

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

**федеральное государственное автономное
образовательное учреждение высшего образования
«Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет
им. Н.И. Лобачевского»**

Институт информационных технологий, математики и механики

УТВЕРЖДЕНО

решением президиума Ученого совета ННГУ

протокол № 1 от 16.01.2024 г.

Рабочая программа дисциплины

Управляемые марковские процессы

Уровень высшего образования

Магистратура

Направление подготовки / специальность

01.04.02 - Прикладная математика и информатика

Направленность образовательной программы

Математическая робототехника

Форма обучения

очная

г. Нижний Новгород

2024 год начала подготовки

1. Место дисциплины в структуре ОПОП

Дисциплина Б1.В.ДВ.01.02 Управляемые марковские процессы относится к части, формируемой участниками образовательных отношений образовательной программы.

2. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями и индикаторами достижения компетенций)

Формируемые компетенции (код, содержание компетенции)	Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), в соответствии с индикатором достижения компетенции		Наименование оценочного средства	
	Индикатор достижения компетенции (код, содержание индикатора)	Результаты обучения по дисциплине	Для текущего контроля успеваемости	Для промежуточной аттестации
ПК-4: Способен разрабатывать и анализировать концептуальные и теоретические модели решаемых научных проблем и задач	<p>ПК-4.1: Знает методы разработки и анализа концептуальных и теоретических моделей решаемых научных проблем и задач</p> <p>ПК-4.2: Умеет применять методы разработки и анализа концептуальных и теоретических моделей решаемых научных проблем и задач</p> <p>ПК-4.3: Имеет навыки применения методов разработки и анализа концептуальных и теоретических моделей решаемых научных проблем и задач</p>	<p>ПК-4.1: Знать основные приемы и методы управления марковскими случайными процессами и область их практического применения. Знать основные этапы построения z-преобразования для анализа марковских процессов.</p> <p>ПК-4.2: Уметь применять итерационный метод выбора стратегии поведения для достижения максимально воз- можной прибыли управляемого процесса с доходами.</p> <p>ПК-4.3: Уметь применять итерационный метод выбора стратегии поведения для достижения максимально возможной прибыли управляемого процесса с доходами.</p>	<p>Задачи</p> <p>Собеседование</p>	<p>Зачёт:</p> <p>Контрольные вопросы</p> <p>Задачи</p>
ПК-5: Способен разрабатывать и применять математические методы, системное и прикладное	ПК-5.1: Знает типовые математические методы и методологии разработки системного и прикладного программного обеспечения	ПК-5.1: Знать классификацию пространства состояний марковских цепей и основные классы состояний.	<p>Задачи</p> <p>Собеседование</p>	<p>Зачёт:</p> <p>Контрольные вопросы</p> <p>Задачи</p>

программное обеспечение для решения задач научной деятельности	для решения задач научной деятельности ПК-5.2: Умеет применять типовые математические методы и методологии разработки системного и прикладного программного обеспечения для решения задач научной деятельности ПК-5.3: Имеет навыки разработки системного и прикладного программного обеспечения для решения задач научной деятельности	Знать рекуррентный метод исследования процессов последовательных решений для систем, описываемых управляемым марковским процессом. ПК-5.2: Уметь обосновать выбранный метод решения и доказать его эффективность. Уметь строить z-преобразование для вектора финальных вероятностей состояний. ПК-5.3: Владеть методами управления процессами разгрузки и загрузки с помощью функционалов достижения с запретами.		
--	---	--	--	--

3. Структура и содержание дисциплины

3.1 Трудоемкость дисциплины

	очная
Общая трудоемкость, з.е.	2
Часов по учебному плану	72
в том числе	
аудиторные занятия (контактная работа):	
- занятия лекционного типа	16
- занятия семинарского типа (практические занятия / лабораторные работы)	16
- КСР	1
самостоятельная работа	39
Промежуточная аттестация	0 Зачёт

3.2. Содержание дисциплины

(структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и виды учебных занятий)

Наименование разделов и тем дисциплины	Всего (часы)	в том числе			Самостоятельная работа обучающегося, часы
		Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы из них			
		Занятия	Занятия	Всего	

		лекционного типа	семинарского типа (практические занятия/ лабора- торные работы), часы		
	о ф о	о ф о	о ф о	о ф о	о ф о
Тема 1. Марковские случайные процессы с дискретным временем и конечным числом состояний	18	4	4	8	10
Тема 2. Марковские процессы с доходами	18	4	4	8	10
Тема 3. Рекуррентный и итерационный методы для изучения процессов последовательных решений	18	4	4	8	10
Тема 4. Функционалы Чжуна и их применение для управления процессами разгрузки и загрузки	17	4	4	8	9
Аттестация	0				
КСР	1			1	
Итого	72	16	16	33	39

Содержание разделов и тем дисциплины

Тема 1. Марковские случайные процессы с дискретным временем и конечным числом состояний
Матрица вероятностей перехода за один шаг, рекуррентное соотношение для вероятностей состояний системы. Пример с игрушечных дел мастером. Классификация состояний марковской цепи, основные классы состояний и их связь.

Тема 2. Марковские процессы с доходами
Рекуррентное соотношение для доходов. Анализ марковских процессов с доходами с помощью z-преобразования. Поведение полного ожидаемого дохода в случае длительного функционирования системы.

Тема 3. Рекуррентный и итерационный методы для изучения процессов последовательных решений
Этапы рекуррентного метода и его применение на примерах. Итерационный метод для марковских процессов с одним эргодическим классом, доказательство его эффективности. Итерационный метод для процессов с несколькими эргодическими классами, примеры.

Тема 4. Функционалы Чжуна и их применение для управления процессами разгрузки и загрузки
Основные свойства функционалов Чжуна, метод нахождения их условных математических ожиданий. Применение функционалов Чжуна при решении задачи оптимизации в некоторой управляемой системе массового обслуживания.

4. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся

Самостоятельная работа обучающихся включает в себя подготовку к контрольным вопросам и заданиям для текущего контроля и промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины приведенным в п. 5.

Самостоятельная работа студентов включает в себя самостоятельное изучение некоторых разделов курса "Управляемые марковские процессы" и подготовку доклада по заданной теме.

5. Фонд оценочных средств для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)

5.1 Типовые задания, необходимые для оценки результатов обучения при проведении текущего контроля успеваемости с указанием критериев их оценивания:

5.1.1 Типовые задания (оценочное средство - Задачи) для оценки сформированности компетенции ПК-4:

1. Найти вектор вероятностей состояний системы после n -ого шага с помощью z -преобразования на примере (приводится матрица вероятностей перехода за один шаг вектор начальных вероятностей состояний системы).
2. Показать на заданном примере особенности z -преобразования для марковского процесса с невозвратным состоянием.

5.1.2 Типовые задания (оценочное средство - Задачи) для оценки сформированности компетенции ПК-5:

1. Найти вектор вероятностей состояний системы после n -ого шага с помощью z -преобразования на примере (приводится матрица вероятностей перехода за один шаг вектор начальных вероятностей состояний системы).
2. Показать на заданном примере особенности z -преобразования для марковского процесса с невозвратным состоянием.

Критерии оценивания (оценочное средство - Задачи)

Оценка	Критерии оценивания
зачтено	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «удовлетворительно»
не зачтено	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «неудовлетворительно» или «плохо»

5.1.3 Типовые задания (оценочное средство - Собеседование) для оценки сформированности компетенции ПК-4:

1. Дайте определение управляемого марковского процесса. Укажите свойства матрицы вероятностей перехода за один шаг.
2. Запишите рекуррентное соотношение для вероятностей состояний системы. Приведите пример с игрушечным делом мастером.
3. Укажите классификацию состояний марковской цепи и основные классы состояний.

5.1.4 Типовые задания (оценочное средство - Собеседование) для оценки сформированности компетенции ПК-5:

1. Какие состояния марковской цепи называются возвратными и невозвратными?
2. Какие состояния марковской цепи называются существенными и несущественными?

3. Что такое эргодический класс?

Критерии оценивания (оценочное средство - Собеседование)

Оценка	Критерии оценивания
зачтено	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «удовлетворительно»
не зачтено	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «неудовлетворительно» или «плохо»

5.2. Описание шкал оценивания результатов обучения по дисциплине при промежуточной аттестации

Шкала оценивания сформированности компетенций

Уровень сформированности компетенций (индикатора достижения компетенций)	плохо	неудовлетворительно	удовлетворительно	хорошо	очень хорошо	отлично	превосходно
	не зачтено			зачтено			
<u>Знания</u>	Отсутствие знаний теоретического материала. Невозможность оценить полноту знаний вследствие отказа обучающегося от ответа	Уровень знаний ниже минимальных требований. Имели место грубые ошибки	Минимально допустимый уровень знаний. Допущено много негрубых ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько негрубых ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько несущественных ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Ошибок нет.	Уровень знаний в объеме, превышающем программу подготовки.
<u>Умения</u>	Отсутствие минимальных умений. Невозможность оценить наличие умений вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы основные умения. Имели место грубые ошибки	Продemonстрированы основные умения. Решены типовые задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, но не в полном объеме	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания в полном объеме, но некоторые с недочетами	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания в полном объеме, но некоторые с недочетами.	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с отдельным и несущественными недочетами, выполнены все задания в полном объеме	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме без недочетов
<u>Навыки</u>	Отсутствие базовых	При решении стандартных	Имеется минимальн	Продemonстрированы	Продemonстрированы	Продemonстрированы	Продemonстрированы

	навыков. Невозможность оценить наличие навыков вследствие отказа обучающегося от ответа	задач не продемонстрир ованы базовые навыки. Имели место грубые ошибки	ый набор навыков для решения стандартны х задач с некоторым и недочетами	базовые навыки при решении стандартны х задач с некоторым и недочетами	базовые навыки при решении стандартны х задач без ошибок и недочетов	навыки при решении нестандарт ных задач без ошибок и недочетов	творческий подход к решению нестандартны х задач
--	--	---	--	---	--	---	--

Шкала оценивания при промежуточной аттестации

Оценка		Уровень подготовки
зачтено	превосходно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «превосходно», продемонстрированы знания, умения, владения по соответствующим компетенциям на уровне выше предусмотренного программой
	отлично	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «отлично».
	очень хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «очень хорошо»
	хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «хорошо».
	удовлетворитель но	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «удовлетворительно», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «удовлетворительно»
не зачтено	неудовлетворите льно	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «неудовлетворительно».
	плохо	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «плохо»

5.3 Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения на промежуточной аттестации с указанием критериев их оценивания:

5.3.1 Типовые задания (оценочное средство - Контрольные вопросы) для оценки сформированности компетенции ПК-4

1.Описать свойства марковского случайного процесса с дискретным временем и конечным числом состояний.

2.Привести классификацию состояний марковског процесса и указать основные классы состояний.

5. Указать особенности z-преобразования для марковских це- пей, имеющих невозвратные и периодические состояния

5.3.2 Типовые задания (оценочное средство - Контрольные вопросы) для оценки сформированности компетенции ПК-5

3. Дать определение z-преобразования и найти его для указанных функций.

4. Описать метод z-преобразования для вектора вероятностей состояний системы и привести пример.

6. Указать особенности z-преобразования для марковских цепей, имеющих несколько эргодических классов.

Критерии оценивания (оценочное средство - Контрольные вопросы)

Оценка	Критерии оценивания
зачтено	Все компетенции (части компетенций) сформированы на уровне не ниже удовлетворительно
не зачтено	Хотя бы одна компетенция (части компетенций) сформирована на уровне ниже удовлетворительно

5.3.3 Типовые задания (оценочное средство - Задачи) для оценки сформированности компетенции ПК-4

Задана матрица вероятностей перехода за один шаг марковской цепи

0.7 0.1 0.2

3. 0.1 0.4

4. 0.3 0.1

С помощью z-преобразования найти вероятности состояний системы на любом шаге n, начиная с первого.

5.3.4 Типовые задания (оценочное средство - Задачи) для оценки сформированности компетенции ПК-5

Используя рекуррентный метод и полученные числовые данные:

0.3 0.7 -1 2

$P = R = v_1(0) = v_2(0) = -2$,

0.8 0.2 1 0

найти полные ожидаемые доходы за n шагов из начального состояния 1 и 2 (величины и) для $n = 1, 2, 3$.

Критерии оценивания (оценочное средство - Задачи)

Оценка	Критерии оценивания
зачтено	Все компетенции (части компетенций) сформированы на уровне не ниже удовлетворительно
не зачтено	Хотя бы одна компетенция (части компетенций) сформирована на уровне ниже

Оценка	Критерии оценивания
	удовлетворительно

6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля)

Основная литература:

1. Федоткин Михаил Андреевич. Основы прикладной теории вероятностей и статистики : учеб. для студентов вузов, обучающихся по специальности "Прикладная математика и информатика" и по направлению "Прикладная математика и информатика". - М. : Высшая школа, 2006. - 368 с. : ил. - ISBN 5-06-005328-8 : 215.60., 183 экз.
2. Федоткин Михаил Андреевич. Модели в теории вероятностей : учебник. - М. : Физматлит : ННГУ, 2012. - 608 с. - (Библиотека Нижегородского государственного университета им. Н. И. Лобачевского). - ISBN 978-5-9221-1384-7 : 600.00., 200 экз.
3. Вентцель Елена Сергеевна. Прикладные задачи теории вероятностей. - М. : Радио и связь, 1983. - 416 с. : ил. - 1.60., 13 экз.
4. Дынкин Евгений Борисович. Управляемые марковские процессы и их приложения / АН СССР, Центр. экон.-мат. ин-т. - М. : Наука, 1975. - 338 с. : черт. - 0.95., 2 экз.

Дополнительная литература:

1. Шильман Семен Вольфович. Курс теории вероятностей : учеб. пособие / Нижегородский государственный университет им. Н. И. Лобачевского. - Н. Новгород : Изд-во Нижегород. ун-та, 1998. - 154, [1] с. - 11.53., 123 экз.
2. Ширяев Альберт Николаевич. Вероятность : учеб. пособие для студентов ун-тов по специальности "Математика". - М. : Наука, 1980. - 575 с. : ил. - 1.50., 25 экз.

Программное обеспечение и Интернет-ресурсы (в соответствии с содержанием дисциплины):

1. Интернет-ресурсы электронного портала ИИТММ <http://www.itmm.unn.ru/studentam/uchebno-metodicheskie-materialy/>
2. Фонд образовательных электронных ресурсов ННГУ им. Лобачевского <http://www.unn.ru/books/resources.html>
3. Общероссийский математический интернет-портал <http://mathnet.ru>

7. Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля)

Учебные аудитории для проведения учебных занятий, предусмотренных образовательной программой, оснащены мультимедийным оборудованием (проектор, экран), техническими средствами обучения.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечены доступом в электронную информационно-образовательную среду.

Программа составлена в соответствии с требованиями ОС ННГУ по направлению подготовки/специальности 01.04.02 - Прикладная математика и информатика.

Автор(ы): Зорин Андрей Владимирович, доктор физико-математических наук, доцент.

Заведующий кафедрой: Зорин Андрей Владимирович, доктор физико-математических наук.

Программа одобрена на заседании методической комиссии от 13.12.2023, протокол № 3.