

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

**федеральное государственное автономное  
образовательное учреждение высшего образования  
«Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет  
им. Н.И. Лобачевского»**

Институт информационных технологий, математики и механики

---

УТВЕРЖДЕНО

решением Ученого совета ННГУ

протокол № 10 от 02.12.2024 г.

**Рабочая программа дисциплины**

Дифференциальная геометрия и топология

---

Уровень высшего образования

Специалитет

---

Направление подготовки / специальность

01.05.01 - Фундаментальные математика и механика

---

Направленность образовательной программы

Фундаментальная механика и приложения

---

Форма обучения

очная

---

г. Нижний Новгород

2025 год начала подготовки

## 1. Место дисциплины в структуре ОПОП

Дисциплина Б1.О.15 Дифференциальная геометрия и топология относится к обязательной части образовательной программы.

## 2. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями и индикаторами достижения компетенций)

Формируемые компетенции (код, содержание компетенции)	Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), в соответствии с индикатором достижения компетенции		Наименование оценочного средства	
	Индикатор достижения компетенции (код, содержание индикатора)	Результаты обучения по дисциплине	Для текущего контроля успеваемости	Для промежуточной аттестации
ОПК-1: Способен находить, формулировать и решать актуальные и значимые проблемы фундаментальной математики и механики	ОПК-1.1: Знает основы фундаментальных физико-математических дисциплин и других естественных наук ОПК-1.2: Умеет формулировать, анализировать и решать профессиональные задачи с применением фундаментальных знаний математики, физики и других естественных наук ОПК-1.3: Имеет практический опыт постановки и решения актуальных задач математики и механики	ОПК-1.1: Знает основные понятия и формулы дифференциальной геометрии и топологии  ОПК-1.2: Умеет анализировать и решать стандартные профессиональные задачи с применением дифференциальной геометрии и топологии  ОПК-1.3: Владеет навыками применения дифференциальной геометрии и топологии при решении актуальных задач математики и механики	Контрольная работа	Зачёт: Контрольные вопросы

## 3. Структура и содержание дисциплины

### 3.1 Трудоемкость дисциплины

	<b>очная</b>
<b>Общая трудоемкость, з.е.</b>	<b>3</b>
<b>Часов по учебному плану</b>	<b>108</b>
в том числе	
<b>аудиторные занятия (контактная работа):</b>	
- занятия лекционного типа	32
- занятия семинарского типа (практические занятия / лабораторные работы)	32

- КСР	1
самостоятельная работа	43
Промежуточная аттестация	0
	Зачёт

### 3.2. Содержание дисциплины

(структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и виды учебных занятий)

Наименование разделов и тем дисциплины	Всего (часы)	в том числе			
		Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы из них			Самостоятельная работа обучающегося, часы
		Занятия лекционного типа	Занятия семинарского типа (практические занятия/лабораторные работы), часы	Всего	
	о ф о	о ф о	о ф о	о ф о	о ф о
Тема 1 Теория гладких кривых.	38	10	10	20	18
Тема 2 Теория гладких поверхностей.	69	22	22	44	25
Аттестация	0				
КСР	1			1	
Итого	108	32	32	65	43

#### Содержание разделов и тем дисциплины

1. Теория гладких кривых. Анализ вектор-функций одного переменного. Определение гладкой кривой. Длина дуги. Теорема о натуральной параметризации. Кривизна и кручение, формулы и базис Френе. Формулы для вычисления и геометрический смысл кривизны и кручения. Теорема существования и единственности гладкой кривой с заданными характеристиками.

2. Теория гладких поверхностей. Вектор-функции от двух переменных. Гладкие поверхности. Касательное пространство и касательная плоскость. Нормаль. Первая квадратичная форма поверхности. Вторая квадратичная форма. Теорема Менье. Формула Эйлера. Главные кривизны и главные направления, полная и средняя кривизны, вычислительные формулы. Классификация точек поверхности по знаку полной кривизны. Асимптотические линии и линии кривизны. Деривационные формулы Гаусса и Вейнгартена, символы Кристоффеля. Геодезическая кривизна кривой. Геодезические линии на поверхности, их уравнения.

#### 4. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся

Самостоятельная работа обучающихся включает в себя подготовку к контрольным вопросам и заданиям для текущего контроля и промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины приведенным в п. 5.

## 5. Фонд оценочных средств для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)

### 5.1 Типовые задания, необходимые для оценки результатов обучения при проведении текущего контроля успеваемости с указанием критериев их оценивания:

#### 5.1.1 Типовые задания (оценочное средство - Контрольная работа) для оценки сформированности компетенции ОПК-1:

1. Под каким углом пересекаются кривые  $x^2 + y^2 = 8$ ,  $y^2 = 2x$ ?
2. Составить натуральные уравнения  $k = k(s)$ ,  $T = T(s)$  кривой  $\vec{r}(t) = (\operatorname{ch} t, \operatorname{sh} t, t)$ .
3. Найти асимптотические линии на поверхности  $\vec{r} = (3u + 3v, 3u^2 + 3v^2, 2u^3 + 2v^3)$ .
4. Найти первую квадратичную форму поверхности  $\vec{r} = (3u + 3v, 3u^2 + 3v^2, 2u^3 + 2v^3)$ .
5. Найти вторую квадратичную форму поверхности  $\vec{r} = ((a + b \cos u) \cos v, (a + b \cos u) \sin v, b \sin u)$ , где  $a, b$  — константы.
6. Найти символы Кристоффеля для конуса  $\vec{r} = (u \cos v, u \sin v, u)$ .
7. Найдите угол между кривыми  $2u - v = 0$ ,  $v - u = 1$  на поверхности  $\vec{r} = (u^2, 2u - v^2, 2\sqrt{u} + v)$ .
8. Найти нормальную и геодезическую кривизны линии  $\gamma: u = \operatorname{const}$  на конусе  $\vec{r} = (u \cos v, u \sin v, u)$ .

#### Критерии оценивания (оценочное средство - Контрольная работа)

Оценка	Критерии оценивания
зачтено	Выполнено более 60% заданий
не зачтено	Выполнено менее 60% заданий

### 5.2. Описание шкал оценивания результатов обучения по дисциплине при промежуточной аттестации

#### Шкала оценивания сформированности компетенций

Уровень сформированности компетенций (индикатор достижения компетенций)	плохо	неудовлетворительно	удовлетворительно	хорошо	очень хорошо	отлично	превосходно
	не зачтено		зачтено				

<u>Знания</u>	Отсутствие знаний теоретического материала. Невозможность оценить полноту знаний вследствие отказа обучающегося от ответа	Уровень знаний ниже минимальных требований. Имели место грубые ошибки	Минимально допустимый уровень знаний. Допущено много негрубых ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько негрубых ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько несущественных ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Ошибок нет.	Уровень знаний в объеме, превышающем программу подготовки.
<u>Умения</u>	Отсутствие минимальных умений. Невозможность оценить наличие умений вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы основные умения. Имели место грубые ошибки	Продemonстрированы основные умения. Решены типовые задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, но не в полном объеме	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания в полном объеме, но некоторые с недочетами	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания в полном объеме, но некоторые с недочетами.	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с отдельными несущественными недочетами, выполнены все задания в полном объеме	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме без недочетов
<u>Навыки</u>	Отсутствие базовых навыков. Невозможность оценить наличие навыков вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы базовые навыки. Имели место грубые ошибки	Имеется минимальный набор навыков для решения стандартных задач с некоторыми недочетами	Продemonстрированы базовые навыки при решении стандартных задач с некоторыми недочетами	Продemonстрированы базовые навыки при решении стандартных задач без ошибок и недочетов	Продemonстрированы навыки при решении нестандартных задач без ошибок и недочетов	Продemonстрирован творческий подход к решению нестандартных задач

### Шкала оценивания при промежуточной аттестации

Оценка		Уровень подготовки
зачтено	<b>превосходно</b>	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «превосходно», продемонстрированы знания, умения, владения по соответствующим компетенциям на уровне выше предусмотренного программой
	<b>отлично</b>	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «отлично».
	<b>очень хорошо</b>	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «очень хорошо»
	<b>хорошо</b>	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «хорошо».
	<b>удовлетворительно</b>	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «удовлетворительно», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «удовлетворительно»

<b>не зачтено</b>	<b>неудовлетворительно</b>	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «неудовлетворительно».
	<b>плохо</b>	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «плохо»

### **5.3 Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения на промежуточной аттестации с указанием критериев их оценивания:**

#### **5.3.1 Типовые задания (оценочное средство - Контрольные вопросы) для оценки сформированности компетенции ОПК-1**

1. Определение гладкой кривой. Касательная прямая и нормальная плоскость.
2. Длина дуги гладкой кривой, натуральная параметризация.
3. Кривизна и кручение гладкой кривой.
4. Формулы Френе.
5. Формулы для вычисления кривизны и кручения.
6. Определение гладкой поверхности. Касательные векторы и касательная плоскость.
7. Формулы для вычисления длин, углов и площадей на поверхности.
8. Первая квадратичная форма гладкой поверхности.
9. Вторая квадратичная форма поверхности.
10. Нормальные сечения и нормальные кривизны поверхности. Теорема Менье.
11. Доказательство формулы Эйлера.
12. Главные кривизны и главные направления поверхности.
13. Полная (гауссова) и средняя кривизны поверхности, формула для вычисления гауссовой кривизны.
14. Классификация точек поверхности по знаку гауссовой кривизны, локальное расположение поверхности относительно касательной плоскости.
15. Деривационные формулы Гаусса - Вейнгартена.
16. Теорема Гаусса.
17. Формулы для вычисления символов Кристоффеля.

## 18. Геодезические линии поверхности и их уравнения.

### Критерии оценивания (оценочное средство - Контрольные вопросы)

Оценка	Критерии оценивания
зачтено	Выполнено более 60% заданий
не зачтено	Выполнено менее 60% заданий

### 6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля)

Основная литература:

1. Мищенко Александр Сергеевич. Курс дифференциальной геометрии и топологии : [для мех.-мат. специальностей ун-тов]. - М. : Изд-во МГУ, 1980. - 439 с. : ил. - 1.30., 92 экз.
2. Мищенко Александр Сергеевич. Сборник задач по дифференциальной геометрии и топологии : [для мех.-мат. специальностей ун-тов]. - М. : Изд-во МГУ, 1981. - 183 с. - 0.55., 55 экз.
3. Постников Михаил Михайлович. Лекции по геометрии. Семестр 4. Дифференциальная геометрия : [учеб. пособие для вузов по специальности "Математика"]. - М. : Наука, 1988. - 496 с. - ISBN 5-02-013741-1 (в пер.) : 1.20., 153 экз.

Дополнительная литература:

1. Дубровин Борис Анатольевич. Современная геометрия : методы и прил. : [учеб. пособие для физ.-мат. специальностей ун-тов]. - М. : Наука, 1979. - 759 с. : ил. - 2.00., 79 экз.
2. Гудков Д. А. Начала топологии : метод. разработка. Ч. 1 / ГГУ им. Н. И. Лобачевского, Мех.-мат. фак., Каф. геометрии и высш. алгебры. - Горький : [б. и.], 1981. - 28 с. - б/ц., 16 экз.
3. Дифференциальная геометрия, топология, тензорный анализ : сб. задач : [для ун-тов]. - Киев : Вища школа, 1982. - 375 с. : ил. - 0.85., 27 экз.
4. Введение в топологию : [учеб. пособие для вузов по специальности "Математика"]. - М. : Высшая школа, 1980. - 295 с. : ил. - 0.75., 34 экз.

Программное обеспечение и Интернет-ресурсы (в соответствии с содержанием дисциплины):

<http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/mathematics/difgeometry.htm>

### 7. Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля)

Учебные аудитории для проведения учебных занятий, предусмотренных образовательной программой, оснащены мультимедийным оборудованием (проектор, экран), техническими средствами обучения.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечены доступом в электронную

информационно-образовательную среду.

Программа составлена в соответствии с требованиями ОС ННГУ по направлению подготовки/специальности 01.05.01 - Фундаментальные математика и механика.

Автор(ы): Баландин Александр Владимирович, кандидат физико-математических наук, доцент.

Заведующий кафедрой: Золотых Николай Юрьевич, доктор физико-математических наук.

Программа одобрена на заседании методической комиссии от 02.12.2024, протокол № 5.