

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

**Федеральное государственное автономное
образовательное учреждение высшего образования
«Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет
им. Н.И. Лобачевского»**

Институт информационных технологий, математики и механики
(факультет / институт / филиал)

УТВЕРЖДЕНО

решением Ученого совета ННГУ

протокол №13 от 30.11.2022 г.

Рабочая программа дисциплины

Вычислительные методы

(наименование дисциплины (модуля))

Уровень высшего образования

бакалавриат

(бакалавриат / магистратура / специалитет)

Направление подготовки / специальность

020302 Фундаментальная информатика и информационные технологии

(указывается код и наименование направления подготовки / специальности)

Направленность образовательной программы

Инженерия программного обеспечения

(указывается профиль / магистерская программа / специализация)

Форма обучения

очная

(очная / очно-заочная / заочная)

Нижний Новгород

2023 год

1. Место дисциплины в структуре ОПОП

Дисциплина Б1.О.11 Вычислительные методы относится к обязательной части ООП направления подготовки 02.03.02 Фундаментальная информатика и информационные технологии.

2. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями и индикаторами достижения компетенций)

Формируемые компетенции (код, содержание компетенции)	Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), в соответствии с индикатором достижения компетенции		Наименование оценочного средства
	Индикатор достижения компетенции* (код, содержание индикатора)	Результаты обучения по дисциплине**	
ОПК-1 Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности	ОПК-1.1 <i>Знает</i> основные положения и концепции в области математических и естественных наук, базовые теории и основную терминологию	<i>Знать</i> 1. Определение интеграла Лебега, виды пределов в пространствах Лебега. Понятие измеримой функции. 2. Определение метрического пространства, смысл предела в конкретных МП. 3. Понятие предкомпактного и компактного множества 4. Понятие ЛНП, предела в нем. В-пространство. 5. Понятие линейного ограниченного оператора 6. Принцип сжимающих отображений. 7. Понятие ряда итераций и обратного оператора, положительно определенного оператора. 8. Понятие компактного оператора. 9. Определение гильбертова пространства, понятие базиса и ортогонализации. 10. Теорему о разложении элемента в ряд Фурье в сепарабельном бесконечномерном Н-пространстве. 11. Понятие производных по Фреше и Гато, дифференцирование нелинейных интегральных операций. 12. Определение погрешности вычислений и ее составные компоненты. 13. Основные понятия и факты из теории приближения функций (интерполяция, элемент наилучшего приближения.	Собеседование

		<p>14. Методы численного дифференцирования и интегрирования.</p> <p>15. Способы отделения корней и методы приближенного решения нелинейных уравнений с одной переменной.</p> <p>16. Методы решения задач линейной алгебры, условия сходимости итерационных процессов</p> <p>17. Основные методы интегрирования дифференциальных задач</p>	
	<p>ОПК-1.2</p> <p>Умеет осуществлять первичный сбор и анализ материала, интерпретировать различные математические объекты</p>	<p>Уметь</p> <p>Использовать базовые знания в формулировании задач вычислительной математики.</p>	Собеседование
	<p>ОПК-1.3 Имеет практический опыт работы с решением стандартных математических задач и применяет его в профессиональной деятельности.</p>	<p>Владеть</p> <p>Базовыми знаниями естественных наук, математики и информатики, основные факты, концепции, принципы теорий, связанных с фундаментальной информатикой и информационными технологиями</p>	Задания
<p>ОПК-2</p> <p>Способен применять компьютерные / суперкомпьютерные методы, современное программное обеспечение, в том числе отечественного происхождения, для решения задач профессиональной деятельности.</p>	<p>ОПК-2.1.: Знает основные положения и концепции в области программирования, архитектуру языков программирования, теории коммуникации, знает основную терминологию, знаком с содержанием Единого Реестра Российских программ.</p>	<p>Знать</p> <p>Новые математические пакеты для решения вычислительных задач</p>	Собеседование
	<p>ОПК-2.2.: Умеет анализировать типовые языки программирования, составлять программы.</p>	<p>Уметь</p> <p>Пользоваться соответствующими математическими пакетами;</p> <p>Применять вычислительные методы к решению задач</p> <p>Решать задачи профессиональной деятельности в составе научно-исследовательского и</p>	Лабораторные работы

		производственного коллектива	
	ОПК-2.3.: Имеет практический опыт решения задач анализа, интеграции различных типов программного обеспечения, анализа типов коммуникаций	Владеть Представлением о применении универсальных математических пакетов для выполнения простых вычислительных операций	Лабораторные работы

3. Структура и содержание дисциплины

3.1 Трудоемкость дисциплины

	очная форма обучения
Общая трудоемкость	7 ЗЕТ
Часов по учебному плану	252
в том числе	
контактная работа:	131
- занятия лекционного типа	64
- занятия семинарского типа	48
- занятия лабораторного типа	16
- текущий контроль (КСР)	3
самостоятельная работа	85
Промежуточная аттестация – зачет, экзамен	36
В том числе:	

5 семестр

	Очная форма обучения
Общая трудоемкость	3 ЗЕТ
Часов по учебному плану	108
в том числе	
аудиторные занятия (контактная работа):	49
- занятия лекционного типа	32
- занятия семинарского типа	16
- текущий контроль (КСР)	1
самостоятельная работа	23
Промежуточная аттестация –зачет	

6 семестр

	Очная форма обучения
Общая трудоемкость	4 ЗЕТ

Часов по учебному плану	144
в том числе	
аудиторные занятия (контактная работа):	82
- занятия лекционного типа	32
- занятия семинарского типа	32
- занятия лабораторного типа	16
- текущий контроль (КСР)	2
самостоятельная работа	26
Промежуточная аттестация – экзамен	36

3.2. Содержание дисциплины

Наименование и краткое содержание разделов и тем дисциплины	Всего (часы)	В том числе				Самостоятельная работа обучающегося, часы
		контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы.			Всего	
		Из них				
		Занятия лекционного типа	Занятия семинарского типа	Занятия лабораторного типа		
1. Введение	2	2	-		2	-
2. Интеграл Лебега и Лебеговы пространства	10	3	1		4	6
3. Метрическое пространство (МП) и непрерывные операции. Принцип сжатых отображений.	9	2	1		3	6
4. Линейное нормированное пространство (ЛНП) и линейные ограниченные операторы	8	1	1		2	6
5. Гильбертово пространство и самосопряженные операторы	9	2	1		3	6
6. Разложение функции в ряд Фурье. Проблема ортогонализации.	10	3	1		4	6
7. Погрешность вычислений, ее составные части.	9	2	1		3	6
8. Интерполяция. Интерполяционный полином Лагранжа.	10	2	2		4	6
9. Разделенные разности. Интерполяционный полином Ньютона.	10	2	2		4	6
10. Сплайн-интерполяция. Построение кубического сплайна.	11	3	2		5	6
11. Прямые и итерационные методы нахождения решений СЛУ.	19	10	4		14	5
Текущий контроль (КСР)	1				1	
Промежуточная аттестация – зачет						
Итого за 5семестр	108	32	16		49	59
6 семестр						
1. Метод прогонки для трех диагональных систем.	7	2	2	-	4	3
2. Задача о минимальном максимуме отклонения от нуля.	5	2	-	-	2	3
3. Нахождение экстремума для функции одной переменной.	11	4	4	-	8	3
4. Нахождение корней нелинейных уравнений.	7	2	2	-	4	3
5. Численное интегрирование.	11	4	4	-	8	3
6. Численные методы линейной алгебры.	15	4	4	4	12	3
7. Численное решение задачи Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений	25	8	8	6	22	3
8. Численное решение краевых задач для	25	6	8	6	20	5

дифференциальных уравнений в частных производных						
Текущий контроль (КСР)	2				2	
Промежуточная аттестация – экзамен	36					
Итого за 6 семестр	144	32	32	16	82	26

Текущий контроль успеваемости реализуется в формах опросов на занятиях семинарского и лабораторного типа.

Промежуточная аттестация проходит в традиционных формах (зачет, экзамен).

4. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся

Самостоятельная работа заключается в ознакомлении с теоретическим материалом по учебникам, указанным в списке литературы, решении практических задач, подготовке ответов на вопросы самоконтроля.

1. Люстерник, Л.А. Краткий курс функционального анализа. [Электронный ресурс] : учеб. Пособие / Л.А. Люстерник, В.И. Соболев. — Электрон. Дан. — СПб. : Лань, 2009. — 272 с. — Режим доступа: <http://e.lanbook.com/book/245> — Загл. с экрана.
2. Филимоненкова, Н.В. Конспект лекций по функциональному анализу. [Электронный ресурс] : учеб. Пособие — Электрон. Дан. — СПб. : Лань, 2015. — 176 с. — Режим доступа: <http://e.lanbook.com/book/64343> — Загл. с экрана.
3. Функциональный анализ и вычислительная математика [Электронный ресурс]: Учеб. Пособие. / Лебедев В.И. — 4-е изд., перераб. И доп. — М. : ФИЗМАТЛИТ, 2005. — <http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN5922100920.html>
4. Волков, Е.А. Численные методы. [Электронный ресурс] : учеб. — Электрон. Дан. — СПб. : Лань, 2008. — 256 с. — Режим доступа: <http://e.lanbook.com/book/54> — Загл. с экрана.
5. Шевцов, Г.С. Численные методы линейной алгебры. [Электронный ресурс] : учеб. Пособие / Г.С. Шевцов, О.Г. Крюкова, Б.И. Мызникова. — Электрон. Дан. — СПб. : Лань, 2011. — 496 с. — Режим доступа: <http://e.lanbook.com/book/1800> — Загл. с экрана.

Контрольные вопросы и задания для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины приведены в п. 5.2.

5. Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации по дисциплине (модулю), включающий:

5.1. Описание шкал оценивания результатов обучения по дисциплине

Уровень сформированности компетенций (индикатора достижения компетенций)	Шкала оценивания сформированности компетенций						
	плохо	неудовлетворительно	удовлетворительно	хорошо	очень хорошо	отлично	превосходно
	Не зачтено		зачтено				
<u>Знания</u>	Отсутствие знаний теоретического материала. Невозможность оценить	Уровень знаний ниже минимальных требований. Имели место грубые	Минимально допустимый уровень знаний. Допущено много негрубых	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки,	Уровень знаний в объеме, превышающе

	полноту знаний вследствие отказа обучающегося от ответа	ошибки.	ошибки.	несколько негрубых ошибок	несколько несущественных ошибок	без ошибок.	м программу подготовки.
<u>Умения</u>	Отсутствие минимальных умений. Невозможность оценить наличие умений вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы основные умения. Имели место грубые ошибки.	Продemonстрированы основные умения. Решены типовые задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания но не в полном объеме.	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, в полном объеме, но некоторые с недочетами.	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме, но некоторые с недочетами.	Продemonстрированы все основные умения, решены все основные задачи с отдельными несущественным недочетами, выполнены все задания в полном объеме.	Продemonстрированы все основные умения,. Решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме без недочетов
<u>Навыки</u>	Отсутствие владения материалом. Невозможность оценить наличие навыков вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы базовые навыки. Имели место грубые ошибки.	Имеется минимальный набор навыков для решения стандартных задач с некоторыми недочетами	Продemonстрированы базовые навыки при решении стандартных задач с некоторыми недочетами	Продemonстрированы базовые навыки при решении стандартных задач без ошибок и недочетов.	Продemonстрированы навыки при решении нестандартных задач без ошибок и недочетов.	Продemonстрирован творческий подход к решению нестандартных задач

Шкала оценки при промежуточной аттестации

Оценка		Уровень подготовки
зачтено	Превосходно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «превосходно»
	Отлично	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «отлично», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «отлично»
	Очень хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «очень хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «очень хорошо»

	Хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «хорошо»
	Удовлетворительно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «удовлетворительно», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «удовлетворительно»
не зачтено	Неудовлетворительно	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «неудовлетворительно», ни одна из компетенций не сформирована на уровне «плохо»
	Плохо	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «плохо»

5.2. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения

5.2.1 Контрольные вопросы

5 семестр

вопросы	Код формируемой компетенции
1. Нулевая мера. Условие «почти всюду». Измеримые множества и функции.	ОПК-1
2. Определение интеграла Лебега, его свойства. Пространство L_2 .	ОПК-1
3. Определение МП и метрической группы, свойства расстояния.	ОПК-1
4. Норма оператора, формулы для нормы. Примеры оценки нормы.	ОПК-1
5. Принцип сжимающих отображений в полном МП.	ОПК-1
6. Линейный ограниченный оператор.	ОПК-1
7. Плотные множества. Примеры всюду плотных множеств функций.	ОПК-1
8. Гильбертово пространство (H-пространство).	ОПК-1
9. Линейная независимость ортогональной системы ненулевых элементов.	ОПК-1
10. Теорема о разложении элемента в ряд Фурье в сепарабельном H-пространстве	ОПК-1
11. Общая постановка задач вычислительной математики. Погрешность вычислений, ее составные части.	ОПК-1
12. Абсолютная и относительная погрешности приближенного числа. Определение и нахождение погрешности арифметических операций. Понятие верной и значащей цифр.	ОПК-1
13. Общая постановка задачи приближенного вычисления функции	ОПК-1
14. Интерполяционный полином Лагранжа. Равноотстоящий и неравноотстоящий случаи расположения узлов. Схема Эйткена	ОПК-1
15. Разделенные разности. Определение, свойства, примеры	ОПК-1
16. Интерполяционный полином Ньютона. Неравноотстоящий случай расположения узлов.	ОПК-1
17. Конечные разности. Определение, свойства, примеры.	ОПК-1
18. Интерполяционные полиномы Ньютона, Гаусса	ОПК-1

19. Погрешность интерполяции. Способы ее уменьшения Сходимость интерполяционного процесса. Достаточные условия сходимости	ОПК-1
20. Интерполяция с кратными узлами. Полином Эрмита.	ОПК-1
21. Сплайн-функции. Определение, свойства. Примеры.	ОПК-1
22. Сплайн-интерполяция. Построение для различных краевых условий	ОПК-1
23. Кубический сплайн. Построение. Экстремальное свойство	ОПК-1
24. Прямые методы решения СЛУ. Подсчет числа операций для каждого случая.	ОПК-1
25. Итерационные методы решения СЛУ. Остановка итераций.	ОПК-1
26. Метод простейших итераций. Принцип сжимающих отображений для СЛУ.	ОПК-1
27. Метод Зейделя. Условия применения	ОПК-1
28. Метод релаксации. Условия применения	ОПК-1

6 семестр

Вопрос	Код формируемой компетенции
1. Метод прогонки для трех диагональных систем.	ОПК-1
2. Нахождение экстремума для функции одной переменной.	ОПК-1
3. Нахождение корней нелинейных уравнений.	ОПК-1
4. Частичная проблема собственных значений. Метод итераций.	ОПК-1
5. Метод Якоби.	ОПК-1
6. Метод квадратного корня.	ОПК-1
7. Приведение матриц к квазитреугольному виду.	ОПК-1
8. Численные решения систем нелинейных уравнений.	ОПК-2
9. Определенный интеграл Римана. Определение. Критерий интегрируемости.	ОПК-1
10. Задача численного интегрирования. Простейшие квадратурные формулы.	ОПК-1
11. Квадратурные формулы Ньютона-Котеса. Примеры.	ОПК-1
12. Уточнение квадратурных формул. Правило Рунге.	ОПК-1
13. Квадратурные формулы Гаусса.	ОПК-1
14. Составные квадратурные формулы. Оценка погрешности.	ОПК-1
15. Интегрирование функций многих переменных. Кубатурные формулы.	ОПК-1
16. Метод Монте-Карло интегрирования функций многих переменных.	ОПК-1
17. Задача численного дифференцирования. Построение формул численного дифференцирования, погрешность. Некорректность задачи численного дифференцирования	ОПК-1
18. Разностные производные 1-4 порядков. Погрешность.	ОПК-1
19. Линейные разностные уравнения. Числа Фибоначчи.	ОПК-1
20. Решение дифференциальных уравнений 1 порядка. Метод Эйлера	ОПК-1
21. Условная и абсолютная сходимость метода. Неявный метод Эйлера.	ОПК-1
22. Задача Коши. Простейшие методы решения. Примеры.	ОПК-2
23. Методы типа Рунге-Кутты. Примеры.	ОПК-2
24. Многошаговые методы решения задачи Коши. Экстраполяционная и интерполяционная формулы Адамса.	ОПК-1
25. Краевые задачи для обыкновенных дифференциальных уравнений. Метод сеток. Аппроксимация области. Определение аппроксимации разностной схемой дифференциальной задачи	ОПК-1
26. Метод Галеркина.	ОПК-1
27. Метод наименьших квадратов.	ОПК-1
28. Дифференциальные уравнения в частных производных. Параболические уравнения.	ОПК-1

29. Гиперболические и эллиптические уравнения. Метод Фурье.	ОПК-1
30. Численные решения дифференциальных уравнений в частных производных. Метод сеток.	ОПК-2
31. Шаблоны. Погрешность Устойчивость для дифференциальных уравнений в частных производных.	ОПК-1
32. Энергетическое неравенство.	ОПК-1
33. Полиномы Чебышева.	ОПК-1
34. Задача о минимальном максимуме отклонения от нуля.	ОПК-1

5.2.3. Типовые задания/задачи для оценки сформированности компетенции ОПК-1

Задание 1. Докажите, что уравнение $f(t) = 0$ имеет единственный вещественный корень. Укажите промежуток длиной 1, содержащий этот корень. Запишите это уравнение в виде $t = \varphi(t)$. Организуйте итерационный процесс и укажите число итераций, которое потребуется для вычисления корня с точностью до 0,01. Найдите указанное приближение.

1. $f(t) = 2t^3 + 3t^2 + 6t + 1$;
2. $f(t) = t^3 + 3t^2 + 12t + 2$;
11. $f(t) = 2t^3 + 3t^2 + 6t - 1$;
12. $f(t) = t^3 + 3t^2 + 12t - 2$;

Задание 2. Систему линейных уравнений преобразуйте так, чтобы ее можно было решить итерационным методом. Исследуйте характер приближения итераций к точному решению.

1. $\begin{cases} 2x_1 + x_2 = 3, \\ x_1 - 3x_2 = -2; \end{cases}$
2. $\begin{cases} 3x_1 + x_2 = 7, \\ x_1 + 2x_2 = 4; \end{cases}$
3. $\begin{cases} 10x_1 + x_2 = 11, \\ x_1 + 5x_2 = 6; \end{cases}$
4. $\begin{cases} x_1 + 10x_2 = 1, \\ 10x_1 + 2x_2 = 10. \end{cases}$
5. $\begin{cases} 3x_1 + x_2 = 4, \\ 2x_1 - 3x_2 = -1; \end{cases}$
6. $\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 = 7, \\ 4x_1 + 1x_2 = 9; \end{cases}$

5.2.3. Типовые задания/задачи для оценки сформированности компетенции ОПК-2

Лабораторная работа № 1. Найти численное решение задачи Коши для дифференциального уравнения первого порядка методом Рунге-Кутты 4-го порядка. Построить фазовую траекторию и вывести на экран.

Лабораторная работа № 2. Найти численное решение начально-краевой задачи для параболического уравнения. Представить на экране решение в начальный и заданный момент времени.

6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

а) основная литература:

1. Филимоненкова, Н.В. Конспект лекций по функциональному анализу. [Электронный ресурс] : учеб. пособие — Электрон. дан. — СПб. : Лань, 2015. — 176 с. — Режим доступа: <http://e.lanbook.com/book/64343> — Загл. с экрана.
2. Волков, Е.А. Численные методы. [Электронный ресурс] : учеб. — Электрон. дан. — СПб. : Лань, 2008. — 256 с. — Режим доступа: <http://e.lanbook.com/book/54> — Загл. с экрана.

3. Шевцов, Г.С. Численные методы линейной алгебры. [Электронный ресурс] : учеб. пособие / Г.С. Шевцов, О.Г. Крюкова, Б.И. Мызникова. — Электрон. дан. — СПб. : Лань, 2011. — 496 с. — Режим доступа: <http://e.lanbook.com/book/1800> — Загл. с экрана.

б) дополнительная литература:

1. Функциональный анализ и вычислительная математика [Электронный ресурс]: Учеб. пособие. / Лебедев В.И. - 4-е изд., перераб. и доп. - М. : ФИЗМАТЛИТ, 2005. - <http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN5922100920.html>
2. Треногин В. А. - Функциональный анализ: [учеб. пособие для вузов по специальности "Приклад. математика"]. - М.: Наука, 1980. - 495 с. (33 экз.)

в) программное обеспечение и Интернет-ресурсы (в соответствии с содержанием дисциплины)
Общероссийский математический портал, <http://www.lib.unn.ru/er/mathnet.html>

7. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Помещения представляют собой учебные аудитории для проведения учебных занятий, предусмотренных программой (лекционного, семинарского и лабораторного типа), оснащенные оборудованием и техническими средствами обучения.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечены доступом в электронную информационно-образовательную среду

Программа составлена в соответствии с требованиями ОС ННГУ 02.03.02
Фундаментальная информатика и информационные технологии.

Автор (ы) _____Эгамов А.И.

Рецензент (ы) _____

Заведующий кафедрой _____ Калинин А.В.

Программа одобрена на заседании методической комиссии института информационных технологий, математики и механики 30.11.2022 года, протокол № 3