

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

**федеральное государственное автономное
образовательное учреждение высшего образования_
«Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет
им. Н.И. Лобачевского»**

Дзержинский филиал ННГУ

УТВЕРЖДЕНО

решением президиума Ученого совета ННГУ

протокол № 1 от 16.01.2024 г.

Рабочая программа дисциплины

Линейная алгебра

Уровень высшего образования

Бакалавриат

Направление подготовки / специальность

38.03.01 - Экономика

Направленность образовательной программы

Финансы и кредит

Форма обучения

очная, очно-заочная

г. Дзержинск

2024 год начала подготовки

1. Место дисциплины в структуре ОПОП

Дисциплина Б1.О.12 Линейная алгебра относится к обязательной части образовательной программы.

2. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями и индикаторами достижения компетенций)

Формируемые компетенции (код, содержание компетенции)	Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), в соответствии с индикатором достижения компетенции		Наименование оценочного средства	
	Индикатор достижения компетенции (код, содержание индикатора)	Результаты обучения по дисциплине	Для текущего контроля успеваемости	Для промежуточной аттестации
УК-1: Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	<p>УК-1.1: Четко описывает состав и структуру требуемых данных и информации, грамотно реализует процессы их сбора, обработки и интерпретации</p> <p>УК-1.2: Грамотно, логично, аргументировано формирует собственные суждения и оценки</p> <p>УК-1.3: Отличает факты от мнений, интерпретаций, оценок и т.д. в рассуждениях других участников деятельности</p> <p>УК-1.4: Аргументированно и логично представляет свою точку зрения посредством и на основе системного описания</p>	<p>УК-1.1:</p> <p>Знать состав и структуру математической информации, необходимой для решения поставленных в ходе исследования задач</p> <p>Уметь реализовать алгоритм сбора и обработки информации, необходимой для решения поставленных в ходе исследования задач</p> <p>Владеть навыками интерпретации информации, необходимой для решения поставленных задач</p> <p>УК-1.2:</p> <p>Знать сущность основных теоретических методов исследования, таких как анализ и синтез</p> <p>Уметь осуществлять поиск и анализ информации в рамках поставленных задач</p> <p>Владеть основными понятиями и навыками необходимыми для применения системного подхода в решении практических задач, навыками грамотно, логично, аргументированно формулировать собственные суждения и оценки</p> <p>УК-1.3:</p> <p>Знать формы и методы</p>	<p>Задания</p> <p>Контрольная работа</p> <p>Тест</p>	<p>Зачёт:</p> <p>Контрольные вопросы</p>

		<p>научного познания и анализа информации в ходе исследования</p> <p>Уметь на основе критического анализа и синтеза математической информации отличить факты от мнений, интерпретаций, оценок</p> <p>Владеть навыками анализа и логического мышления в ходе решения поставленных задач</p> <p>УК-1.4:</p> <p>Знать основы аргументированного ведения полемики на основе современных знаний в исследуемой области</p> <p>Уметь аргументированно и логично на основе статистических данных представить свою точку зрения, применять принципы и методы системного подхода для решения поставленных задач</p> <p>Владеть навыками аргументации, ведения дискуссии и полемики в ходе исследования</p>		
ОПК-5: Способен использовать современные информационные технологии и программные средства при решении профессиональных задач.	<p>ОПК-5.1: Осуществляет выбор инструментальных и программных средств для решения профессиональных задач</p> <p>ОПК-5.2: Использует современные информационные технологии и программные средства для решения профессиональных задач</p>	<p>ОПК-5.1:</p> <p>Знать инструментальные и программные средства для решения профессиональных задач на основе основных методов линейной алгебры</p> <p>Уметь применять современные информационные технологии и программные средства для решения профессиональных задач и задач линейной алгебры</p> <p>Владеть навыками обоснованного выбора необходимых инструментальных и программных средств для решения профессиональных задач</p> <p>ОПК-5.2:</p>	<p>Задания</p> <p>Контрольная работа</p> <p>Тест</p>	<p>Зачёт:</p> <p>Контрольные вопросы</p>

		<p>Знать современные информационные технологии и программные средства</p> <p>Уметь применять современные технологии в решении профессиональных задач</p> <p>Владеть навыками обоснования организационно-управленческих решений в рамках профессиональной деятельности</p>		
--	--	---	--	--

3. Структура и содержание дисциплины

3.1 Трудоемкость дисциплины

	очная	очно-заочная
Общая трудоемкость, з.е.	3	3
Часов по учебному плану	108	108
в том числе		
аудиторные занятия (контактная работа):		
- занятия лекционного типа	24	12
- занятия семинарского типа (практические занятия / лабораторные работы)	24	12
- КСР	1	1
самостоятельная работа	59	83
Промежуточная аттестация	0 Зачёт	0 Зачёт

3.2. Содержание дисциплины

(структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и виды учебных занятий)

Наименование разделов и тем дисциплины	Всего (часы)		в том числе							
			Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы из них						Самостоятельная работа обучающегося, часы	
			Занятия лекционного типа		Занятия семинарского типа (практические занятия/лабораторные работы), часы		Всего			
	о ф	о з ф о	о ф	о з ф о	о ф	о з ф о	о ф	о з ф о	о ф	о з ф о
Матрицы и определители	23	21	6	2	6	3	12	5	11	16
Системы линейных уравнений. Балансовый анализ	24	22	6	3	6	3	12	6	12	16
Векторная алгебра	24	21	6	2	6	2	12	4	12	17
Линейные пространства и линейные операторы	20	21	4	2	4	2	8	4	12	17

Элементы аналитической геометрии	16	22	2	3	2	2	4	5	12	17
Аттестация	0	0								
КСР	1	1					1	1		
Итого	108	108	24	12	24	12	49	25	59	83

Содержание разделов и тем дисциплины

Тема 1. Матрицы и определители.

Понятие матрицы произвольного порядка. Действия над матрицами. Виды матриц. Определитель квадратной матрицы. Свойства определителя. Обратная матрица. Ранг матрицы. Ранг матрицы при элементарных преобразованиях матриц. Теоремы о связи ранга с числом линейно независимых строк, о представлении строки в виде линейной комбинации независимых строк.

Тема 2. Системы линейных уравнений. Балансовый анализ.

Виды СЛУ. Решения СЛУ. Система линейных уравнений в матричной форме. Метод решения линейных систем, у которых число уравнений равно числу переменных, переходом к обратной матрице. Правило Крамера решения систем линейных уравнений. Метод Гаусса. Теорема Кронекера-Капелли. Схема решения СЛУ. Однородные системы линейных алгебраических уравнений. Фундаментальные решения. Общее решение неоднородной СЛУ. Балансовые модели в экономике.

Тема 3. Векторная алгебра.

Геометрический вектор. Основные понятия. Линейные операции над векторами. Скалярное произведение векторов. Ось, числовая ось, проекция вектора на ось. Декартов базис в пространстве и на плоскости и декартова система координат. Координаты вектора. Модуль (длина) вектора в координатах. Линейные операции в координатах. Скалярное произведение в координатах.

Тема 4. Линейные пространства и линейные операторы.

Понятие линейного векторного пространства. Векторы в n -мерном евклидовом пространстве. Линейная зависимость и независимость системы векторов. Размерность векторного пространства. Базис векторного пространства. Разложение вектора по базису. Переход к новому базису. Матрица перехода. Линейные операторы и их свойства. Матрица линейного оператора. Собственные значения и собственные векторы линейного оператора.

Тема 5. Элементы аналитической геометрии.

Уравнение прямой на плоскости и в пространстве. Полуплоскость. Уравнение плоскости.

Полупространство. Кривые второго порядка и их канонические уравнения.

План семинарских занятий

Тема 1. Матрицы и определители

Семинар 1. Действия над матрицами. Ранг матрицы при элементарных преобразованиях. Вычисление определителей (решение задач).

Семинар 2. Методы нахождения обратной матрицы. Матричные уравнения (решение задач).

Тема 2. Системы линейных уравнений. Балансовый анализ.

Семинар 3. Решение определенных систем линейных уравнений методом Крамера и с помощью обратной матрицы.

Семинар 4. Решение систем линейных уравнений методом Гаусса. Решение однородных систем линейных уравнений. Модель межотраслевого баланса Леонтьева (по результатам самостоятельного решения задач с применением ППП Excel).

Тема 3. Векторная алгебра

Семинар 5. Этапы решения задач векторным методом (разбор примеров).

Тема 4. Линейные пространства и линейные операторы

Семинар 6. Линейно зависимые и линейно независимые системы векторов. Базис векторного пространства. Матрица перехода к другому базису.

Семинар 7. Нахождение собственных значений и собственных векторов линейного оператора.

Тема 5. Элементы аналитической геометрии

Семинар 8. Задачи на нахождение уравнений прямой, плоскости и кривых второго порядка.

4. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся

Самостоятельная работа обучающихся включает в себя подготовку к контрольным вопросам и заданиям для текущего контроля и промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины приведенным в п. 5.

Для обеспечения самостоятельной работы обучающихся используются:

- электронный курс "Линейная алгебра" (<https://e-learning.unn.ru/course/view.php?id=6986>).

5. Фонд оценочных средств для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)

5.1 Типовые задания, необходимые для оценки результатов обучения при проведении текущего контроля успеваемости с указанием критериев их оценивания:

5.1.1 Типовые задания (оценочное средство - Задания) для оценки сформированности компетенции УК-1:

Задание 1

Задача 1. Вычислить сумму и произведение двух матриц:

$$A = \begin{pmatrix} 4 & -2 \\ -3 & 2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}.$$

Задача 2. Вычислить $A + \lambda B$, если:

$$A = \begin{pmatrix} 4 & -2 \\ -3 & 2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}, \quad \lambda = -3.$$

Задача 3. Вычислить определитель третьего порядка

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -2 & 1 & 0 \\ 3 & 7 & 1 \end{vmatrix}.$$

Задача 4. Найти матрицу обратную данной:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 7 & 1 \\ -2 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

Задача 5. Найти ранг матрицы:

$$A = \begin{pmatrix} 3 & -2 & 5 \\ -1 & 1 & -2 \\ 2 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

Задача 6. Привести матрицу к ступенчатому виду.

$$\begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 & 1 \\ 3 & 2 & -4 & 2 \\ 5 & -2 & 2 & 4 \end{pmatrix}$$

Задание 2

1. Записать уравнения прямой, проходящей через данную точку $M(8; 9; 10)$, параллельно оси OZ .

2. Составить уравнение прямой, проходящей через две данные точки: A(-3;1) и B(1;2).

$$\frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{3}$$

3. Составить уравнение прямой, проходящей через точку A(-3;1), параллельно прямой:

4. Составить уравнение эллипса, фокусы которого расположены на оси Oх симметрично относительно начала координат, большая ось равна 16, а расстояние между директрисами 32.

5. Определить фокус и директрису параболы $y^2=12x$.

5.1.2 Типовые задания (оценочное средство - Задания) для оценки сформированности компетенции ОПК-5:

Задача 1. Решить систему уравнений, используя правило Крамера:

$$\begin{cases} x + 2y + 3z = -3 \\ -x - y + 2z = -6 \\ 2x + y + 2z = -1 \end{cases}$$

Задача 2. Решить систему уравнений с помощью обратной матрицы:

$$\begin{cases} x + 2y + 3z = -3 \\ -x - y + 2z = -6 \\ 2x + y + 2z = -1 \end{cases}$$

Задача 3. Решить систему уравнений методом Гаусса:

$$\begin{cases} 3x + 4y = -2 \\ 2x - y + 4z = -1 \\ -x - 2y + 2z = 2 \end{cases}$$

Задача 4. Найти собственные значения и собственные векторы матрицы:

$$A = \begin{pmatrix} 3 & -2 & 2 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

Критерии оценивания (оценочное средство - Задания)

Оценка	Критерии оценивания
превосходно	Задание выполнено в полном объеме (все поставленные задачи решены), ответ логичен и обоснован, обучающийся отвечает четко и последовательно, показывает глубокое знание основного и дополнительного материала
отлично	Задание выполнено в полном объеме (все поставленные задачи решены), ответ логичен и обоснован, обучающийся отвечает четко и последовательно, показывает глубокое знание основного материала
очень хорошо	Задание выполнено в полном объеме (все поставленные задачи решены), ответ логичен и обоснован, обучающийся отвечает четко и последовательно, показывает глубокое знание материала, допущено не более 2 неточностей не принципиального характера
хорошо	Задание выполнено в полном объеме (все поставленные задачи решены), ответ логичен и обоснован, допущены неточности не принципиального характера, но обучающийся показывает систему знаний по теме своими ответами на поставленные вопросы

Оценка	Критерии оценивания
удовлетворительно	Задание выполнено не в полном объеме (решено более 50% поставленных задач), но обучающийся допускает ошибки, нарушена последовательность ответа, но в целом раскрывает содержание основного материала
неудовлетворительно	Задание выполнено не в полном объеме (решено менее 50% поставленных задач), обучающийся дает неверную информацию при ответе на поставленные задачи, допускает грубые ошибки при толковании материала, демонстрирует незнание основных терминов и понятий.
плохо	Задание не выполнено, обучающийся демонстрирует полное незнание материала

5.1.3 Типовые задания (оценочное средство - Контрольная работа) для оценки сформированности компетенции УК-1:

Тема 1. Матрицы и определители

Вариант 1

1. Вычислите определитель с использованием правила Лапласа:

$$\begin{vmatrix} 2 & 0 & 3 & 1 \\ -1 & -3 & 1 & 0 \\ 3 & 0 & 4 & 1 \\ 3 & 2 & 2 & 2 \end{vmatrix}.$$

Тема 2. Системы линейных уравнений

Вариант 1

1. Решите систему уравнений двумя способами: методом обратной матрицы и методом Крамера:

$$\begin{cases} x_1 - x_2 + x_3 = 6, \\ x_1 - 2x_2 + x_3 = 9, \\ x_1 - 4x_2 - 2x_3 = 3. \end{cases}$$

Тема 3. Матрицы и квадратичные формы

Вариант 1

1. Найдите собственные значения и собственные векторы матрицы

$$\begin{pmatrix} 0 & -1 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Тема 4. Векторная алгебра

Вариант 1

1. Докажите тождество $(\vec{a} \times \vec{b})^2 + (\vec{a} \cdot \vec{b})^2 = \vec{a}^2 \cdot \vec{b}^2$.
2. Вектор \vec{c} перпендикулярен векторам \vec{a} и \vec{b} , а угол между \vec{a} и \vec{b} равен 30° . Зная, что $|\vec{a}| = 6$, $|\vec{b}| = |\vec{c}| = 3$, вычислите $(\vec{a}\vec{b}\vec{c})$.

Тема 5. Аналитическая геометрия на плоскости

Вариант 1

1. Треугольник ABC задан своими вершинами $A(3;4)$, $B(2;-1)$, $C(1;-7)$. Составьте уравнения:
- трёх его сторон,
 - трёх его медиан,
 - прямых, проходящих через вершины треугольника параллельно противоположным сторонам,
 - серединного перпендикуляра к стороне AB ,
 - трёх его высот.

Тема 5. Аналитическая геометрия в пространстве

Вариант 1

1. Найдите расстояние от точки $M(2;-1;3)$ до прямой $l: \frac{x+1}{3} = \frac{y+2}{4} = \frac{z-1}{5}$.
2. Напишите уравнение плоскости, проходящей через точку $M(-1;3;5)$ и прямую $l: \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-3}{4}$.

5.1.4 Типовые задания (оценочное средство - Контрольная работа) для оценки сформированности компетенции ОПК-5:

Тема 1. Матрицы и определители

Вариант 1

2. Найдите обратную матрицу для следующих матриц. Проверьте результат.

$$C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 2 & 3 \\ 3 & 3 & 4 \end{pmatrix}.$$

Тема 2. Системы линейных уравнений

Вариант 1

2. Решите систему уравнений методом Гаусса. Сделайте проверку.

$$\begin{cases} 5x_1 + 12x_2 + 5x_3 + 3x_4 = 10, \\ 4x_1 + 3x_2 + x_3 + 3x_4 = 2, \\ 11x_1 + 11x_2 + 4x_3 + 8x_4 = 8. \end{cases}$$

Тема 3. Матрицы и квадратичные формы

Вариант 1

2. Найдите линейное преобразование неизвестных, приводящее квадратичную форму, заданную своей матрицей, к каноническому виду. Выясните, является ли квадратичная форма знакоопределённой.

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}.$$

Тема 4. Векторная алгебра

Вариант 1

3. Найдите объем треугольной пирамиды с вершинами $A(0;0;1)$, $B(2;3;5)$, $C(6;2;3)$ и $D(3;7;2)$.

Тема 5. Аналитическая геометрия на плоскости

Вариант 1

2. Постройте кривые второго порядка и отметьте их элементы:

- $x^2 + y^2 + 10x - 4y + 13 = 0$;
- $y^2 - 8y = 4x$;
- $16x^2 - 9y^2 - 64x + 54y - 161 = 0$;
- $x^2 + 2y^2 - 4x + 4y + 2 = 0$.

Тема 5. Аналитическая геометрия в пространстве

Вариант 1

3. Постройте плоскость $\pi: x + y - z = 0$ и прямую, проходящую через точки $M_1(0;0;4)$ и $M_2(2;2;0)$. Найдите точку пересечения прямой с плоскостью и угол между ними.

Критерии оценивания (оценочное средство - Контрольная работа)

Оценка	Критерии оценивания
зачтено	оценка «зачтено» выставляется студенту, который выполнил задание контрольной работы в объеме более 50%, его ответ логичен и обоснован, допущены неточности не принципиального характера, но обучающийся показывает систему знаний по теме своими ответами на поставленные вопросы.
не зачтено	оценка «не зачтено» выставляется студенту, который выполнил задание контрольной работы не в полном объеме (решено менее 50% поставленных задач), обучающийся дает неверную информацию при ответе на поставленные вопросы, допускает грубые ошибки при толковании материала.

5.1.5 Типовые задания (оценочное средство - Тест) для оценки сформированности компетенции УК-1:

1. При умножении двух матриц 4-го порядка получается матрица:

Выберите один ответ:

- a. 8×4
- b. 16×16
- c. 4×4
- d. 8×8

2. Решение матричного уравнения $A \cdot X \cdot C = B$, где A, X, C, B - матрицы соответствующих порядков, имеет вид:

Выберите один ответ:

- a. $X = ACB^{-1}$
- b. $X = (AB)^{-1}C$
- c. $X = A^{-1}BC^{-1}$
- d. $X = A^{-1}BC$

3. Укажите верные свойства обратной матрицы

Выберите один или несколько ответов:

- a. $\det(A^{-1}) = 1/\det(A)$
- b. $(A \cdot B)^{-1} = A^{-1} \cdot B^{-1}$
- c. $(A^{-1})^T = A^{-1}$
- d. $(A \cdot B)^{-1} = B^{-1} \cdot A^{-1}$
- e. $(A^{-1})^T = (A^T)^{-1}$
- f. $\det(A^{-1}) = \det(A)$.

4. Если матрицу A n -го порядка умножить на константу K , то её определитель умножается на:

Выберите один ответ:

- a. $2K$
- b. $K!$
- c. K
- d. K^n

5. Минор, порядок которого определяет ранг матрицы, называется...

Выберите один ответ:

- a. базисным
- b. ранговым
- c. свободным
- d. вырожденным

6. При транспонировании определитель:

Выберите один ответ:

- a. меняет знак
- b. увеличивается в два раза
- c. нет верного варианта ответа
- d. не меняется

7. Определитель равен нулю тогда, когда:

Выберите один или несколько ответов:

- a. содержит две одинаковые строки (столбца)
- b. содержит нулевую строку (столбец)
- c. содержит две пропорциональные строки (столбца)

8. Квадратная матрица A вырождена тогда и только тогда, когда:

Выберите один ответ:

- a. $\det(A) = 0$

b. существует обратная матрица A^{-1}

c. $\text{tr } A = 0$

d. сумма элементов матрицы равна нулю

9. При элементарных преобразованиях матрицы ранг матрицы:

Выберите один ответ:

a. уменьшается на единицу

b. нет верного варианта ответа

c. не меняется

d. меняет знак

10. Определитель матрицы порядка $n \times n$ представляет собой сумму:

Выберите один ответ:

a. $n!$ слагаемых

b. n^2 слагаемых

c. $2n$ слагаемых

d. n слагаемых

11. Матрица A^{-1} называется обратной матрице A , если выполняется условие...

Выберите один ответ:

a. $A^{-1} = A^T$

b. $A^{-1}E = EA^{-1} = A$

c. $A^{-1}A = AA^{-1} = E$

d. $A^{-1}A = AA^{-1} = A$

12. При сложении двух матриц порядка $n \times n$ получается матрица:

Выберите один ответ:

a. $2n \times 2n$

b. $n^2 \times n^2$

с. нет верного ответа

d. $n \times n$

13. Решение матричного уравнения $AX=B$, где A, X, B - матрицы соответствующих порядков, имеет вид:

Выберите один ответ:

a. $X=A^{-1}B$

b. $X=AB$

с. $X=AB^{-1}$

d. $X=(AB)^{-1}$

14. Минором M_{ij} матрицы A называется:

Выберите один ответ:

a. определитель матрицы, получаемый при вычеркивании в матрице A j -ой строки и i -го столбца

b. нет верного варианта ответа

с. определитель матрицы, получаемый при вычеркивании в матрице A i -ой строки и j -го столбца

d. элемент матрицы, стоящий на пересечении i -ой строки и j -ого столбца

15. Рангом матрицы называется:

Выберите один ответ:

a. число строк матрицы

b. определитель матрицы, отличный от нуля

с. наибольший из порядков её миноров, равных нулю

d. наибольший из порядков её миноров, отличных от нуля

16. Известно, что $A_{3 \times 4} \cdot B_{4 \times 5} = C_{m \times n}$. Чему равны m и n – размеры матрицы C ?

Выберите один ответ:

a. $m=3, n=4$

b. $m=5, n=3$

с. $m=3, n=5$

d. $m=4, n=4$

5.1.6 Типовые задания (оценочное средство - Тест) для оценки сформированности компетенции ОПК-5:

Вариант 1

1. Установить соответствие между матрицей A и транспонированной к ней матрицей:

Матрица A	Транспонированная матрица A^T
1) $A = \begin{pmatrix} 4 & 2 & 3 \\ 7 & 0 & 1 \\ 0 & 5 & 6 \end{pmatrix}$	а) $A^T = \begin{pmatrix} 9 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$ б) $A^T = \begin{pmatrix} 1 & 9 & 0 \\ 2 & 4 & 5 \\ 3 & 5 & 6 \end{pmatrix}$
2) $A = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 1 \\ 5 & 4 & 5 \end{pmatrix}$	в) $A^T = \begin{pmatrix} 0 & 5 \\ 2 & 4 \\ 1 & 5 \end{pmatrix}$ г) $A^T = \begin{pmatrix} 4 & 7 & 0 \\ 2 & 0 & 5 \\ 3 & 1 & 6 \end{pmatrix}$

2. Установить соответствие между парой матриц A и B и их произведением $A \cdot B$:

Матрицы A и B	Произведение $A \cdot B$
1) $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 0 & -5 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$	а) $\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}$
2) $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 3 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$	б) $\begin{pmatrix} 2 & -4 \\ 3 & -6 \end{pmatrix}$
3) $A = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix} B = (1 \quad -2)$	в) $\begin{pmatrix} 0 & 4 \\ -3 & 0 \end{pmatrix}$
4) $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 0 & 4 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$	г) $\begin{pmatrix} 0 & -5 \\ 6 & 3 \end{pmatrix}$

3. Установить соответствие между определителем матрицы и его значением

Определители	Значение определителя
1) $\begin{vmatrix} 2 & 5 \\ 3 & 7 \end{vmatrix}$ 2) $\begin{vmatrix} 3 & -1 \\ 4 & 1 \end{vmatrix}$ 3) $\begin{vmatrix} 2 & -1 & 4 \\ 0 & 3 & 5 \\ 0 & 2 & 1 \end{vmatrix}$	а) 7 б) 29 в) -1 г) -14

4. Установить соответствие между элементом матрицы $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ -1 & 5 & 3 \\ 1 & 7 & 6 \end{pmatrix}$ и

соответствующим ему алгебраическим дополнением:

Элемент матрицы	Алгебраическое дополнение
1) $a_{11} = 2$	а) $+\begin{vmatrix} 0 & 1 \\ 5 & 3 \end{vmatrix}$ б) $-\begin{vmatrix} 0 & 1 \\ 7 & 6 \end{vmatrix}$ в) $+\begin{vmatrix} 5 & 3 \\ 7 & 6 \end{vmatrix}$ г) $-\begin{vmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 7 \end{vmatrix}$
2) $a_{23} = 3$	
3) $a_{21} = -1$	
4) $a_{31} = 1$	

5. Дана система $\begin{cases} x_1 + 3x_2 - x_3 = 0, \\ 2x_1 - 4x_2 + x_3 = 3, \\ x_1 + 5x_3 = 6. \end{cases}$

Установить соответствие между Δ_{x_j} и определителями, выписанными из системы, согласно правилу Крамера:

Δ_{x_j}	Определители из системы
1) Δ	а) $\begin{vmatrix} 1 & 3 & 0 \\ 2 & -4 & 3 \\ 1 & 0 & 6 \end{vmatrix}$ б) $\begin{vmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 2 & 3 & 1 \\ 1 & 6 & 5 \end{vmatrix}$ в) $\begin{vmatrix} 1 & 3 & -1 \\ 2 & -4 & 1 \\ 1 & 0 & 5 \end{vmatrix}$ г) $\begin{vmatrix} 0 & 3 & -1 \\ 3 & -4 & 1 \\ 6 & 0 & 5 \end{vmatrix}$
2) Δ_{x_1}	
3) Δ_{x_2}	
4) Δ_{x_3}	

6. Укажите обратную матрицу, соответствующую матрице $A = \begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 7 & 5 \end{pmatrix}$.

1) $\begin{pmatrix} 4 & 7 \\ 3 & 5 \end{pmatrix}$ 2) $\begin{pmatrix} 5 & -3 \\ -7 & 4 \end{pmatrix}$ 3) $\begin{pmatrix} -5 & 3 \\ 7 & -4 \end{pmatrix}$ 4) $\begin{pmatrix} -5 & 7 \\ 3 & -4 \end{pmatrix}$.

7. Расставьте матрицы в порядке возрастания их рангов:

1) $\begin{pmatrix} 1 & 5 & 2 \\ 0 & 3 & 1 \\ 0 & 0 & 5 \end{pmatrix}$ 2) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ -1 & -2 & -3 & -4 & -5 \end{pmatrix}$ 3) $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ 4) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & -3 & -4 & -5 \end{pmatrix}$

8. Укажите количество базисных неизвестных системы $\begin{cases} x_1 + 3x_2 - 5x_3 + x_4 = 2, \\ 5x_1 - 4x_2 - 2x_3 + 3x_4 = 5, \\ 6x_1 - x_2 - 7x_3 + 4x_4 = 7. \end{cases}$

1) 1 2) 2 3) 3 4) 4

9. Дана система линейных уравнений $\begin{cases} 3x_1 - x_2 = 2, \\ x_1 + 5x_2 = 6 \end{cases}$ x_1, x_2 - решение системы. Укажите

$x_1 + x_2$

1) 1 2) 2 3) 3 4) 4.

10. Найти значение m , при котором система $\begin{cases} x_1 + 2x_2 = 0, \\ 3x_1 + mx_2 = 0. \end{cases}$ имеет бесконечное множество решений.
1) 2 2) 4 3) 6 4) 8.
11. Укажите количество свободных неизвестных системы $\begin{cases} x_1 + 3x_2 - 5x_3 + x_4 + x_5 = 2, \\ 5x_1 - 4x_2 - 2x_3 + 3x_4 + 2x_5 = 5, \\ 6x_1 - x_2 - 7x_3 + 4x_4 + 3x_5 = 7. \end{cases}$
1) 1 2) 2 3) 3 4) 4
12. Укажите решение, соответствующее системе $\begin{cases} x_1 - 2x_2 + x_3 = -1, \\ 2x_1 + 3x_2 - 5x_3 = 5, \\ 3x_1 + 2x_2 - x_3 = 5. \end{cases}$
1) (0;1;1) 2) (1;0;1) 3) (1;1;0) 4) (1;1;1)
13. Укажите характеристическое уравнение, соответствующее матрице $A = \begin{pmatrix} 5 & 2 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}$:
1) $\lambda^2 + 10\lambda + 21 = 0$; 2) $\lambda^2 - 10\lambda + 21 = 0$; 3) $\lambda^2 - 10\lambda + 29 = 0$; 4) $\lambda^2 + 10\lambda + 29 = 0$

Критерии оценивания (оценочное средство - Тест)

Оценка	Критерии оценивания
превосходно	96-100% правильных ответов
отлично	86-95% правильных ответов
очень хорошо	81-85% правильных ответов
хорошо	66-80% правильных ответов
удовлетворительно	56-65% правильных ответов
неудовлетворительно	46-55% правильных ответов
плохо	45% и меньше правильных ответов

5.2. Описание шкал оценивания результатов обучения по дисциплине при промежуточной аттестации

Шкала оценивания сформированности компетенций

Уровень сформированности компетенций (индикатор достижения компетенций)	плохо	неудовлетворительно	удовлетворительно	хорошо	очень хорошо	отлично	превосходно
	не зачтено			зачтено			

<u>Знания</u>	Отсутствие знаний теоретического материала. Невозможность оценить полноту знаний вследствие отказа обучающегося от ответа	Уровень знаний ниже минимальных требований. Имели место грубые ошибки	Минимально допустимый уровень знаний. Допущено много негрубых ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько негрубых ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько несущественных ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Ошибок нет.	Уровень знаний в объеме, превышающем программу подготовки.
<u>Умения</u>	Отсутствие минимальных умений. Невозможность оценить наличие умений вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы основные умения. Имели место грубые ошибки	Продemonстрированы основные умения. Решены типовые задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, но не в полном объеме	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания в полном объеме, но некоторые с недочетами	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания в полном объеме, но некоторые с недочетами.	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с отдельными несущественными недочетами, выполнены все задания в полном объеме	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме без недочетов
<u>Навыки</u>	Отсутствие базовых навыков. Невозможность оценить наличие навыков вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы базовые навыки. Имели место грубые ошибки	Имеется минимальный набор навыков для решения стандартных задач с некоторыми недочетами	Продemonстрированы базовые навыки при решении стандартных задач с некоторыми недочетами	Продemonстрированы базовые навыки при решении стандартных задач без ошибок и недочетов	Продemonстрированы навыки при решении нестандартных задач без ошибок и недочетов	Продemonстрирован творческий подход к решению нестандартных задач

Шкала оценивания при промежуточной аттестации

Оценка		Уровень подготовки
зачтено	превосходно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «превосходно», продемонстрированы знания, умения, владения по соответствующим компетенциям на уровне выше предусмотренного программой
	отлично	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «отлично».
	очень хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «очень хорошо»
	хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «хорошо».
	удовлетворительно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «удовлетворительно», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «удовлетворительно»

не зачтено	неудовлетворительно	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «неудовлетворительно».
	плохо	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «плохо»

5.3 Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения на промежуточной аттестации с указанием критериев их оценивания:

5.3.1 Типовые задания (оценочное средство - Контрольные вопросы) для оценки сформированности компетенции УК-1

1. Понятие матрицы. Виды матриц.
2. Операции над матрицами и их свойства.
3. Определители квадратных матриц.
4. Свойства определителей.
5. Обратная матрица. Способы её нахождения.
6. Метод обратной матрицы для решения матричных уравнений.
7. Линейная зависимость строк матрицы. Элементарные преобразования матриц. Приведение матрицы к ступенчатому виду. Ранг матрицы.
8. Системы линейных уравнений и их виды. Теорема Кронекера-Капелли.
9. Квадратные неоднородные системы линейных уравнений. Формулы Крамера.
10. Нахождение решений произвольной системы линейных уравнений. Метод Гаусса.
11. Собственные значения и собственные векторы квадратных матриц.
12. Квадратичные формы. Матрица квадратичной формы. Эквивалентные квадратичные формы.
13. Приведение квадратичной формы к каноническому виду. Положительно и отрицательно определённые квадратичные формы.

5.3.2 Типовые задания (оценочное средство - Контрольные вопросы) для оценки сформированности компетенции ОПК-5

1. Векторы. Нулевой вектор. Длина вектора. Классификация векторов на плоскости и в пространстве.
2. Линейные операции над векторами: сложение и вычитание векторов, умножение вектора на число.
3. Прямоугольная система координат на плоскости и в пространстве. Координаты вектора и точки. Координаты суммы векторов и произведения вектора на число. Условие коллинеарности двух векторов.
4. Длина вектора. Расстояние между двумя точками. Скалярное произведение векторов. Основные свойства. Выражение скалярного произведения через прямоугольные координаты.
5. Векторное и смешанное произведения векторов. Их свойства и выражения через прямоугольные координаты.
6. Простейшие задачи, решаемые векторно-координатным методом.
7. Понятие линии. Прямая. Различные виды уравнений прямой на плоскости.

8. Нормальный вектор прямой. Расстояние от точки до прямой.
9. Угол между двумя прямыми на плоскости. Условия параллельности, перпендикулярности и совпадения двух прямых на плоскости. Точка пересечения двух прямых.
10. Линии второго порядка на плоскости: окружность, эллипс, гипербола, парабола. Эксцентриситет, директрисы и фокусы кривых второго порядка на плоскости.
11. Плоскости в пространстве. Уравнения плоскости в пространстве. Нормальный вектор плоскости. Расстояние от точки до плоскости. Угол между двумя плоскостями. Условия параллельности и перпендикулярности двух плоскостей.
12. Прямая в пространстве, виды ее уравнений, взаимное расположение прямых в пространстве.
13. Угол между прямой и плоскостью в пространстве. Условия параллельности и перпендикулярности прямой и плоскости в пространстве.

Критерии оценивания (оценочное средство - Контрольные вопросы)

Оценка	Критерии оценивания
зачтено	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «удовлетворительно»
не зачтено	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «неудовлетворительно», или на уровне «плохо»

6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля)

Основная литература:

1. Малугин В. А. Линейная алгебра для экономистов. Учебник, практикум и сборник задач / В. А. Малугин, Я. А. Рощина. - Москва : Юрайт, 2023. - 478 с. - (Высшее образование). - ISBN 978-5-534-02976-5. - Текст : электронный // ЭБС "Юрайт"., <https://e-lib.unn.ru/MegaPro/UserEntry?Action=FindDocs&ids=842891&idb=0>.
2. Кремер Н. Ш. Линейная алгебра : учебник и практикум / Н. Ш. Кремер, М. Н. Фридман, И. М. Тришин ; под редакцией Н. Ш. Кремера. - 3-е изд. ; испр. и доп. - Москва : Юрайт, 2023. - 422 с. - (Высшее образование). - ISBN 978-5-534-08547-1. - Текст : электронный // ЭБС "Юрайт"., <https://e-lib.unn.ru/MegaPro/UserEntry?Action=FindDocs&ids=845569&idb=0>.
3. Бурмистрова Е. Б. Линейная алгебра : учебник и практикум / Е. Б. Бурмистрова, С. Г. Лобанов. - Москва : Юрайт, 2023. - 421 с. - (Высшее образование). - ISBN 978-5-534-15839-7. - Текст : электронный // ЭБС "Юрайт"., <https://e-lib.unn.ru/MegaPro/UserEntry?Action=FindDocs&ids=845205&idb=0>.

Дополнительная литература:

1. Бугров Я. С. Высшая математика в 3 т. Т. 2. Элементы линейной алгебры и аналитической геометрии : учебник / Я. С. Бугров, С. М. Никольский. - 7-е изд. - Москва : Юрайт, 2023. - 281 с. - (Высшее образование). - ISBN 978-5-534-03009-9. - Текст : электронный // ЭБС "Юрайт"., <https://e-lib.unn.ru/MegaPro/UserEntry?Action=FindDocs&ids=845205&idb=0>.

lib.unn.ru/MegaPro/UserEntry?Action=FindDocs&ids=846254&idb=0.

2. Татарников О. В. Линейная алгебра : учебник и практикум / О. В. Татарников, А. С. Чуйко, В. Г. Шершнева ; под общей редакцией О. В. Татарникова. - Москва : Юрайт, 2023. - 334 с. - (Высшее образование). - ISBN 978-5-9916-3568-4. - Текст : электронный // ЭБС "Юрайт", <https://e-lib.unn.ru/MegaPro/UserEntry?Action=FindDocs&ids=872034&idb=0>.

3. Потапов А. П. Линейная алгебра и аналитическая геометрия : учебник и практикум / А. П. Потапов. - Москва : Юрайт, 2023. - 309 с. - (Высшее образование). - ISBN 978-5-534-01232-3. - Текст : электронный // ЭБС "Юрайт", <https://e-lib.unn.ru/MegaPro/UserEntry?Action=FindDocs&ids=843792&idb=0>.

4. Привалов И. И. Аналитическая геометрия : учебник / И. И. Привалов. - 40-е изд. - Москва : Юрайт, 2023. - 233 с. - (Высшее образование). - ISBN 978-5-534-01262-0. - Текст : электронный // ЭБС "Юрайт", <https://e-lib.unn.ru/MegaPro/UserEntry?Action=FindDocs&ids=844165&idb=0>.

5. Ивлева А. М. Основы алгебры и аналитической геометрии : учебник / Ивлева А. М. - 2-е изд. - Новосибирск : НГТУ, 2021. - 286 с. - Книга из коллекции НГТУ - Математика. - ISBN 978-5-7782-4430-6., <https://e-lib.unn.ru/MegaPro/UserEntry?Action=FindDocs&ids=800862&idb=0>.

Программное обеспечение и Интернет-ресурсы (в соответствии с содержанием дисциплины):

1. <http://elibrary.ru/>
2. <http://e.lanbook.com/>
3. <http://www.znaniy.com/>

7. Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля)

Учебные аудитории для проведения учебных занятий, предусмотренных образовательной программой, оснащены мультимедийным оборудованием (проектор, экран), техническими средствами обучения.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечены доступом в электронную информационно-образовательную среду.

Программа составлена в соответствии с требованиями ОС ННГУ по направлению подготовки/специальности 38.03.01 - Экономика.

Автор(ы): Маева Лариса Сергеевна, кандидат экономических наук.

Заведующий кафедрой: Демаков Иван Владимирович, кандидат экономических наук.

Программа одобрена на заседании методической комиссии от 22.12.2023, протокол № 17.