

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

**федеральное государственное автономное
образовательное учреждение высшего образования
«Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет
им. Н.И. Лобачевского»**

Высшая школа общей и прикладной физики

УТВЕРЖДЕНО
решением Ученого совета ННГУ
протокол № 13 от 30.11.2022 г.

Рабочая программа дисциплины

Теория групп и ее приложения

Уровень высшего образования
Магистратура

Направление подготовки / специальность
03.04.02 – Физика

Направленность образовательной программы
Общая и прикладная физика

Форма обучения
Очная

Нижний Новгород

2023 год начала подготовки

1. Место дисциплины в структуре ОПОП

Дисциплина Б1.В.04 «Теория групп и ее приложения» относится к части ООП направления подготовки 03.04.02 Физика, формируемой участниками образовательных отношений.

2. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями и индикаторами достижения компетенций)

Формируемые компетенции (код, содержание компетенции)	Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), в соответствии с индикатором достижения компетенции		Наименование оценочного средства	
	Индикатор достижения компетенции (код, содержание индикатора)	Результаты обучения по дисциплине	Для текущего контроля успеваемости	Для промежуточной аттестации
ПК-4. Способен принимать участие в разработке новых методов и методических подходов в научно-инновационных исследованиях и инженернотехнологической деятельности	ПК-4.1: Демонстрация способности принимать участие в разработке новых методов и методических подходов в научно-инновационных исследованиях и инженернотехнологической деятельности	ПК-4.1: Знать определения и свойства основных понятий и объектов теории (группа, изоморфизм, представление, неприводимость, характеры, тензорные произведения, правила отбора и т.д.) и методы их применения в конкретных задачах. Уметь разлагать на неприводимые любые приводимые представления (включая тензорные произведения неприводимых представлений), находить запрещенные и разрешенные переходы в конкретных задачах, строить зоны Бриллюэна и решать другие аналогичные задачи. Владеть навыками решения задач, основываясь на полученных в ходе освоения дисциплины знаниях и умениях.	Задачи	Задачи Собеседование

3. Структура и содержание дисциплины

3.1 Трудоемкость дисциплины

	очная
--	-------

Общая трудоемкость	2
Часов по учебному плану	72
в том числе	
аудиторные занятия (контактная работа):	
- занятия лекционного типа	16
- занятия семинарского типа (практические занятия / лабораторные работы)	16
- КСР	1
самостоятельная работа	39
Промежуточная аттестация	0 Зачёт с оценкой

3.2. Содержание дисциплины

(структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и виды учебных занятий)

Наименование и краткое содержание разделов и тем дисциплины	Всего (часы)	в том числе				
		Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы из них				Самостоятельная работа обучающегося, часы
		Занятия лекционного типа	Занятия семинарского типа	Занятия лабораторного типа	Всего	
	очная	очная	очная	очная	очная	очная
Введение. Группа, подгруппа, смежные классы	4	1	1	0	2	2
Классы сопряженных элементов	4	1	1	0	2	2
Изоморфизм и гомоморфизм групп; представления групп	4	1	1	0	2	2
Применение представлений в задачах квантовой механики	4	1	1	0	2	2
Приводимые и неприводимые представления	4	1	1	0	2	2
Леммы Шура и соотношения ортогональности	4	1	1	0	2	2
Теория характеров. Теоремы Бернсайда	4	1	1	0	2	2
Канонические базисы неприводимых представлений и разложение приводимого представления на неприводимые	4	1	1	0	2	2

Тензорное произведение матриц и представлений. Прямое произведение групп и его представления	4	1	1	0	2	2
Разрешенные и запрещенные переходы: правила отбора	4	1	1	0	2	2
Точечные группы	4	1	1	0	2	2
Бесконечный кристалл; решетка Браве	4	1	1	0	2	2
Трансляционная и точечная симметрия бесконечного кристалла	5	1	1	0	2	3
Симметрия конечного кристалла	6	1	1	0	2	4
Пространственная группа симметрии для кристалла без заполнения	6	1	1	0	2	4
Волновой вектор и его звезда. Малые представления и их свойства	6	1	1	0	2	4
Аттестация	0					
КСР	1				1	
Итого	72	16	16	0	33	39

4. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся

Для самостоятельной работы обучающимся предлагается использовать основную и дополнительную литературу и/или электронные Интернет-ресурсы.

5. Фонд оценочных средств для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)

5.1 Типовые задания, необходимые для оценки результатов обучения при проведении текущего контроля успеваемости с указанием критериев их оценивания:

5.1.1 Типовые задания (оценочное средство - Задачи) для оценки сформированности компетенции ПК-4

Задача 1.

Выяснить, будет ли группой множество чисел $a+bD$, где a и b любые рациональные числа, не равные нулю одновременно, а D - кубический корень из трех?

Задача 2.

Пусть порядок группы G равен 53. Доказать, что множество степеней любого элемента группы (кроме единичного) совпадает с G

Задача 3.

Доказать, что для любого неприводимого представления конечной группы G сумма матриц, отвечающих любому классу C сопряженных элементов G , есть aE , где a - константа, зависящая от C , а E - единичная матрица

Задача 4.

Разложить на неприводимые представления группы D_3 представление группы чистых вращений веса 2, рассматриваемое только для элементов из D_3

Задача 5.

Найти разрешенные и запрещенные переходы для группы C_{3v} возмущающий оператор $\hat{r}=(x,y,z)$

Задача 6.

Пусть матрицы D_g образуют двумерное представление группы C_{3v} . Разложить на неприводимые тензорное произведение этого представления самого на себя;

Задача 7.

Найти разрешенные и запрещенные переходы в случае симметрии группы D_2 , если возмущающий оператор есть $\hat{r}=(x,y,z)$;

Задача 8.

Разложить функции x,y,z , по компонентам, принадлежащим неприводимым представлениям группы D_{2d} .

Критерии оценивания (оценочное средство - Задачи)

Оценка		Критерии оценивания
Зачтено	Превосходно	Уровень знаний в объеме, превышающем программу подготовки. Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме без недочетов. Продемонстрирован творческий подход к решению нестандартных задач.
	Отлично	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки, без ошибок. Продемонстрированы все основные умения, решены все основные задачи с отдельными несущественными недочетами, выполнены все задания в полном объеме. Продемонстрированы навыки при решении нестандартных задач без ошибок и недочетов.
	Очень хорошо	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько несущественных ошибок. Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме, но некоторые с недочетами. Продемонстрированы базовые навыки при решении стандартных задач без ошибок и недочетов.
	Хорошо	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько негрубых ошибок. Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, в полном объеме, но некоторые с недочетами. Продемонстрированы базовые навыки при решении стандартных задач с некоторыми недочетами.

Оценка		Критерии оценивания
Не зачтено	Удовлетворительно	Минимально допустимый уровень знаний. Допущено много негрубых ошибки. Продемонстрированы основные умения. Решены типовые задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания но не в полном объеме. Имеется минимальный набор навыков для решения стандартных задач с некоторыми недочетами.
	Неудовлетворительно	Уровень знаний ниже минимальных требований. Имели место грубые ошибки. При решении стандартных задач не продемонстрированы основные умения. Имели место грубые ошибки. При решении стандартных задач не продемонстрированы базовые навыки. Имели место грубые ошибки.
	Плохо	Отсутствие знаний теоретического материала. Невозможность оценить полноту знаний вследствие отказа обучающегося от ответа. Отсутствие минимальных умений . Невозможность оценить наличие умений вследствие отказа обучающегося от ответа. Отсутствие владения материалом. Невозможность оценить наличие навыков вследствие отказа обучающегося от ответа.

5.2. Описание шкал оценивания результатов обучения по дисциплине при промежуточной аттестации

Шкала оценивания сформированности компетенций

Уровень сформированности компетенций (индикатора достижения компетенций)	плохо	неудовлетворительно	удовлетворительно	хорошо	очень хорошо	отлично	превосходно
	не зачтено		Зачтено				
<u>Знания</u>	Отсутствие знаний теоретического материала. Невозможность оценить полноту знаний вследствие отказа обучающегося от ответа	Уровень знаний ниже минимальных требований. Имели место грубые ошибки	Минимально допустимый уровень знаний. Допущено много негрубых ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки . Допущено несколько негрубых ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки . Допущено несколько несущественных ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки и. Ошибок нет.	Уровень знаний в объеме, превышающем программу подготовки.

<u>Умения</u>	Отсутствие минимальных умений. Невозможность оценить наличие умений вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы основные умения. Имели место грубые ошибки	Продемонстрированы основные умения. Решены типовые задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, но не в полном объеме	Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания в полном объеме, но некоторые с недочетами	Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания в полном объеме, но некоторые с недочетами	Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с отдельными несущественными недочетами, выполнены все задания в полном объеме	Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме без недочетов
<u>Навыки</u>	Отсутствие базовых навыков. Невозможность оценить наличие навыков вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы базовые навыки. Имели место грубые ошибки	Имеется минимальный набор навыков для решения стандартных задач с некоторыми недочетами	Продемонстрированы базовые навыки при решении стандартных задач с некоторыми недочетами	Продемонстрированы базовые навыки при решении стандартных задач без ошибок и недочетов	Продемонстрированы навыки при решении нестандартных задач без ошибок и недочетов	Продемонстрирован творческий подход к решению нестандартных задач

Шкала оценивания при промежуточной аттестации

Оценка		Уровень подготовки
Зачтено	превосходно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «превосходно», продемонстрированы знания, умения, владения по соответствующим компетенциям на уровне выше предусмотренного программой
	Отлично	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «отлично».
	очень хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «очень хорошо»
	Хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «хорошо».
	Удовлетворительно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «удовлетворительно», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «удовлетворительно»
не зачтено	Неудовлетворительно	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «неудовлетворительно».
	Плохо	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «плохо»

5.3 Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения на промежуточной аттестации

5.3.2 Типовые задания, выносимые на промежуточную аттестацию:

Типовые задания (оценочное средство - Задачи) для оценки сформированности компетенции ПК-4

Задача 1.

Выяснить, будет ли группой множество чисел $a+bD$, где a и b любые рациональные числа, не равные нулю одновременно, а D - кубический корень из трех?

Задача 2.

Пусть порядок группы G равен 53. Доказать, что множество степеней любого элемента группы (кроме единичного) совпадает с G

Задача 3.

Доказать, что для любого неприводимого представления конечной группы G сумма матриц, отвечающих любому классу C сопряженных элементов G , есть aE , где a - константа, зависящая от C , а E - единичная матрица

Задача 4.

Разложить на неприводимые представления группы D_3 представление группы чистых вращений веса 2, рассматриваемое только для элементов из D_3

Задача 5.

Найти разрешенные и запрещенные переходы для группы C_{3v} возмущающий оператор $\hat{r}=(x,y,z)$

Задача 6.

Пусть матрицы D_g образуют двумерное представление группы C_{3v} . Разложить на неприводимые тензорное произведение этого представления самого на себя;

Задача 7.

Найти разрешенные и запрещенные переходы в случае симметрии группы D_2 , если возмущающий оператор есть $\hat{r}=(x,y,z)$;

Задача 8.

Разложить функции x, y, z , по компонентам, принадлежащим неприводимым представлениям группы D_{2d} .

Критерии оценивания (оценочное средство - Задачи)

Оценка	Критерии оценивания
Превосходно	Уровень знаний в объеме, превышающем программу подготовки. Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме без недочетов. Продемонстрирован творческий подход к решению нестандартных задач.
Отлично	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки, без ошибок. Продемонстрированы все основные умения, решены все основные задачи с отдельными несущественными недочетами, выполнены все задания в полном объеме. Продемонстрированы навыки при решении нестандартных задач без ошибок и недочетов.

Оценка	Критерии оценивания
Очень хорошо	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько несущественных ошибок. Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме, но некоторые с недочетами. Продемонстрированы базовые навыки при решении стандартных задач без ошибок и недочетов.
Хорошо	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько негрубых ошибок. Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, в полном объеме, но некоторые с недочетами. Продемонстрированы базовые навыки при решении стандартных задач с некоторыми недочетами.
Удовлетворительно	Минимально допустимый уровень знаний. Допущено много негрубых ошибки. Продемонстрированы основные умения. Решены типовые задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания но не в полном объеме. Имеется минимальный набор навыков для решения стандартных задач с некоторыми недочетами.
Неудовлетворительно	Уровень знаний ниже минимальных требований. Имели место грубые ошибки. При решении стандартных задач не продемонстрированы основные умения. Имели место грубые ошибки. При решении стандартных задач не продемонстрированы базовые навыки. Имели место грубые ошибки.
Плохо	Отсутствие знаний теоретического материала. Невозможность оценить полноту знаний вследствие отказа обучающегося от ответа. Отсутствие минимальных умений . Невозможность оценить наличие умений вследствие отказа обучающегося от ответа. Отсутствие владения материалом. Невозможность оценить наличие навыков вследствие отказа обучающегося от ответа.

Типовые задания (оценочное средство - Собеседование) для оценки сформированности компетенции ПК-4

- 1) Определение и примеры групп и подгрупп.
- 2) Лемма о сдвиге, смежные классы.
- 3) Сопряженные элементы группы: в общем случае и в случае группы $O+(3)$.
- 4) Изоморфизм и гомоморфизм групп.
- 5) Представления групп матрицами и операторами.
- 6) Эквивалентные представления; существование для каждого представления унитарно-эквивалентного.
- 7) Возникновение представлений в задачах квантовой механики.
- 8) Приводимость и неприводимость представлений; доказательство возможности разложения приводимого представления на неприводимые.
- 9) Доказательство первой и второй лемм Шура.

- 10) Вывод соотношений ортогональности.
- 11) Характеры представлений и их свойства.
- 12) Разложение представления на неприводимые с помощью характеров.
- 13) Теорема Бернсайда о размерностях неприводимых представлений.
- 14) Теорема Бернсайда о числе не эквивалентных неприводимых представлений.
- 15) Определение функций-партнеров, их построение и свойства.
- 16) Разложение пространства приводимого представления на подпространства, где представление неприводимо.
- 17) Определение и свойства тензорных произведений пространств, операторов, матриц и представлений.
- 18) Прямое произведение произвольных групп, построение его неприводимых представлений с помощью неприводимых представлений групп — сомножителей.
- 19) Правила отбора (общая теория).
- 20) Правила отбора в случае группы D_3 и электрического дипольного момента.
- 21) Определение и представления точечных групп C_n , C_{nh} , C_{nv} , D_n , D_{nh} , D_{nd} , T , T_d ; правила отбора.
- 22) Определение бесконечного кристалла. Основные вектора. Решетка Браве.
- 23) Разрешенные типы точечной симметрии для бесконечного кристалла.
- 24) Условие Борна – фон Кармана для конечного кристалла и представления группы его трансляционной симметрии.
- 25) Обратная решетка, волновые вектора, зона Бриллюэна.
- 26) Теорема Блоха и трансляционные правила отбора.
- 27) Структура пространственной группы симметрии кристалла без заполнения.
- 28) Звезда и группа волнового вектора для кристалла с заполнением.
- 29) Малые представления и описание с их помощью всех неприводимых представлений группы пространственной симметрии кристалла с заполнением.

Критерии оценивания (оценочное средство - Собеседование)

Оценка	Критерии оценивания
Превосходно	Уровень знаний в объеме, превышающем программу подготовки. Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме без недочетов. Продемонстрирован творческий подход к решению нестандартных задач.
Отлично	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки, без ошибок. Продемонстрированы все основные умения, решены все основные задачи с отдельными несущественными недочетами, выполнены все задания в полном объеме. Продемонстрированы навыки при решении нестандартных задач без ошибок и недочетов.
Очень хорошо	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько несущественных ошибок. Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме, но некоторые с недочетами. Продемонстрированы базовые навыки при решении стандартных задач без ошибок и недочетов.

Оценка	Критерии оценивания
Хорошо	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько негрубых ошибок. Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, в полном объеме, но некоторые с недочетами. Продемонстрированы базовые навыки при решении стандартных задач с некоторыми недочетами.
Удовлетворительно	Минимально допустимый уровень знаний. Допущено много негрубых ошибки. Продемонстрированы основные умения. Решены типовые задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания но не в полном объеме. Имеется минимальный набор навыков для решения стандартных задач с некоторыми недочетами.
Неудовлетворительно	Уровень знаний ниже минимальных требований. Имели место грубые ошибки. При решении стандартных задач не продемонстрированы основные умения. Имели место грубые ошибки. При решении стандартных задач не продемонстрированы базовые навыки. Имели место грубые ошибки.
Плохо	Отсутствие знаний теоретического материала. Невозможность оценить полноту знаний вследствие отказа обучающегося от ответа. Отсутствие минимальных умений . Невозможность оценить наличие умений вследствие отказа обучающегося от ответа. Отсутствие владения материалом. Невозможность оценить наличие навыков вследствие отказа обучающегося от ответа.

6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля)

а) основная литература:

- 1) Петрашень М.И., Трифонов Е.Д. Применение теории групп в квантовой механике. М.: Наука, 1967. -308 с. -9 экз.
- 2) Каргаполов, М.И. Основы теории групп [Электронный ресурс] : учеб. пособие / М.И. Каргаполов, Ю.И. Мерзляков. — Электрон. дан. — Санкт-Петербург : Лань, 2009. — 288 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/177>.
- 3) Наймарк, М.А. Теория представлений групп [Электронный ресурс] : учеб. пособие — Электрон. дан. — Москва : Физматлит, 2010. — 576 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/2751>

б) дополнительная литература:

1. Жислин Г.М. Лекции по теории представлений конечных групп. Ч.І. Препринт № 409. Нижний Новгород: НИРФИ, 1995. (Деканат ВШОПФ) – 15 экз.
2. Жислин Г.М. Общая теория представлений конечных групп. Ч.ІІ. Методическое пособие. Нижний Новгород: ННГУ, 1995. (Деканат ВШОПФ) – 15 экз.
3. Жислин Г.М. Лекции по теории представлений конечных групп. Ч.ІІІ «Точечные группы и

их представления». Препринт НИРФИ, № 522, 2009 г., 44 с. (Деканат ВШОПФ) – 15 экз.

4. Жислин Г.М. Лекции по теории представлений конечных групп Ч. IV. «Пространственные группы и их представления». Препринт НИРФИ № 529, 2009 г., 52 с. (Деканат ВШОПФ) – 15 экз.

5. Киреев П.С. Введение в теорию групп и её применение в физике твердого тела. М.: Высшая школа, 1979. -207 с. -3 экз.

6. Буренин А.В. Симметрия квантовой молекулярной динамики. Нижний Новгород: ИПФ РАН, 2012 г. (Деканат ВШОПФ) –5 экз.

в) программное обеспечение и Интернет-ресурсы (в соответствии с содержанием дисциплины)

1) А. Айзенберг. Теория групп. <http://lmsh.edu.ru/files/conspectGroups.pdf>

2) Книги по теории групп. http://www.ph4s.ru/book_mat_teorgrup.html

7. Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля)

Учебные аудитории для проведения учебных занятий, предусмотренных образовательной программой, оснащены мультимедийным оборудованием (проектор, экран), техническими средствами обучения, компьютерами, специализированным оборудованием: для проведения лекций и практических занятий требуется типовое оборудование лекционной аудитории. Для подготовки самостоятельных контрольных работ и для их графического представления (если это необходимо), а также для расширения коммуникационных возможностей студенты имеют возможность работать в компьютерных классах с соответствующим лицензионным программным обеспечением и выходом в Интернет. Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети Интернет и обеспечены доступом в электронную информационно-образовательную среду.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению 03.04.02 - Физика.

Автор(ы): Г.М. Жислин

Заведующий кафедрой: Господчиков Егор Дмитриевич, кандидат физико-математических наук.

Программа одобрена на заседании методической комиссии от 30.06.2022 г., протокол № 3.