

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ  
ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное автономное  
образовательное учреждение высшего образования  
«Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет  
им. Н.И. Лобачевского»

Институт информационных технологий, математики и механики

(факультет / институт / филиал)

УТВЕРЖДЕНО  
решением Ученого совета ННГУ  
протокол от  
«30» ноября 2022 г. № 13

**Рабочая программа дисциплины**

**Численные методы в механике деформируемого твёрдого тела**

(наименование дисциплины (модуля))

Уровень высшего образования

бакалавриат

(бакалавриат / магистратура / специалитет)

Направление подготовки / специальность

01.03.03 Механика и математическое моделирование

(указывается код и наименование направления подготовки / специальности)

Направленность образовательной программы

Математическое моделирование и компьютерный инжиниринг

(указывается профиль / магистерская программа / специализация)

Форма обучения

очная

(очная / очно-заочная / заочная)

Нижегород

2023 год

## 1. Место дисциплины в структуре ООП

Дисциплина «Численные методы в механике деформируемого твёрдого тела» относится к части формируемой участниками образовательных отношений.

| № варианта | Место дисциплины в учебном плане образовательной программы                              | Стандартный текст для автоматического заполнения в конструкторе РПД  |
|------------|---|--|
| 2          | Блок 1. Дисциплины (модули)<br>Часть, формируемая участниками образовательных отношений | Дисциплина Б1.В.07, «Численные методы в механике деформируемого твёрдого тела» относится к части ООП направления подготовки 01.03.03 Механика и математическое моделирование, формируемой участниками образовательных отношений. |

## 2. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями и индикаторами достижения компетенций)

| Формируемые компетенции (код, содержание компетенции)  | Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), в соответствии с индикатором достижения компетенции                        |   | Наименование оценочного средства |
|--|--|---|----------------------------------|
|  | Индикатор достижения компетенции* (код, содержание индикатора)   | Результаты обучения по дисциплине**   |                                  |
| ПК-6 Владение навыками самостоятельного анализа поставленной задачи, выбора корректного метода ее решения, построения алгоритма и его реализации   | <b>ПК-6.1. Умеет</b> самостоятельно анализировать задачу, выбирать методы решения, создавать алгоритм решения и реализовывать его. | <b>Умеет</b> осуществлять анализ и выбор формулировок и методов решения статических и динамических задач теории упругости и строительной механики.            | <i>Собеседование</i>             |
|  | <b>ПК-6.2. Владеет навыками</b> решения практических задач, анализа результатов решения  | <b>Владеет навыками</b> решения задач теории упругости и строительной механики методом конечных элементов с использованием современных программных комплексов | <i>Собеседование</i>             |
| ПК-10. Владение навыками применения математически сложных алгоритмов в современных специализированных программных комплексах, реализации в них собственных методов, моделей и алгоритмов | <b>ПК-10.1. Знает</b> теоретические основы фундаментальных компьютерных наук.  | <b>Знает</b> теоретические основы фундаментальных компьютерных наук.  | <i>Собеседование</i>             |
|  | <b>ПК-10.2. Умеет</b> ориентироваться в современных алгоритмах компьютерной математики.  | <b>Умеет</b> выбирать и применять современные программные комплексы, проводить численные исследования, обрабатывать и анализировать результаты.               | <i>Расчетно-графическая</i>      |
|  | <b>ПК-10.3. Имеет практический опыт</b> использования математически сложных алгоритмов в   | <b>Владеет навыками</b> применения метода конечных элементов при численном решении задач теории упругости и строительной механики                             | <i>Расчетно-графическая</i>      |

|  |  |  |   |
|--|--|--|---|
| <b>Формируемые компетенции</b> (код, содержание компетенции) | <b>Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), в соответствии с индикатором достижения компетенции</b> |  | <b>Наименование оценочного средства</b> |
|  | <b>Индикатор достижения компетенции*</b><br>(код, содержание индикатора)   | <b>Результаты обучения по дисциплине**</b> |   |
|  | современных программных комплексах, включая реализацию в них собственных методов и моделей                         |  |   |

### 3. Структура и содержание дисциплины

#### 3.1. Трудоемкость дисциплины

|  |                             |
|--|-----------------------------|
|  | <b>очная форма обучения</b> |
| <b>Общая трудоемкость</b>                      | <b>5 з.е.</b>               |
| <b>Часов по учебному плану</b>                 | <b>180</b>                  |
| <b>в том числе</b>                             |                             |
| <b>аудиторные занятия (контактная работа):</b> |                             |
| - занятия лекционного типа                     | 32                          |
| - занятия семинарского типа                    | 32                          |
| <b>самостоятельная работа</b>                  | <b>78</b>                   |
| <b>Контроль самостоятельной работы (КСР)</b>   | <b>2</b>                    |
| <b>Промежуточная аттестация – экзамен</b>      | <b>36</b>                   |

#### 3.2. Содержание дисциплины

| <b>Очная форма обучения</b>  |                     |  |                         |                         |              |                             |
|--|---------------------|--|-------------------------|-------------------------|--------------|-----------------------------|
| <b>Наименование и краткое содержание разделов и тем дисциплины</b>   | <b>Всего (часы)</b> | <b>в том числе</b>   |                         |                         |              | <b>СР<sup>1</sup>, часы</b> |
|  |                     | <b>Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы</b> |                         |                         |              |                             |
|  |                     | <b>из них</b>  |                         |                         |              |                             |
|  |                     | <b>ЗЛеТ<sup>2</sup></b>  | <b>ЗСеТ<sup>3</sup></b> | <b>ЗЛаТ<sup>4</sup></b> | <b>Всего</b> |                             |
| Введение   | 8                   | 2  |                         |                         | 2            | 6                           |
| Постановки задач   | 23                  | 4  | 4                       |                         | 8            | 15                          |
| Методы численного решения  | 25                  | 4  | 6                       |                         | 10           | 15                          |
| Возможности системы ANSYS  | 21                  | 4  | 6                       |                         | 10           | 11                          |
| Метод конечных элементов   | 31                  | 8  | 8                       |                         | 16           | 15                          |
| Решение плоских и трёхмерных задач   | 32                  | 8  | 8                       |                         | 16           | 16                          |
| Обзор курса  | 2                   | 2  |                         |                         | 2            |                             |
| Текущий контроль   | 2                   |  |                         |                         | 2            |                             |
| <b>Итого:</b>  | <b>144</b>          | <b>32</b>  | <b>32</b>               |                         | <b>66</b>    | <b>78</b>                   |
| <sup>1</sup> Самостоятельная работа обучающегося.<br><sup>2</sup> Занятия лекционного типа.<br><sup>3</sup> Занятия семинарского типа.<br><sup>4</sup> Занятия лабораторного типа. |                     |  |                         |                         |              |                             |

#### *Краткое содержание разделов и тем дисциплины (модуля)*

1. Введение. Математическое и компьютерное моделирование. Вычислительный эксперимент.

2. Постановки задач. Задачи статики и динамики. Дифференциальные постановки задач. Вариационные постановки задач. Одномерные, двумерные, трёхмерные задачи.
3. Методы численного решения. Разностные методы. Вариационные методы. Аппроксимация, устойчивость, сходимость. Явные, неявные схемы.
4. Возможности системы ANSYS. Препроцессор, процессор, постпроцессор.
5. Метод конечных элементов. Идея, семейства, криволинейные, численное интегрирование, точность и сходимость.
6. Решение плоских и трёхмерных задач. Плоская деформация, плоское напряжённое состояние, осесимметричные задачи. Изгиб пластин. Исследование сходимости. Исследование концентраторов.
7. Обзор курса. Подготовка к промежуточной аттестации.

Практические занятия (семинарские занятия) организуются, в том числе в форме практической подготовки, которая предусматривает участие обучающихся в выполнении отдельных элементов работ, связанных с будущей профессиональной деятельностью.

На проведение практических занятий (семинарских занятий) в форме практической подготовки отводится 32 часа.

Практическая подготовка направлена на формирование и развитие:

- практических навыков в соответствии с профилем ОП: решения систем линейных уравнений в программном комплексе ANSYS, выполнения расчетно-графических работ, анализа результатов решения.
- компетенций – ПК-6; ПК-10.

Текущий контроль успеваемости реализуется в рамках занятий семинарского типа. Промежуточная аттестация проходит в традиционных формах (экзамен).

#### 4. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся

В рамках дисциплины предусмотрены следующие виды самостоятельной работы (порядок их выполнения, форма контроля):

- повторение материала, пройденного на занятиях лекционного типа (в течение всего семестра, опрос на занятиях лекционного и семинарского типа),
- самостоятельное решение задач (3 задачи в семестр, опрос на занятиях семинарского типа),
- подготовка к занятиям семинарского типа (в течение всего семестра, опрос на занятиях семинарского типа),
- подготовка к промежуточному контролю успеваемости (экзамен).

Контрольные вопросы и задания для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины приведены в п. 5.2.

#### 5. Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)

*Фонд оценочных средств включает* контрольные материалы для проведения текущего контроля в расчетно-графических работ, собеседования и промежуточной аттестации в форме вопросов и заданий к экзамену.

##### 5.1. Описание шкал оценивания результатов обучения по дисциплине

| Шкала оценивания сформированности компетенций |            | Уровень сформированности компетенций (индикатора достижения компетенций)      |   |  |
|---|------------|---|---|--|
|   |            | Знания  | Умения  | Навыки   |
| плохо   | не зачтено | Отсутствие знаний теоретического материала.                                   | Отсутствие минимальных умений.  | Отсутствие владения материалом.  |
|   |            | Невозможность оценить полноту знаний вследствие отказа обучающегося от ответа | Невозможность оценить наличие умений вследствие отказа обучающегося от ответа | Невозможность оценить наличие навыков вследствие отказа обучающегося от ответа |

| Шкала оценивания сформированности компетенций |                     | Уровень сформированности компетенций (индикатора достижения компетенций)                                |   |  |
|---|---------------------|---|---|--|
|   |                     | Знания  | Умения  | Навыки   |
| зачтено                                       | неудовлетворительно | Уровень знаний ниже минимальных требований. Имели место грубые ошибки.                                  | При решении стандартных задач не продемонстрированы основные умения. Имели место грубые ошибки.   | При решении стандартных задач не продемонстрированы базовые навыки. Имели место грубые ошибки. |
|   | удовлетворительно   | Минимально допустимый уровень знаний. Допущено много негрубых ошибок.                                   | Продemonстрированы основные умения. Решены типовые задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, но не в полном объеме.                               | Имеется минимальный набор навыков для решения стандартных задач с некоторыми недочетами        |
|   | хорошо              | Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько негрубых ошибок       | Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, в полном объеме, но некоторые с недочетами. | Продemonстрированы базовые навыки при решении стандартных задач с некоторыми недочетами.       |
|   | очень хорошо        | Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько несущественных ошибок | Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме, но некоторые с недочетами.                      | Продemonстрированы базовые навыки при решении стандартных задач без ошибок и недочетов.        |
|   | отлично             | Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки, без ошибок.                              | Продemonстрированы все основные умения, решены все основные задачи с отдельными несущественными недочетами, выполнены все задания в полном объеме.          | Продemonстрированы навыки при решении нестандартных задач без ошибок и недочетов.              |
|   | превосходно         | Уровень знаний в объеме, превышающем программу подготовки.  | Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме без недочетов                                    | Продemonстрирован творческий подход к решению нестандартных задач                              |

### Шкала оценки при промежуточной аттестации

| Оценка  |              | Уровень подготовки   |
|---------|--------------|--|
| зачтено | превосходно  | Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «превосходно»   |
|         | отлично      | Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «отлично», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «отлично»           |
|         | очень хорошо | Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «очень хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «очень хорошо» |

| Оценка    |                     | Уровень подготовки   |
|-----------|---------------------|--|
|           | хорошо              | Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «хорошо»                       |
|           | удовлетворительно   | Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «удовлетворительно», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «удовлетворительно» |
| незачтено | неудовлетворительно | Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «неудовлетворительно», ни одна из компетенций не сформирована на уровне «плохо»  |
|           | плохо               | Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «плохо»  |

## 5.2. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения

### 5.2.1. Контрольные вопросы

| Вопросы  | Код формируемой компетенции |
|--|-----------------------------|
| 1. Основная идея МКЭ.  | ПК-6                        |
| 2. Метод Ритца на кусочно-гладких базисных функциях  | ПК-6                        |
| 3. Общая схема МКЭ.  | ПК-6, ПК-10                 |
| 4. Локальная и глобальная системы координат. Преобразование матрицы жесткости и вектора узловых сил КЭ при переходе к новой системе координат.                           | ПК-6                        |
| 5. Локальная и глобальная нумерация неизвестных. Составление глобальной матрицы жесткости системы. Полуширина ленты СЛАУ. Рациональная и нерациональная нумерация узлов. | ПК-6                        |
| 6. Учет граничных условий  | ПК-6                        |
| 7. Учет граничных условий в системе координат, не совпадающей с глобальной.  | ПК-6                        |
| 8. Вычисление внутренних усилий в элементах фермы.   | ПК-6                        |
| 9. Особенности расчета пространственных ферм.  | ПК-6                        |
| 10. Дифференциальная и вариационная постановки задачи плоской задачи теории упругости.   | ПК-6                        |
| 11. Треугольный элемент с линейными функциями формы.   | ПК-6                        |
| 12. Четырехугольный элемент с билинейными функциями формы.   | ПК-6                        |
| 13. Анализ аппроксимаций перемещений. Ложный сдвиг. Моментная схема конечных элементов.  | ПК-6                        |
| 14. Гибридная формулировка, основанная на предположении о законе изменения напряжений.   | ПК-6                        |
| 15. Прямоугольные КЭ. Сирендипово семейство функций формы.   | ПК-6                        |
| 16. Прямоугольные КЭ. Лагранжево семейство функций формы.  | ПК-6                        |

|   |       |
|---|-------|
| 17. Семейство треугольных элементов. Естественные координаты.   | ПК-6  |
| 18. Криволинейные конечные элементы. Аппроксимация геометрии КЭ. Суб-, изо- и суперпараметрические КЭ.  | ПК-6  |
| 19. Технология построения матрицы жесткости изопараметрических КЭ. Численное интегрирование. Квадратурные формулы Гаусса. Выбор необходимого порядка точности интегрирования. | ПК-6  |
| 20. КЭ для решения задач изгиба пластин. Проблема совместности.   | ПК-6  |
| 21. Четырех и треугольные КЭ для пластин по модели Кирхгофа.  | ПК-6  |
| 22. Расчет пространственных и оболочечных систем. Конечные элементы стержней и пластин по модели Рейснера-Тимошенко. Требование C0 непрерывности базисных функций.            | ПК-6  |
| 23. Изопараметрические элементы для расчета пластин и оболочек.   | ПК-6  |
| 24. Понятие и определение точности, сходимости и устойчивости численного метода.  | ПК-6  |
| 25. Ошибки, возникающие при применении МКЭ. Анализ ошибок вычислений. Число обусловленности матриц СЛАУ. Зависимость числа обусловленности от различных факторов.             | ПК-6  |
| 26. Совместные элементы. Критерий полноты.  | ПК-6  |
| 27. Несовместные элементы. Кусочный тест Айронса.   | ПК-6  |
| 28. Анализ сходимости решений для различных типов конечных элементов.   | ПК-10 |

### 5.2.2. Типовые задания/задачи для оценки сформированности компетенции ПК-6

1. Записать принцип Лагранжа для случая плоской теории упругости
2. Сформулировать критерий полноты. Показать эквивалентность альтернативных формулировок в виде одного и двух утверждений

### 5.2.3. Типовые задания/задачи для оценки сформированности компетенции ПК-10

1. Характеризовать методы решения систем линейных уравнений в программном комплексе ANSYS
2. Записать основной алгоритм МКЭ

## 5.3. Пример экзаменационного билета

### ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 1

1. Дифференциальная и вариационная постановки задачи теории упругости.
2. Анализ ошибок вычислений. Число обусловленности матриц СЛАУ. Зависимость числа обусловленности от различных факторов.

## 6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

### а) основная литература:

1. Капустин С.А. Метод взвешенных невязок решения задач механики

деформируемых тел и теплопроводности: учебно-методическое пособие. – Нижний Новгород: Нижегородский госуниверситет, 2010. – 60 с. (<http://www.unn.ru/pages/e-library/methodmaterial/files/19.pdf>).

2. Галлагер Р. Метод конечных элементов. Основы. М.: Мир, 1984. - 428 с. - 3экз. <https://dwg.ru/dnl/3236>
3. Образцов И.Ф., Савельев Л.М., Хазанов Х.С. Метод конечных элементов в задачах строительной механики летальных аппаратов. М.: ВШ, 1985. . - 391 с. - 3экз. <http://bookfi.net/book/543719>

#### **б) дополнительная литература:**

1. Деклу Ж. Метод конечных элементов, перев. с фр. М.: Мир, 1976. 96 с. (<http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/books/Deklu1976ru.djvu>).
2. Зенкевич О. Метод конечных элементов в технике, перев с англ. М.: Мир, 1975. 543 с. (<http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/books/Zenkevich1975ru.djvu>).
3. Стренг Г., Фикс Дж. Теория метода конечных элементов, перев. с англ. М.: Мир, 1977. 351 с. (<http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/books/StrengFiks1977ru.djvu>).
4. Сегерлинд Л. Применение метода конечных элементов. М.: Мир, 1979. . - 392 с. - 5экз.
5. Норри Дж., Де Фриз Ж. Введение в метод конечных элементов. М.-: Мир, 1981. - 304 с. - 5экз
6. Рикардс Р.Б. Метод конечных элементов в теории пластин и оболочек. Рига.: Зинатне, 1988.
7. Голованов А.И., Корнишин М.С. Введение в метод конечных элементов статики тонких оболочек. Казань, 1989, - 269 с. - 1экз..
8. Васидзу К. Вариационные методы в теории упругости и пластичности. М.: Мир, 1987. - 542 с.. - 4экз..

#### **в) программное обеспечение и Интернет-ресурсы**

**(в соответствии с содержанием дисциплины)**

1. <http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/mathematics/difgeometry.htm>  
ANSYS Help версии 15, 16, 17
2. <http://www.emt.ru>
3. <http://www.fea.ru/>
4. <http://www.cae.ru/>
5. <http://mysopromat.ru/cgi-bin/yabb2/YaBB.pl?catsselect=feaprogramms>

### **7. Материально-техническое обеспечение дисциплины**

Помещения представляют собой учебные аудитории для проведения учебных занятий лекционного и семинарского типа, оснащенные оборудованием и техническими средствами обучения: мультимедийная техника (компьютер, проектор, экран). Компьютерные классы 2 и 6 корпусов ННГУ, лицензионные программы ANSYS Academic Teaching Advanced (25 Tasks) – 2 лицензии.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечены доступом в электронную информационно-образовательную среду.

Программа составлена в соответствии с требованиями ОС ННГУ 01.03.03 Механика и математическое моделирование

Автор(ы)

к.т.н., доцент Леонтьев Н.В

Заведующий кафедрой  
теоретической,  
компьютерной и  
экспериментальной  
механики

д.ф.-м.н., профессор Игумнов Л.А.

Программа одобрена на заседании методической комиссии института информационных технологий, математики и механики от 30 ноября 2022 года, протокол № 3.