы. Возможные направления. Выпуклые функции. Критерии выпуклости. Точки минимума выпуклых функций.	35		6		6	29
Тема 2. Гладкие конечномерные задачи на экстремум. Теорема Вейерштрасса и ее следствия. Безусловный минимум: необходимые условия минимума первого и второго порядков, достаточные условия. Условный минимум: принцип Лагранжа в задачах с ограничениями типа равенства и неравенства, регулярность, гладко-выпуклые задачи, условия второго порядка.	23	4	9		13	10
Тема 3. Выпуклые конечномерные задачи на экстремум. Различные формы записи задач выпуклого программирования. Теорема Куна-Таккера. Теория двойственности. Случай задач линейного программирования.	26	7	9		16	10
Тема 4. Численные методы конечномерной оптимизации. Терминология. Классификация методов. Одномерный поиск для унимодальных и липшицевых функций. Безусловная минимизация функций нескольких переменных: градиентные	23	5	8		13	10

методы, метод Ньютона, методы сопряженных направлений для квадратичных функций, метод сопряженных градиентов. Условная минимизация функций нескольких переменных: методы штрафных функций, симплекс-метод решения задач линейного программирования.						
<b>Текущий контроль (КСР)</b>	1				1	
<b>Промежуточная аттестация - зачет</b>						
<b>Итого за семестр</b>	108	16	32		49	59
<b>Восьмой семестр</b>						
Тема 5. Простейшая задача вариационного исчисления и ее обобщения. Условия первого порядка. Простейшая задача: классификация экстремумов, варьирование, необходимые условия первого порядка (стационарность, уравнение Эйлера), конкретные примеры (задачи о брахистохроне и о наименьшей поверхности вращения). Принцип Гамильтона-Остроградского и его применения. Обобщения простейшей задачи: экстремальные задачи на линейных многообразиях в линейных нормированных пространствах, задачи со старшими производными, задачи с вектор-функциями, задачи с функциями нескольких переменных, задачи с подвижными границами, задачи на классе кусочно-гладких функций,	25	4	4		8	17
Тема 6. Условия второго порядка в вариационном исчислении. Условия второго порядка в простейшей задаче вариационного исчисления: необходимые условия Лежандра и Якоби слабого минимума, необходимое	25	6	6		12	13

условие Вейерштрасса сильного минимума, достаточные условия локального минимума.						
Тема 7. Принцип Лагранжа в вариационном исчислении. Вариационные задачи с ограничениями. Изопериметрические задачи. Задачи со связями. Задача Лагранжа. Конкретные примеры: задача Дидоны, задача о цепной линии, задача Чаплыгина о самолете.	28	6	6		12	16
Тема 8. Понятие о математической теории оптимального управления. Управляемые системы. Задачи оптимального управления классического вариационного типа (без ограничений на значения управления). Задачи оптимального управления понтрягинского типа (с ограничениями на значения управления). Принцип максимума Понтрягина. Конкретные иллюстративные примеры.	28	6	6		12	16
<b>Текущий контроль (КСР)</b>	2				2	
<b>Промежуточная аттестация - экзамен</b>	36					
<b>Итого за семестр</b>	144	22	22		46	62
<b>Итого</b>	252	38	54		95	121

Текущий контроль успеваемости реализуется в форме опросов на занятиях семинарского типа.

Промежуточная аттестация проходит в традиционной форме (зачет, экзамен).

Практическая подготовка предусматривает выполнение проекта, решение прикладной задачи кейса.

#### 4. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся

Самостоятельная работа студента при изучении дисциплины «Методы оптимизации» включает выполнение заданий под контролем преподавателя, решение домашних заданий и подготовку к зачету и экзамену. Самостоятельная работа студентов (выполнение домашних практических заданий, подготовка к коллоквиуму, экзамену и зачету) обеспечивается доступной студентам основной и дополнительной литературой, а также доступными им интернет-ресурсами (см. ниже раздел 7. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины).

Для подготовки к зачету по темам 1 - 3, связанным с математическим программированием, студентам можно воспользоваться:

1. Сумин В.И. Начала математического программирования. Теорема Вейерштрасса. Безусловный экстремум. Электронное учебно-методическое пособие. Нижний Новгород: Нижегородский госуниверситет, 2015. – 40 с. (<http://www.unn.ru/books/resources.html>, Регистрационный номер 973.15.06).
2. Сумин В.И. Начала выпуклого анализа. Часть 1. Выпуклые множества. Электронное учебно-методическое пособие. Нижний Новгород: Нижегородский госуниверситет, 2015. – 32 с. (<http://www.unn.ru/books/resources.html>, Регистрационный номер 974.15.06).
3. Сумин В.И. Начала выпуклого анализа. Часть 2. Выпуклые функции. Электронное учебно-методическое пособие. Нижний Новгород: Нижегородский госуниверситет, 2015. – 28 с. (<http://www.unn.ru/books/resources.html>, Регистрационный номер 975.15.06).

Указанные пособия содержат теоретический материал с иллюстрирующими подробными примерами и упражнениями для самостоятельного выполнения.

Контрольные вопросы и задания для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины приведены в п. 5.2.

## 5. Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации по дисциплине, включающий:

### 5.1. Описание шкал оценивания результатов обучения по дисциплине

Уровень сформированности компетенций (индикатора достижения компетенций)	Шкала оценивания сформированности компетенций						
	плохо	неудовлетворительно	удовлетворительно	хорошо	очень хорошо	отлично	превосходно
	Не зачтено		зачтено				
<u>Знания</u>	Отсутствие знаний теоретического материала.  Невозможность оценить полноту знаний вследствие отказа обучающегося от ответа	Уровень знаний ниже минимальных требований. Имели место грубые ошибки.	Минимально допустимый уровень знаний. Допущено много негрубых ошибок.	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько негрубых ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько несущественных ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки, без ошибок.	Уровень знаний в объеме, превышающем программу подготовки.
<u>Умения</u>	Отсутствие минимальных умений. Невозможность оценить наличие умений вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы основные умения.  Имели место грубые ошибки.	Продemonстрированы основные умения. Решены типовые задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, но не в полном объеме.	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, в полном объеме, но некоторые с недочетами.	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме, но некоторые с недочетами.	Продemonстрированы все основные умения, решены все основные задачи с отдельными несущественными недочетами, выполнены	Продemonстрированы все основные умения, Решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме без

				четами.		все задания в полном объеме.	недочетов
<u>Навыки</u>	Отсутствие владения материалом. Невозможность оценить наличие навыков вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы базовые навыки.  Имели место грубые ошибки.	Имеется минимальный набор навыков для решения стандартных задач с некоторыми недочетами	Продемонстрированы базовые навыки  при решении стандартных задач с некоторыми недочетами	Продемонстрированы базовые навыки  при решении стандартных задач без ошибок и недочетов.	Продемонстрированы навыки  при решении нестандартных задач без ошибок и недочетов.	Продемонстрирован творческий подход к решению нестандартных задач

### Шкала оценки при промежуточной аттестации

Оценка		Уровень подготовки
зачтено	Превосходно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «превосходно»
	Отлично	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «отлично», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «отлично»
	Очень хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «очень хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «очень хорошо»
	Хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «хорошо»
	Удовлетворительно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «удовлетворительно», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «удовлетворительно»
не зачтено	Неудовлетворительно	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «неудовлетворительно», ни одна из компетенций не сформирована на уровне «плохо»
	Плохо	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «плохо»

## 5.2. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения

### 5.2.1. Контрольные вопросы

Вопрос	Код формируемой компетенции
1. Определение и простейшие свойства выпуклых множеств.	ПК-2
2. Граничные точки выпуклых множеств.	ПК-2
3. Проекция точки на множество. Теоремы о проекции.	ПК-2
4. Неотрицательная и выпуклая комбинации точек.	ПК-2
5. Коническая и выпуклая оболочки множества.	ПК-2
6. Теоремы отделимости выпуклых множеств.	ПК-2
7. Опорные гиперплоскости.	ПК-2
8. Сопряженный конус. Теорема Фаркаша.	ПК-2
9. Возможные (допустимые) направления.	ПК-2
10. Определение выпуклой функции и его геометрический смысл. Простейшие свойства выпуклых функций.	ПК-2
11. Дифференцируемость выпуклой функции по возможным направлениям.	ПК-2
12. Свойство непрерывности выпуклой функции.	ПК-2
13. Критерии выпуклости в классе дифференцируемых функций нескольких переменных.	ПК-2
14. Критерий выпуклости в классе дважды дифференцируемых функций многих переменных.	ПК-2
15. Точки минимума выпуклых функций. Критерий точки минимума выпуклой функции.	ПК-2
16. Сильно выпуклые функции.	ПК-2
17. Понятие о математической теории оптимизации и математическом программировании (МП) как одном из ее разделов. Примеры задач оптимизации.	ПК-2
18. Теорема Вейерштрасса и ее следствия.	ПК-2
19. Гладкие задачи на безусловный экстремум. Необходимые условия первого порядка.	ПК-2
20. Гладкие задачи на безусловный экстремум. Необходимые условия второго порядка.	ПК-2
21. Гладкие задачи на безусловный экстремум. Достаточные условия второго порядка.	ПК-2
22. Направления спуска. Необходимое условие оптимальности в общей задаче минимизации. Необходимое и достаточное условия направления спуска для дифференцируемых функций.	ПК-2

23. Гладкие задачи на условный экстремум. Необходимое условие оптимальности первого порядка.	ПК-2
24. Гладкие задачи на условный экстремум. Необходимое условие оптимальности в классе дважды дифференцируемых функций.	ПК-2
25. Гладкие задачи на условный экстремум. Достаточное условие оптимальности в классе дважды дифференцируемых функций	ПК-2
26. Классификация задач математического программирования.	ПК-2
27. Принцип Лагранжа и его геометрический смысл.	ПК-2
28. Достаточное условие глобального минимума в задаче выпуклого программирования.	ПК-2
29. Простейшее условие регулярности в задаче математического программирования.	ПК-2
30. Достаточные условия регулярности в задаче математического программирования: условие Слейтера.	ПК-2
31. Достаточные условия регулярности в задаче математического программирования: условие линейности.	ПК-2
32. Необходимые условия второго порядка в задаче математического программирования.	ПК-2
33. Достаточные условия второго порядка в задаче математического программирования	ПК-2
34. Выпуклое программирование. Теорема Куна-Таккера в дифференциальной форме.	ПК-2
35. Понятие седловой точки функции Лагранжа. Критерий седловой точки.	ПК-2
36. Теорема Куна-Таккера в форме утверждения о седловой точке. Связь с теоремой Куна-Таккера в дифференциальной форме.	ПК-2
37. Понятие двойственной задачи и ее свойства.	ПК-3
38. Теорема двойственности.	ПК-3
39. Теорема Куна-Таккера в форме двойственности.	ПК-3
40. Теорема существования решения в задачах ЛП.	ПК-3
41. Теория двойственности для задач ЛП	ПК-3
42. Классификация численных методов оптимизации.	ПК-3
43. Метод дихотомии.	ПК-3
44. Метод половинного деления.	ПК-3
45. Метод золотого сечения.	ПК-3

46. Безусловная минимизация функций многих переменных: овражный эффект.	ПК-3
47. Безусловная минимизация функций многих переменных: метод наискорейшего спуска. Теорема о сходимости.	ПК-3
48. Безусловная минимизация функций многих переменных: метод Ньютона: идея, алгоритм, достоинства и недостатки, сравнение с градиентными методами.	ПК-3
49. Условная минимизация функций многих переменных: метод проекции градиента. Теорема о сходимости.	ПК-3
50. Условная минимизация функций многих переменных: метод условного градиента. Теорема о сходимости.	ПК-3
51. Условная минимизация функций многих переменных: метод квадратичного штрафа.	ПК-3
52. Симплекс-метод решения задач линейного программирования: каноническая задача ЛП. Приведение задач ЛП к каноническому виду.	ПК-3
53. Основные определения симплекс-метода: вершина, ребро, базис вершины. Соответствие между вершинами и базисами. Ребра, выходящие из невырожденной вершины.	ПК-3
54. Итерационный алгоритм симплекс-метода в невырожденном случае. Итерационные формулы. Симплекс-таблица (СТ). Анализ и пересчет СТ.	ПК-3
55. Симплекс-метод решения задач линейного программирования: отыскание начальной вершины методом искусственного базиса	ПК-3
56. Простейшая задача вариационного исчисления. Классификация экстремумов. Экстремали функционала и экстремали задачи.	ПК-3
57. Основные леммы вариационного исчисления.	ПК-3
58. Необходимые условия слабого локального экстремума в простейшей задаче вариационного исчисления. Уравнение Эйлера.	ПК-3
59. Задача о брахистохроне.	ПК-3
60. Задачи вариационного исчисления со старшими производными. Уравнение Эйлера-Пуассона.	ПК-3
61. Задачи вариационного исчисления с вектор-функциями. Система уравнений Эйлера.	ПК-3
62. Задачи вариационного исчисления с функциями нескольких переменных. Уравнение Эйлера-Остроградского.	ПК-3
63. Принцип Гамильтона-Остроградского	ПК-3
64. Изопериметрические задачи: постановка, принцип Лагранжа, условия регулярности.	ПК-3
65. Задача Дидоны	ПК-3
66. Задача Лагранжа	ПК-3

67. Задача оптимального управления классического типа. Необходимые условия оптимальности	ПК-3
68. Задача оптимального управления понত্রягинского типа. Принцип максимума Л.С.Понtryгина	ПК-3

### 5.2.2. Типовые тестовые задания для оценки сформированности компетенции

#### Вариант 1

Задача 1. Проверить на выпуклость функцию  $f(x) = (x_1)^2 - x_1x_2 + (x_2)^2$  на множестве  $X = R^2$ .

Задача 2. Существует ли точка глобального минимума в задаче оптимизации:  $f(x, y) = 5x - 3y \rightarrow \min$ ,  $x^2 + y^2 \leq 4$ ? Почему?

Задача 3. Решить с помощью метода множителей Лагранжа задачу оптимизации:  $f(x, y) = 5x - 3y \rightarrow \min$ ,  $x^2 + y^2 \leq 4$ .

Задача 4. Решить задачу линейного программирования с помощью теории двойственности:

$$\begin{cases} f(x, y, z) = 2x - y + 3z \rightarrow \min \\ x + 3y - 2z \leq 2, & 2x - y + z = 4, \\ y, z \geq 0. \end{cases}$$

Задача 5. Решить задачу  $f(x, y) = x^2 + y^2 \rightarrow \min$  методом Ньютона, начав с точки (1,1).

Задача 6. Решить простейшую задачу вариационного исчисления:

$$J[y] = \int_0^1 [(y')^2 + 2xy] dx \rightarrow \min, \quad y(0) = 1, \quad y(1) = 0.$$

### 5.2.3. Типовые задачи для оценки сформированности компетенции

#### Вариант 1 (Выпуклый анализ)

Задание 1. Проверить на выпуклость множество  $X = \Gamma_{c,\alpha}$ .

Задание 2. Проверить на выпуклость функцию  $f(x) = 3(x^1)^2 - x^1x^2 + (x^2)^2$ .

#### Вариант 2 (Общая задача оптимизации)

Задание 1. Для задачи  $f(x) = x^1 + x^2 \rightarrow \min$ ,  $(x^1)^2 + x^2 \leq 1$ ,  $x^2 \geq 0$ , построить допустимое множество и линии уровня целевой функции; указать точку глобального минимума (если она существует). Выполняют ли какие-то достаточные условия существования глобального минимума в этой задаче?

Задание 2. Решить задачу безусловной минимизации:  $f(x) = 0.5(Ax, x) - (b, x) + c \rightarrow \min$ ,

$$A = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}, \quad b = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

#### Вариант 3 (Гладкие задачи математического программирования)

Задание 1. Решить с помощью метода множителей Лагранжа задачу оптимизации:

$$f(x) = x^1 + x^2 \rightarrow \min, (x^1)^2 + x^2 \leq 1, x^2 \geq 0.$$

Задание 2. Решить с помощью теоремы Куна-Таккера в дифференциальной форме задачу оптимизации:

$$f(x) = 0.5(Ax, x) - (b, x) + c \rightarrow \min, A = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}, b = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}, x^1 + x^2 = 1, x^1, x^2 \geq 0.$$

#### Вариант 4 (Выпуклое и линейное программирование)

Задание 1. Решить задачу линейного программирования с помощью теории двойственности:

$$\begin{cases} f(x, y, z) = 2y - x + 3z \rightarrow \min \\ 3x + y - 2z \leq 2, & 2y - x + z = 4, \\ x, z \geq 0. \end{cases}$$

Задание 2. Решить ту же задачу с помощью теоремы Куна-Таккера в форме утверждения о седловой точке.

#### Вариант 5 (Численные методы оптимизации)

Задание 1. Решить задачу  $f(x, y) = x^2 + 4y^2 \rightarrow \min$  методом Ньютона, начав с точки  $(1, -1)$ .

Задание 2. Решить симплекс-методом задачу линейного программирования:  $f(x) = (c, x) \rightarrow \min$ ,

$$Ax = b, x \geq 0, A = \begin{pmatrix} 2, 1, 1, 0 \\ 1, 3, 0, 2 \end{pmatrix}, b = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}, c = (1, -2, 2, 3).$$

#### Вариант 6 (Вариационное исчисление)

Задание 1. Решить простейшую задачу вариационного исчисления:

$$J[y] = \int_0^1 [2(y')^2 - 3y] dx \rightarrow \min, y(0) = 0, y(1) = 0.$$

Задание 2. Найти экстремали изопериметрической задачи:

$$J[y] = \int_0^\pi [(y')^2] dx \rightarrow \min, y(0) = 1, y(\pi) = -1, K[y] = \int_0^\pi [y \cos x] dx = \frac{\pi}{2}.$$

## 6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

### а) основная литература:

1. Васильев Ф.П. Численные методы решения экстремальных задач. М.: Наука. 1988.  
(В ФБ ННГУ 214 экз.)
2. Эльсгольц Л.Э. Дифференциальные уравнения и вариационное исчисление. М.: Эдиториал УРСС. 2002.  
(В ФБ ННГУ 80 экз.)

### б) дополнительная литература:

3. Алексеев В.М., Галеев Э.М., Тихомиров В.М. Сборник задач по оптимизации. Теория, примеры, задачи: учебное пособие. М.: Наука. 1984.  
(В ФБ ННГУ 155 экз.)
4. Поляк Б.Т. Введение в оптимизацию. М.: Наука. 1983.

(В ФБ ННГУ 15 экз.)

5. Сумин В.И. Начала математического программирования. Теорема Вейерштрасса. Безусловный экстремум. Электронное учебно-методическое пособие. Нижний Новгород: Нижегородский госуниверситет, 2015. – 40 с. (<http://www.unn.ru/books/resources.html>, Регистрационный номер 973.15.06).
6. Сумин В.И. Начала выпуклого анализа. Часть 1. Выпуклые множества. Электронное учебно-методическое пособие. Нижний Новгород: Нижегородский госуниверситет, 2015. – 32 с. (<http://www.unn.ru/books/resources.html>, Регистрационный номер 974.15.06).
7. Сумин В.И. Начала выпуклого анализа. Часть 2. Выпуклые функции. Электронное учебно-методическое пособие. Нижний Новгород: Нижегородский госуниверситет, 2015. – 28 с. (<http://www.unn.ru/books/resources.html>, Регистрационный номер 975.15.06).

#### **в) программное обеспечение и Интернет-ресурсы:**

Для обеспечения самостоятельной работы обучающихся используется электронный курс «Методы оптимизации (Чернов А.В.)»,

<https://e-learning.unn.ru/enrol/index.php?id=5425>

созданный в системе электронного обучения ННГУ - <https://e-learning.unn.ru/>

Фонд электронных изданий ННГУ. Режим доступа:  
<http://www.unn.ru/books/resources.html>

#### **7. Материально-техническое обеспечение дисциплины**

Помещения представляют собой учебные аудитории для проведения учебных занятий, предусмотренных программой (лекционного и семинарского типа), оснащенные оборудованием и техническими средствами обучения.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечены доступом в электронную информационно-образовательную среду.

Программа составлена в соответствии с требованиями ОС ВО ННГУ 01.03.01 Математика.

Автор (ы) к.ф.-м.н., доц. А.В.Чернов

Рецензент (ы)

Заведующий кафедрой М.В. Иванченко

Программа одобрена на заседании методической комиссии института информационных технологий, математики и механики от 30 ноября 2022 года, протокол № 3.