

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

**Федеральное государственное автономное  
образовательное учреждение высшего образования  
«Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет  
им. Н.И. Лобачевского»**

**Институт информационных технологий математики и механики**  
(факультет / институт / филиал)

УТВЕРЖДЕНО  
решением Ученого совета ННГУ  
протокол от  
31.05.2023 г. №6

**Рабочая программа дисциплины**

**Дифференциальные уравнения**

Уровень высшего образования  
**бакалавриат**

Направление подготовки / специальность  
**09.03.03 Прикладная информатика**

Направленность образовательной программы  
**Прикладная информатика в области принятия решений**

Форма обучения  
**очная**

Нижегород

2023

## 1. Место дисциплины в структуре ОПОП

Дисциплина относится к части, формируемой участниками образовательных отношений.

№ варианта	Место дисциплины в учебном плане образовательной программы	Стандартный текст для автоматического заполнения в конструкторе РПД
2	Блок 1. Дисциплины (модули) Часть, формируемая участниками образовательных отношений	Дисциплина Б1.В.01 Дифференциальные уравнения относится к части ООП направления подготовки 09.03.03 Прикладная информатика, формируемой участниками образовательных отношений.

## 2. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями и индикаторами достижения компетенций)

Формируемые компетенции (код, содержание компетенции)	Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), в соответствии с индикатором достижения компетенции		Наименование оценочного средства
	Индикатор достижения компетенции (код, содержание индикатора)	Результаты обучения по дисциплине	
УК-1. Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	УК-1.1. Демонстрирует знание принципов сбора, отбора и обобщения информации, базирующихся на системном подходе.	Знать способы сбора и обработки научных данных	собеседование
	УК-1.2. Демонстрирует умение соотносить разнородные явления и систематизировать их в рамках избранных видов профессиональной деятельности.	Уметь интерпретировать новую информацию в предметной области	собеседование
	УК-1.3. Демонстрирует наличие практического опыта работы с информационными источниками, опыта научного поиска и представления научных результатов.	Владеть навыками поиска и последующего анализа информации в рамках профессиональной деятельности в сети Интернет и других источниках	практическое задание
ПК-9. Способен моделировать	ПК-9.1. Демонстрирует знание методических	Знать методы построения и исследования математических моделей, описываемых дифференциальными уравнениями:	собеседование

<p><i>прикладные (бизнес) процессы и объекты предметной области</i></p>	<p><i>основ моделирования процессов и объектов предметной области.</i></p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– определение и этапы построения математической модели динамической системы;</li> <li>– общую теорию дифференциальных уравнений и систем дифференциальных уравнений (существование и единственность решения задачи Коши, непрерывная зависимость от начальных условий и параметров, дифференцируемость по начальным условиям и параметрам);</li> <li>– теорию линейных дифференциальных уравнений и систем уравнений;</li> <li>– типы и методы решения интегрируемых нелинейных обыкновенных дифференциальных уравнений первого и высших порядков;</li> <li>– теорию интегралов нормальных систем дифференциальных уравнений;</li> <li>– теорию устойчивости решений дифференциальных уравнений и систем уравнений;</li> <li>– качественно-численные методы построения параметрических и фазовых портретов автономных динамических систем второго порядка.</li> </ul>	
	<p><b>ПК-9.2.</b>  <i>Демонстрирует умение применения знаний к моделированию прикладных процессов и объектов предметной области при разработке программного обеспечения ИС.</i></p>	<p><i>Уметь строить и исследовать математические модели, описываемые дифференциальными уравнениями:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– строить математические модели в разных предметных областях;</li> <li>– находить общее решение и решение задачи Коши интегрируемых дифференциальных уравнений 1-го порядка (с разделяющимися переменными, однородные, линейные, в полных дифференциалах и приводимые к ним, не разрешенные относительно производной);</li> <li>– находить общее решение и решение задачи Коши линейных дифференциальных уравнений высших порядков с постоянными коэффициентами;</li> <li>– находить общее решение и решение задачи Коши линейных дифференциальных уравнений высших порядков с переменными коэффициентами;</li> <li>– находить общее решение и решение задачи Коши линейных систем дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами;</li> <li>– находить общее решение и решение задачи Коши нелинейных дифференциальных уравнений высших порядков и нелинейных систем уравнений;</li> <li>– находить состояния равновесия автономных динамических систем второго порядка, исследовать их тип и характер устойчивости по первому приближению, строить фазовый портрет.</li> </ul>	<p><i>тест контрольные работы задачи</i></p>

	<b>ПК-9.3.</b> <i>Имеет практический опыт моделирования процессов и объектов на примере конкретной предметной области.</i>	<i>Владеть приемами построения математических моделей в разных предметных областях.</i>	<i>контрольные работы практическое задание</i>
--	--	---	--

### 3. Структура и содержание дисциплины

#### 3.1. Трудоемкость дисциплины

	Очная форма обучения
<b>Общая трудоемкость</b>	<b>7 ЗЕТ</b>
<b>Часов по учебному плану</b>	<b>252</b>
<b>в том числе</b>	
<b>аудиторные занятия (контактная работа):</b> - занятия лекционного типа - занятия семинарского типа - занятия лабораторного типа - текущий контроль (КСР)	<b>131</b> <b>48</b> <b>64</b> <b>16</b> <b>3</b>
<b>самостоятельная работа</b>	<b>85</b>
<b>Промежуточная аттестация – экзамен/зачет</b>	<b>36</b>

#### 3.2. Содержание дисциплины

Наименование и краткое содержание разделов и тем дисциплины	Всего (часы)	В том числе				Самостоятельная работа обучающегося, часы
		Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы. Из них				
		Занятия лекционного типа	Занятия семинарского типа	Занятия лабораторного типа	Всего	
Тема 1. Понятие о дифференциальном уравнении. Математические модели динамических систем в форме обыкновенных дифференциальных уравнений: Обыкновенное дифференциальное уравнение. Дифференциальное уравнение в частных производных. Порядок уравнения. Системы дифференциальных уравнений. Задачи анализа и геометрии, приводящие к обыкновенным дифференциальным уравнениям. Математические модели динамических систем в форме обыкновенных дифференциальных уравнений.	18	6	6	0	12	6
Тема 2. Дифференциальные уравнения первого порядка: Общее, частное, особое решение. Общий интеграл. Задача Коши. Поле направлений. Метод изоклин. Интегрируемые типы уравнений первого порядка, разрешенных относительно производной (уравнения с разделяющимися переменными,	40	16	12	0	28	12

однородные уравнения, линейные уравнения, уравнения в полных дифференциалах и приводимые к ним). Существование и общие свойства решений уравнений первого порядка, разрешенных относительно производной (существование и единственность решения задачи Коши, продолжаемые и непродолжаемые решения, степень гладкости решений, непрерывная зависимость решений от начальных условий и параметров, дифференцируемость решений по начальным условиям и параметрам). Уравнения первого порядка, не разрешенные относительно производной. Уравнения Лагранжа и Клеро.						
Тема 3. <b>Дифференциальные уравнения высших порядков:</b> Общее решение. Задача Коши. Типы уравнений, интегрируемые в квадратурах. Типы уравнений, допускающие понижение порядка.	14	4	4	0	8	6
Тема 4. <b>Линейные уравнения высших порядков:</b> Фундаментальная система решений. Общее решение линейного однородного уравнения. Общее решение линейного неоднородного уравнения. Отыскание частного решения линейного неоднородного уравнения. Метод вариации произвольных постоянных. Метод Коши. Линейные уравнения с постоянными коэффициентами. Гармонический и линейный осцилляторы*.	51	6	10	16	32	19
Текущий контроль (КСР)	1				1	
<b>Промежуточная аттестация: зачет</b>						
Тема 5. <b>Системы обыкновенных дифференциальных уравнений. Теория интегралов нормальных систем:</b> Каноническая система дифференциальных уравнений. Система в нормальной форме. Общее решение. Задача Коши. Теорема существования и единственности решения задачи Коши. Общий интеграл. Первый интеграл. Теория интегралов нормальной системы. Системы в симметрической форме.	16	4	6		10	6
Тема 6. <b>Линейные системы дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами:</b> Фундаментальная система решений. Общее решение линейной однородной системы. Метод Эйлера построения фундаментальной системы решений. Общее решение линейной неоднородной системы. Отыскание частного решения линейной неоднородной системы. Метод вариации произвольных постоянных. Метод неопределенных коэффициентов для отыскания частного решения неоднородной системы со специальными правыми частями в виде квазиполиномов. Метод комплексных амплитуд. Принцип суперпозиции.	24	4	10		14	10
Тема 7. <b>Устойчивость решений дифференциальных уравнений:</b> Определение устойчивости по Ляпунову и асимптотической устойчивости. Исследование устойчивости по первому приближению. Критерий Рауса-Гурвица. Исследование устойчивости с помощью функции Ляпунова.	14	2	6		8	6
Тема 8. <b>Элементы качественной теории дифференциальных уравнений. Фазовые портреты автономных динамических систем второго порядка:</b> Автономные и неавтономные системы. Автономная система второго порядка и ее фазовое пространство. Связь между фазовыми траекториями и интегральными кривыми. Состояния равновесия, их тип и характер устойчивости. Фазовый портрет. Качественно-	36	6	10		16	20

численные методы построения фазовых портретов автономных динамических систем второго порядка*.						
Текущий контроль (КСР)	2				2	
Промежуточная аттестация – экзамен	36					
<b>Итого</b>	<b>252</b>	<b>48</b>	<b>64</b>	<b>16</b>	<b>131</b>	<b>85</b>

\* Вопросы программы, отмеченные звездочкой (\*), излагаются в виде обзора и выносятся на самостоятельную проработку студентами.

Текущий контроль успеваемости реализуется в формах опросов на занятиях семинарского и лабораторного типа, контрольных работ, презентации результатов практического задания лабораторной работы.

Промежуточная аттестация проходит в традиционных формах (зачет, экзамен).

#### **4. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся**

##### **Виды самостоятельной работы студентов:**

- проработка теоретического материала лекционных занятий;
- освоение материала, выносимого на самостоятельную проработку;
- выполнение домашних заданий по практическим занятиям;
- подготовка к выполнению письменных контрольных работ;
- подготовка к промежуточной аттестации.

##### **Проработка теоретического материала лекционных занятий**

Выполняется самостоятельно обучающимся с использованием материалов лекций, электронного курса на сайте: режим доступа

<http://e-learning.unn.ru/enrol/index.php?id=247>, рекомендованной основной и дополнительной литературы. Контроль выполняется в форме электронных тестов в электронном курсе и итогового теста.

##### **Освоение материала, выносимого на самостоятельную проработку**

Раздел «Гармонический и линейный осцилляторы» излагается на лекции в виде обзора и вынесен на самостоятельную проработку студентами по источнику: Андронов А.А., Витт А.А., Хайкин С.Э.- Теория колебаний. М.: Наука, 1981. Контроль проводится в часы контроля самостоятельной работы студентов.

Раздел «Качественно-численные методы построения параметрических и фазовых портретов автономных динамических систем второго порядка» излагается на лекции в виде обзора и вынесен на самостоятельную проработку студентами по методическому пособию «Исследование автономных динамических систем второго порядка»: Методическое описание учебно-лабораторного комплекса/ Сост. Н. В. Киселева, А. В. Артемьев. – Н. Новгород: ННГУ, 2004. – 28с., размещенному на сайте ННГУ по электронному адресу <http://www.itmm.unn.ru/files/2016/09/Issledavtonomdinsis2por.pdf/>, режиме доступа – свободный, и работе Киселева Н.В. Компьютерный комплекс по качественной теории дифференциальных уравнений для поддержки самостоятельной работы // Образовательные технологии и общество. 2018. Т. 21. № 1. С. 423-434.

Электронный ресурс: <https://www.j-ets.net/ETS/russian/depository/v21i1/pdf/14.pdf>, режим доступа – свободный.

Контроль выполняется на лабораторных занятиях, посвященных этому разделу, с представлением презентации результатов практического задания.

### **Выполнение домашних заданий по практическим занятиям**

Домашние задания выдаются по задачнику: Филиппов А.Ф.- Сборник задач по дифференциальным уравнениям. М.: Наука, 1979; М.: Книжный дом «Либроком»/URSS, 2009, который включает краткий обзор теоретического материала и примеры решения задач из каждого раздела.

Проверка выполнения домашних заданий проводится в часы контроля самостоятельной работы студентов.

### **Подготовка к выполнению письменных контрольных работ**

В каждом семестре проводятся две аудиторские контрольные работы (на практических занятиях по материалам тем 1-2, 3-4 лекционного курса в 3 семестре и по материалам тем 5-6, 7-8 в 4 семестре).

Для подготовки к контрольным работам рекомендуется повторно просмотреть материалы соответствующих лекций и практических занятий, а также самостоятельно решить несколько задач по теме контрольной работы из указанного задачника.

Разбор контрольных работ и исправление ошибок проводится в часы контроля самостоятельной работы студентов.

### **Подготовка к промежуточной аттестации**

Фактором успешного прохождения промежуточной аттестации является систематическая работа студента в течение всего периода изучения дисциплины. В этом случае подготовка к зачету и экзамену будет концентрированной систематизацией всех полученных знаний, умений и навыков.

Зачет в 3 семестре принимается по итогам текущего контроля (результаты двух письменных контрольных работ №1, №2 и теста).

В качестве методических материалов при подготовке к экзамену в 4 семестре рекомендуется использовать собственные конспекты лекций, материалы электронного курса и рекомендованную основную и дополнительную литературу.

Экзамен в 4 семестре состоит из устной и письменной частей. Устная часть экзамена заключается в развернутом ответе на два теоретических вопроса курса с предварительной подготовкой и в кратком ответе на дополнительные вопросы без подготовки. Практическая часть экзамена предусматривает решение двух задач из разных разделов курса. Допуском к экзамену является выполнение двух письменных контрольных работ №3 и №4 и практического задания лабораторной работы.

Контрольные вопросы и задания для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины приведены в п. 5.2.

**5. Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации по дисциплине (модулю), включающий:**

#### **5.1. Описание шкал оценивания результатов обучения по дисциплине**

Уровень сформированности компетенций (индикатора достижения)	Шкала оценивания сформированности компетенций						
	плохо	неудовлетворительно	удовлетворительно	хорошо	очень хорошо	отлично	превосходно
	Не зачтено			Зачтено			

компетенций)							
<u>Знания</u>	Отсутствие знаний теоретического материала.  Невозможность оценить полноту знаний вследствие отказа обучающегося от ответа	Уровень знаний ниже минимальных требований. Имели место грубые ошибки.	Минимально допустимый уровень знаний. Допущено много негрубых ошибок.	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько негрубых ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько несущественных ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки, без ошибок.	Уровень знаний в объеме, превышающем программу подготовки.
<u>Умения</u>	Отсутствие минимальных умений. Невозможность оценить наличие умений вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы основные умения.  Имели место грубые ошибки.	Продemonстрированы основные умения. Решены типовые задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, но не в полном объеме.	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, в полном объеме, но некоторые с недочетами.	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме, но некоторые с недочетами.	Продemonстрированы все основные умения, решены все основные задачи с отдельными несущественными недочетами, выполнены все задания в полном объеме.	Продemonстрированы все основные умения, решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме без недочетов
<u>Навыки</u>	Отсутствие владения материалом. Невозможность оценить наличие навыков вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы базовые навыки.  Имели место грубые ошибки.	Имеется минимальный набор навыков для решения стандартных задач с некоторыми недочетами.	Продemonстрированы базовые навыки при решении стандартных задач с некоторыми недочетами	Продemonстрированы базовые навыки при решении стандартных задач без ошибок и недочетов.	Продemonстрированы навыки при решении нестандартных задач без ошибок и недочетов.	Продemonстрирован творческий подход к решению нестандартных задач.

### Шкала оценки при промежуточной аттестации

Оценка		Уровень подготовки
зачтено	Превосходно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «превосходно»
	Отлично	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «отлично», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «отлично»
	Очень хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «очень хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «очень хорошо»

	Хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «хорошо»
	Удовлетворительно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «удовлетворительно», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «удовлетворительно»
не зачтено	Неудовлетворительно	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «неудовлетворительно», ни одна из компетенций не сформирована на уровне «плохо»
	Плохо	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «плохо»

## 5.2. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения

### 5.2.1 Контрольные вопросы

Вопрос	Код формируемой компетенции
1. Основные понятия о ДУ. Обыкновенные ДУ и ДУ в частных производных. Порядок ДУ. ДУ, разрешенные и неразрешенные относительно производной. Системы ДУ.	ПК-9
2. Математические модели динамических систем в форме обыкновенных ДУ.	УК-1, ПК-9
3. ДУ 1 порядка, разрешенные относительно производной. Решение. Общее решение, частное решение. Общий интеграл. Задача Коши. Существование и единственность решения задачи Коши.	ПК-9
4. Геометрическая интерпретация ДУ 1 порядка, разрешенного относительно производной. Поле направлений. Интегральная кривая. Геометрический смысл задачи Коши. Обыкновенные и особые точки.	ПК-9
5. Качественное исследование ДУ 1 порядка, разрешенного относительно производной. Изоклины. Линия экстремумов и линия перегибов интегральных кривых.	УК-1, ПК-9
6. Особые решения ДУ 1 порядка, разрешенного относительно производной. Способы их отыскания.	УК-1
7. ДУ 1 порядка с разделяющимися переменными и приводимые к ним.	УК-1, ПК-9
8. Однородные ДУ 1 порядка.	УК-1, ПК-9
9. ДУ 1 порядка, приводимые к однородным.	УК-1, ПК-9
10. Линейные ДУ 1 порядка. Структура общего решения. Метод вариации произвольной постоянной.	УК-1, ПК-9
11. ДУ 1 порядка, приводимые к линейным. ДУ Бернулли и Риккати.	УК-1, ПК-9
12. ДУ 1 порядка в полных дифференциалах.	УК-1, ПК-9
13. Интегрирующий множитель ДУ 1 порядка. Способы его нахождения. Связь с особыми решениями.	УК-1, ПК-9
14. Теорема о числе интегрирующих множителей данного уравнения.	УК-1, ПК-9
15. Интегрирующий множитель для ДУ с разделяющимися переменными.	УК-1
16. Интегрирующий множитель для однородного ДУ	УК-1
17. Интегрирующий множитель для линейного ДУ.	УК-1
18. Теорема Коши-Пикара для ДУ 1 порядка, разрешенного относительно производной.	ПК-9
19. Метод последовательных приближений Пикара решения задачи Коши для ДУ 1-го порядка.	УК-1, ПК-9
20. Теорема о продолжении решения задачи Коши. Продолжаемые и непродолжаемые решения.	УК-1, ПК-9
21. Теорема о непрерывной зависимости решения задачи Коши от параметров.	УК-1, ПК-9
22. Теорема о непрерывной зависимости решения задачи Коши от начальных условий.	УК-1, ПК-9
23. Степень гладкости решения задачи Коши.	УК-1, ПК-9
24. Дифференцируемость решения задачи Коши по начальным данным и параметрам.	УК-1, ПК-9
25. Уравнения 1 порядка, не разрешенные относительно производной. Решение. Общее решение, частное решение. Общий интеграл. Поле направлений. Постановка задачи Коши.	УК-1

26. Теорема Коши-Пикара для ДУ 1 порядка, не разрешенного относительно производной.	<i>УК-1</i>
27. Особые решения ДУ 1 порядка, не разрешенного относительно производной. Способы отыскания. Дискриминантная кривая. Огибающая семейства интегральных кривых.	<i>УК-1, ПК-9</i>
28. Методы интегрирования ДУ 1 порядка, не разрешенных относительно производной.	<i>УК-1, ПК-9</i>
29. ДУ Лагранжа.	<i>УК-1, ПК-9</i>
30. ДУ Клеро.	<i>УК-1, ПК-9</i>
31. ДУ высших порядков. Общее решение. Общий интеграл. Задача Коши. Теорема Коши-Пикара. Теорема Пеано.	<i>ПК-9</i>
32. ДУ высших порядков, допускающие понижение порядка.	<i>УК-1, ПК-9</i>
33. Линейные дифференциальные уравнения высших порядков. Задача Коши. Теорема Коши-Пикара. Однородные и неоднородные уравнения. Свойства решений линейных однородных уравнений.	<i>УК-1, ПК-9</i>
34. Линейные однородные ДУ n-го порядка. Фундаментальная система решений (ФСР). Теорема об общем решении линейного однородного ДУ. Задача о построении линейного однородного ДУ по заданной ФСР.	<i>УК-1, ПК-9</i>
35. Линейные однородные ДУ n-го порядка с постоянными коэффициентами. Теорема Коши-Пикара. Метод Эйлера построения ФСР.	<i>УК-1, ПК-9</i>
36. Линейные неоднородные ДУ n-го порядка. Теорема о структуре общего решения. Свойства решений. Принцип суперпозиции.	<i>УК-1, ПК-9</i>
37. Линейные неоднородные ДУ n-го порядка. Метод Лагранжа вариации произвольных постоянных и метод Коши для отыскания частного решения.	<i>УК-1, ПК-9</i>
38. Линейные неоднородные ДУ n-го порядка с постоянными коэффициентами и специальной правой частью в виде квазиполинома. Метод неопределенных коэффициентов. Метод комплексных амплитуд.	<i>УК-1, ПК-9</i>
39. Гармонический осциллятор.	<i>УК-1.2</i>
40. Линейный осциллятор.	<i>УК-1.2</i>
41. Линейные однородные ДУ n-го порядка с переменными коэффициентами. Приведение к ДУ с постоянными коэффициентами. Однородные ДУ Эйлера.	<i>УК-1, ПК-9</i>
42. Понижение порядка линейного однородного ДУ n-го порядка с переменными коэффициентами при помощи известного частного решения.	<i>УК-1, ПК-9</i>
43. Системы обыкновенных ДУ. Порядок системы. Каноническая и нормальная системы. Решение. Общее решение. Частное решение. Задача Коши. Приведение ДУ n-го порядка, разрешенного относительно старшей производной, к нормальной системе ДУ n-го порядка.	<i>УК-1, ПК-9</i>
44. Системы ДУ в нормальной форме. Теорема Коши-Пикара. Теорема Пеано. Метод сведения нормальной системы n дифференциальных уравнений к дифференциальному уравнению n-го порядка.	<i>УК-1, ПК-9</i>
45. Теория интегралов нормальных систем ДУ. Интеграл. Первый интеграл. Необходимое и достаточное условие первого интеграла. Общий интеграл. Решение задачи Коши при наличии общего интеграла.	<i>УК-1</i>
46. Независимость первых интегралов нормальной системы ДУ. Теоремы о числе первых интегралов нормальной системы ДУ и о числе независимых первых интегралов.	<i>УК-1, ПК-9</i>
47. Понижение порядка системы ДУ с помощью независимых первых интегралов. Системы ДУ в симметрической форме. Интегрируемые комбинации.	<i>УК-1, ПК-9</i>
48. Общая теория нормальных систем ДУ и ДУ n-го порядка.	<i>УК-1</i>
49. Линейные системы ДУ в нормальной форме. Теорема Коши-Пикара. Однородные и неоднородные системы. Свойства решений однородной системы.	<i>УК-1, ПК-9</i>
50. Линейные однородные системы ДУ в нормальной форме. Фундаментальная система решений (ФСР). Теорема об общем решении. Задача о построении линейной однородной системы ДУ, имеющей заданную ФСР.	<i>УК-1, ПК-9</i>
51. Линейные однородные системы ДУ с постоянными коэффициентами. Теорема Коши-Пикара. Метод Эйлера построения ФСР.	<i>УК-1, ПК-9</i>
52. Неоднородные системы линейных ДУ. Теорема о структуре общего решения. Свойства решений. Принцип суперпозиции.	<i>УК-1, ПК-9</i>
53. Неоднородные системы линейных ДУ. Метод Лагранжа вариации произвольных постоянных для отыскания частного решения.	<i>УК-1, ПК-9</i>
54. Линейные неоднородные системы ДУ с постоянными коэффициентами.	<i>УК-1, ПК-9</i>
55. Устойчивость решений динамических систем. Теорема Ляпунова об устойчивости по первому приближению. Критерий Рауса – Гурвица.	<i>УК-1, ПК-9</i>
56. Исследование устойчивости решений динамических систем с помощью функции	<i>УК-1, ПК-9</i>

Ляпунова.	
57. Динамическая интерпретация нормальной системы обыкновенных ДУ. Фазовое пространство. Фазовая траектория. Автономные и неавтономные динамические системы.	УК-1, ПК-9
58. Состояния равновесия автономной динамической системы, их тип и характер устойчивости. Фазовый портрет.	УК-1, ПК-9
59. Численный метод отыскания состояний равновесия и определения их типа.	УК-1.2, ПК-9
60. Численный метод построения сепаратрис седловых состояний равновесия.	УК-1.2, ПК-9

### 5.2.2. Типовые тестовые задания для оценки сформированности компетенции ПК-9

#### 1. Тип - дистрибутивный вопрос.

Определить тип дифференциального уравнения  $x^2 y y' + y^2 x = 1$ .

1. Однородное уравнение
2. Уравнение Бернулли
3. Уравнение в полных дифференциалах
4. Уравнение Клеро

#### 2. Тип - альтернативный вопрос.

Может ли дифференциальное уравнение  $y' = \sqrt{x^2 - y} + x^3$  иметь особые решения?

1. Да
2. Нет

#### 3. Тип - простой вопрос.

Дано дифференциальное уравнение  $x^2 - xy' + y = 0$ . Найти  $y(2)$ , если  $y(1)=0$

#### 4. Тип - альтернативный вопрос.

Является ли данное уравнение  $(x^3 + xy^2)dx + (x^2 y + y^3)dy = 0$  уравнением в полных дифференциалах?

1. Да
2. Нет

#### 5. Тип - альтернативный вопрос.

Найти второе последовательное приближение Пикара  $y_2(x)$  решения задачи Коши.

$$y' = x + y; y(0) = 1$$

1.  $y_2(x) = \frac{1}{6}(x^3 + 6x^2 + 6x + 6)$
2.  $y_2(x) = \frac{1}{6}(-x^3 + 6x^2 - 6x + 6)$
3.  $y_2(x) = \frac{1}{6}(x^3 + 7x)$
4.  $y_2(x) = \frac{1}{6}(-x^3 + 7x)$

#### 6. Тип - альтернативный вопрос.

Найти общее решение уравнения  $y + 2y'^2 = xy'$

1.  $y = cx - 2c^2$
2.  $y = cx + 2c^2$

$$3. \quad y = cx - 2c^2; y = \frac{x^2}{8}$$

$$4. \quad y = cx - 2c^2; y = -\frac{x^2}{8}$$

7. Тип - альтернативный вопрос.

Является ли дифференциальное уравнение обобщенным однородным?

$$xy'' + y' - x^2y'^3 = 0$$

1. Да
2. Нет

8. Тип - альтернативный вопрос.

Найти общее решение дифференциального уравнения

$$y'' - 2y' + y = 2 + e^x \sin x$$

1.  $y = c_1 e^x + c_2 e^x \sin x + 2$
2.  $y = e^x (c_1 + c_2 x + \sin x) + 2$
3.  $y = c_1 e^x + c_2 x e^x + x + e^x \cos x$
4.  $y = e^x (c_1 + c_2 x - \sin x) + 2$

9. Тип - альтернативный вопрос.

Найти общее решение дифференциального уравнения

$$x^2 y'' + 6xy' + 4y = 34 \cos(\ln |x|)$$

1.  $y = c_1 x^{-1} + c_2 x^{-4} + 3 \cos(\ln |x|) + 5 \sin(\ln |x|)$
  2.  $y = c_1 x^{-1} + c_2 x^{-4} + 5 \sin(\ln |x|)$
  3.  $y = c_1 x^{-1} + c_2 x^{-4} + 3 \cos(\ln |x|)$
- $$y = c_1 x^{-1} + c_2 x^{-4} + 3 \cos(\ln |x|) + 5 \sin(\ln |x|)$$

### 5.2.3. Типовые контрольные работы для оценки сформированности компетенций ПК-9

#### *Контрольная работа №1.*

#### **Задание 1:**

Найти общее решение уравнения и решение задачи Коши

$$2x\sqrt{1-y^2} dx + ydy = 0, \quad y(2) = 0.$$

Построить интегральные кривые уравнения методом изоклин.

#### **Задание 2:**

Найти общее решение уравнения, приведя его к линейному дифференциальному уравнению

$$xy^2y' - x^2 - y^3 = 0.$$

**Задание 3:**

Найти общее решение уравнения, приведя его к уравнению в полных дифференциалах

$$(xy^2 + y)dx - xdy = 0.$$

**Задание 4:**

Найти общее решение уравнения

$$xy' = y + y'(1 + y')$$

и выделить интегральные кривые, проходящие через точки  $I_1(0,0)$ ,  $I_2(1,1)$ ,  $I_3(1,0)$ .

**Задание 5:**

Найти кривые, у которых отношение отрезка, отсекаемого касательной на оси  $OY$ , к отрезку, отсекаемому нормалью на оси  $OX$ , есть величина постоянная, равная  $a$ .

*Контрольная работа №2.*

**Задание 1:**

Найти общее решение уравнения

$$yy'' = y'^2 + 15y^2\sqrt{x}$$

**Задание 2:**

Найти общее решение уравнения и решение задачи Коши

$$y''' - 4y'' + 3y' = 4e^x + 130 \sin 2x, \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = 0, \quad y''(0) = 2$$

**Задание 3:**

Найти общее решение уравнения

$$y'' + 3y' + 2y = \frac{1}{e^x + 1}$$

**Задание 4:**

Найти общее решение уравнения и решение задачи Коши

$$x^2y'' - 3xy' + 3y = x^2 + 6, \quad y(1) = 0, \quad y'(1) = 1$$

**Задание 5:**

Электрическая цепь состоит из последовательно включенных источника постоянного тока, дающего напряжение  $V$ , сопротивления  $R$ , конденсатора емкости  $C$  и выключателя, который включается при  $t = 0$ . Конденсатор до замыкания цепи не заряжен. Найти силу тока в цепи при  $t > 0$ .

*Контрольная работа №3.*

**Задание 1.:**

Найти общее решение системы

$$\begin{cases} \frac{dy}{dx} = \frac{x}{y} \\ \frac{dz}{dx} = \frac{x-y}{y} \end{cases}$$

**Задание 2:**

Найти общее решение системы и решение задачи Коши

$$\frac{dx}{y+z} = \frac{dy}{x+z} = \frac{dz}{x+y}, \quad y(0) = 1, z(0) = 0.$$

**Задание 3:**

Найти общее решение системы

$$\begin{cases} \dot{x} = -4x - 2y + \frac{2}{e^t - 1} \\ \dot{y} = 6x + 3y - \frac{3}{e^t - 1} \sin t \end{cases}$$

**Задание 4:**

Найти общее решение системы и решение задачи Коши

$$\begin{cases} \dot{x} = x + 2y \\ \dot{y} = x - 5 \sin t \end{cases}, \quad x(0) = 0, y(0) = 1$$

**Задание 5:**

Материальная точка  $M$  единичной массы движется на плоскости  $xOy$ , притягиваясь точкой  $O(0,0)$  с силой, пропорциональной расстоянию между точками  $M$  и  $O$  с коэффициентом пропорциональности  $k^2 = 4$ . Найти закон изменения координат точки  $M$  в зависимости от времени, если  $x(0) = 1, \dot{x}(0) = 0, y(0) = 0, \dot{y}(0) = 1$ , и траекторию движения.

#### 5.2.4. Типовое практическое задание для оценки сформированности компетенций УК-1

Дана автономная система 
$$\begin{cases} \dot{x} = (x + y)^2 - a \\ \dot{y} = -y^2 - ax + b \end{cases}$$

Качественно – численными методами найти состояния равновесия и исследовать их тип и характер устойчивости. На плоскости параметров построить области их существования и устойчивости. Для каждой области построить фазовый портрет.

#### 5.2.5. Типовое практическое задание для оценки сформированности компетенций ПК-9

**Задание 1:**

Исследовать устойчивость нулевого решения уравнения

$$y'''+11y''+5y'+61y = 0$$

**Задание 2:**

Исследовать устойчивость нулевого решения системы

$$\begin{cases} \dot{x} = e^x - 9y - 1 + x^4 \\ \dot{y} = x + \sin y + y^6 \end{cases}$$

### Задание 3:

Написать условие асимптотической устойчивости нулевого решения уравнения

$$y^{IV} + y''' + ay'' + y' + by = 0$$

### Задание 4:

Найти состояния равновесия системы, определить их тип и характер устойчивости, построить фазовый портрет

$$\begin{cases} \dot{x} = (x-1)(y-1) \\ \dot{y} = xy - 2 \end{cases}$$

### Задание 5:

Найти особые точки уравнения, определить их тип и характер устойчивости, построить интегральные кривые

$$y' = \frac{x^2 + y^2 - 2}{x - y}$$

## 6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

а) основная литература:

1. Степанов В.В.- Курс дифференциальных уравнений. М.: Физматгиз, 1959; М.: КомКнига»/URSS, 2006. (26 экз.)
2. Эльсгольц Л.Э.- Дифференциальные уравнения и вариационное исчисление. М.: Наука, 1969; М.: Издательство ЛКИ»/URSS, 2008. (104 экз.)
3. Филиппов А.Ф.- Сборник задач по дифференциальным уравнениям. М.: Наука, 1979; М.: Книжный дом «Либроком»/URSS, 2009. (380 экз.)

б) дополнительная литература:

1. Андронов А.А., Витт А.А., Хайкин С.Э.- Теория колебаний. М.: Наука, 1981. (62 экз.)
2. Бибиков Ю.Н. Курс обыкновенных дифференциальных уравнений. Издательство «Лань», ISBN 978-5-8114-1176. 2011, 304 стр. – учебное пособие. Электронная библиотечная система «Издательство Лань», 2016, URL: <https://e.lanbook.com>, раздел «Дифференциальные уравнения»

в) программное обеспечение и Интернет-ресурсы

1. Киселева Н.В. Дифференциальные уравнения. Электронный ресурс: <http://e-learning.unn.ru/enrol/index.php?id=247>
2. Губина Е.В., Кадина Е.Ю., Киселева Н.В., Осипов Г.В. Практикум по дисциплине "Дифференциальные уравнения" (1-я часть). Учебно-методическое пособие. Электронный ресурс: <http://www.unn.ru/books/resources.html>
3. Киселева Н.В. Компьютерный комплекс по качественной теории дифференциальных уравнений для поддержки самостоятельной работы // Образовательные технологии и общество. 2018. Т. 21. № 1. С. 423-434.  
Электронный ресурс: <https://www.j-ets.net/ETS/russian/depositary/v21i1/pdf/14.pdf>

## 7. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Помещения представляют собой учебные аудитории для проведения учебных занятий, предусмотренных программой (лекционного и семинарского типа), оснащенные оборудованием и техническими средствами обучения.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечены доступом в электронную информационно-образовательную среду.

Программа составлена в соответствии с требованиями ОС ННГУ **09.03.03 «Прикладная информатика»**.

Автор: к.ф.-м.н., доцент кафедры ТУиДС Киселева Н.В.

Рецензент

Заведующий кафедрой ТУиДС, д.ф.-м.н. Осипов Г.В.

Программа одобрена на заседании методической комиссии института информационных технологий, математики и механики

30.11.2022 г., протокол №3