

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

**Федеральное государственное автономное  
образовательное учреждение высшего образования  
«Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет  
им. Н.И. Лобачевского»**

Радиофизический факультет  
(факультет / институт / филиал)

УТВЕРЖДЕНО  
решением ученого совета ННГУ  
протокол от  
«31» мая 2023 г. № 6

**Рабочая программа дисциплины**

**Теория функций комплексного  
переменного**

*(наименование дисциплины (модуля))*

Уровень высшего образования  
Бакалавриат

*(бакалавриат / магистратура / специалитет)*

Направление подготовки / специальность

**03.03.03 Радиофизика**

*(указывается код и наименование направления подготовки / специальности)*

Направленность образовательной программы

**Фундаментальная радиофизика**

*(указывается профиль / магистерская программа / специализация)*

Форма обучения

очная

*(очная / очно-заочная / заочная)*

Нижегород

2023 год

## 1. Место дисциплины в структуре ОПОП

№ варианта	Место дисциплины в учебном плане образовательной программы	Стандартный текст для автоматического заполнения в конструкторе РПД
1	Блок 1 Обязательная часть	Дисциплина Б1. О.17 «Теория функций комплексного переменного» входит в обязательную часть ООП направления подготовки <b>03.03.03 Радиофизика</b>

## 2. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями и индикаторами достижения компетенций)

Формируемые компетенции (код, содержание компетенции)	Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), в соответствии с индикатором достижения компетенции		Наименование оценочного средства
	Индикатор достижения компетенции (код, содержание индикатора)	Результаты обучения по дисциплине	
ОПК-1. Способен применять базовые знания в области физики и радиофизики и использовать их в профессиональной деятельности, в том числе в сфере педагогической деятельности;	ОПК-1.1. Обладает фундаментальными знаниями в области физики и радиофизики.	Знает области применения базовых понятий теории функции комплексного переменного, умеет находить и анализировать литературу по теории функции комплексного переменного, находить и выбирать методы для решения конкретной задачи	Практическое задание
	ОПК-1.2. Анализирует физические аспекты теории и возможности ее использования для решения научно-исследовательских задач.	Владеет опытом применения базовых знаний теории функции комплексного переменного, умеет решать простые практические задачи.	Практическое задание

	ОПК-1.3. Решает научно-исследовательские задачи, в том числе в сфере педагогической деятельности.	Имеет практический опыт применения знаний теории функции комплексного переменного при решении задач профессиональной деятельности	Практическое задание
--	---	---	----------------------

### 3. Структура и содержание дисциплины

#### 3.1. Трудоемкость дисциплины

	Очная форма обучения
<b>Общая трудоемкость</b>	<b>5 ЗЕТ</b>
<b>Часов по учебному плану</b>	<b>180</b>
<b>в том числе</b>	
<b>аудиторные занятия (контактная работа):</b>	<b>82</b>
- занятия лекционного типа	32
- занятия семинарского типа	48
- текущий контроль (КСР)	2
<b>самостоятельная работа</b>	<b>53</b>
<b>Промежуточная аттестация – экзамен</b>	<b>45</b>

#### 3.2. Содержание дисциплины

Наименование и краткое содержание разделов и тем дисциплины	Всего (часы)	В том числе				
		Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы. Из них				Самостоятельная работа обучающегося, часы
		Занятия лекционного типа	Занятия семинарского типа	Занятия лабораторного типа	Всего	
	Очная	Очная	Очная	Очная	Очная	Очная
1. Функции комплексного переменного Конформные отображения	28	9	9			10
2. Интеграл	16	2	6			8
3. Ряды Лорана. Особые точки	30	8	10			12
4. Теория вычетов,	34	11	11			12
5. Вычисление интегралов с использованием вычетов	25	2	12			11
В т.ч. текущий контроль	2		2			0

Итого	135	32	50			53
-------	-----	----	----	--	--	----

Занятия семинарского типа организуются, в том числе в форме практической подготовки. Практическая подготовка направлена на формирование и развитие знаний, умений и навыков применения современных информационных технологий, в том числе отечественного производства, при решении задач профессиональной деятельности.

Текущий контроль успеваемости реализуется в форме собеседования, тестирования и практических заданий.

Промежуточная аттестация проходит в традиционной форме (экзамен).

#### **4. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся**

Самостоятельная работа студента при изучении дисциплины «Теория функций комплексного переменного» включает выполнение практических заданий под контролем преподавателя и подготовку к экзамену.

Контрольные и тестовые вопросы, практические задания для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины приведены в п. 5.2.

#### **5. Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации по дисциплине (модулю), включающий:**

##### **5.1. Описание шкал оценивания результатов обучения по дисциплине**

Уровень сформированности компетенций (индикатора достижения компетенций)	Шкала оценивания сформированности компетенций					
	плохо	неудовлетворительно	Удовлетворительно	хорошо	очень хорошо	превосходно
	Не зачтено		Зачтено			

<u>Знания</u>	Отсутствие знаний теоретического материала.  Невозможность оценить полноту знаний вследствие отказа обучающегося от ответа	Уровень знаний ниже минимальных требований. Имели место грубые ошибки.	Минимально допустимый уровень знаний. Допущено много негрубых ошибок.	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько негрубых ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько несущественных ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки, без ошибок.	Уровень знаний в объеме, превышающем программу подготовки.
<u>Умения</u>	Отсутствие минимальных умений. Невозможность оценить наличие умений вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы основные умения.  Имели место грубые ошибки.	Продemonстрированы основные умения. Решены типовые задачи с негрубыми ошибками.  Выполнены все задания, но не в полном объеме.	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, в полном объеме, но некоторые с недочетами.	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме, но некоторые с недочетами.	Продemonстрированы все основные умения, решены все основные задачи с отдельными несущественными недочетами, выполнены все задания в полном объеме.	Продemonстрированы все основные умения, решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме без недочетов

<u>Навыки</u>	Отсутствие владения материалом. Невозможность оценить наличие навыков вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы базовые навыки.  Имели место грубые ошибки.	Имеется минимальный набор навыков для решения стандартных задач с некоторыми недочетами.	Продемонстрированы базовые навыки при решении стандартных задач с некоторыми недочетами	Продемонстрированы базовые навыки при решении стандартных задач без ошибок и недочетов.	Продемонстрированы навыки при решении нестандартных задач без ошибок и недочетов.	Продемонстрирован творческий подход к решению нестандартных задач.
---------------	--	---	--	---	---	---	--

### Шкала оценки при промежуточной аттестации

Оценка		Уровень подготовки
	Превосходно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «превосходно»
	Отлично	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «отлично», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «отлично»
	Очень хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «очень хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «очень хорошо»
	Хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «хорошо»
	Удовлетворительно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «удовлетворительно», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «удовлетворительно»
	Неудовлетворительно	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «неудовлетворительно», ни одна из компетенций не сформирована на уровне «плохо»
	Плохо	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «плохо»

**Критерий оценивания ответов на типовые контрольные вопросы для собеседования и вопросы к зачету**

Результаты ответа	Оценка
Студент дал развернутый ответ на все вопросы.	Зачтено
Студент ответил только на часть вопросов или дал неразвернутый ответ на все вопросы.	не зачтено

**Критерий оценивания практических заданий**

Результаты работы	Оценка
Все практические задания выполнены в полном объеме и в срок. Описание всех этапов выполнения заданий, код и результаты работы представлены преподавателю.	зачтено
Выполнены не все практические задания или выполнены не в полном объеме (представлено не полное описание этапов выполнения заданий, код работает некорректно, результаты работы не представлены преподавателю).	не зачтено

**Шкала оценки результатов тестирования**

Баллы, %	Оценка сформированности компетенции
80-100	Зачтено
0-79	не зачтено

**5.2. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения**

**5.2.1. Вопросы к зачету по дисциплине «Теория функций комплексного переменного» для оценки сформированности компетенции ОПК-1**

Вопрос	Код компетенции
1. Понятие комплексного числа, арифметические действия над комплексными числами, геометрическое изображение комплексных чисел, тригонометрическая и показательная формы записи комплексного числа, формулы Муавра.	ОПК-1
2. Понятие стереографической проекции. Связь координат точки и координат ее стереографической проекции.	ОПК-1
3. Понятие функции комплексного переменного. Предел и непрерывность функции комплексного переменного. Понятие производной функции комплексного переменного. Критерий дифференцируемости.	ОПК-1
4. Гармонические функции и их связь с аналитическими функциями.	ОПК-1
5. Геометрический смысл модуля и аргумента производной	ОПК-1

функции, понятие конформного отображения.	
6. Теорема Лорана.	ОПК-1
7. Классификация изолированных особых точек. Поведение функции в проколотой окрестности изолированной особой точки.	ОПК-1
8. Теорема Сохоцкого.	ОПК-1
9. Определение вычета функции $f(z)$ в изолированной особой точке. Основная теорема о вычетах.	ОПК-1
10. Определение вычета функции $f(z)$ в изолированной особой точке. Теорема о вычислении вычета в полюсе.	ОПК-1
11. Определение вычета функции $f(z)$ в изолированной особой точке. Теорема о сумме вычетов относительно всех особых точек, включая бесконечно удалённую.	ОПК-1
12. Применение теории вычетов для вычисления несобственных интегралов	ОПК-1
13. Применение теории вычетов для вычисления интегралов от тригонометрических функций	ОПК-1
14. Лемма Жордана и ее применение для вычисления несобственных интегралов	ОПК-1
15. Логарифмические вычеты и их применение	ОПК-1

### 5.2.2. Типовые контрольные вопросы для собеседования для оценки сформированности компетенции ОПК-1

На собеседовании проверяется, как студент освоил основные понятия. Он должен уметь давать развернутый ответ на следующие вопросы.

1. Предел последовательности комплексных чисел. Необходимое и достаточное условие сходимости.
2. Теорема об ограниченной последовательности. Критерий Коши.
3. Введение бесконечно удаленной точки (комплексного числа  $z=\infty$ ). Сфера Римана.
4. Определение функции комплексного переменного, ее геометрический смысл. Многозначность и однолиственность отображения.
5. Определение предела функции комплексного переменного по Коши и по Гейне. Непрерывность и ее геометрический смысл.
6. Примеры отображений, осуществляемых простейшими непрерывными функциями (линейная, квадратичная, отображение инверсии).
7. Определение производной функции комплексного переменного. Необходимое условие дифференцируемости функции комплексного переменного (условия Коши-Римана). Формула нахождения производной.
8. Достаточные условия дифференцируемости функции комплексного переменного. Понятие аналитической функции.
9. Условия Коши-Римана в полярных координатах. Формула вычисления производной. Пример: степенная функция.
10. Условия Коши-Римана для модуля и аргумента функции. Формула вычисления производной. Пример: показательная функция.
11. Простейшие свойства аналитических функций.
12. Свойства действительной и мнимой частей аналитической функции.



13. Геометрический смысл модуля и аргумента производной функции комплексного переменного. Свойства сохранения углов и постоянства растяжения.
14. Определение конформного отображения. Основная задача теории конформных отображений. Функции, осуществляющие конформные отображения.
15. Конформные отображения, осуществляемые линейной и степенной функциями. Поверхность Римана.
16. Конформное отображение, осуществляемое показательной функцией. Пример: отображение бесконечной вертикальной полосы на верхнюю полуплоскость.
17. Основные принципы конформного отображения.
18. Теорема Римана. Невозможность конформного отображения многосвязной области на односвязную. Условия единственности отображения.
19. Основные свойства конформного отображения, осуществляемого дробно-линейной функцией.
20. Отображение верхней полуплоскости на единичный круг с помощью дробно-линейной функции.
21. Определение интеграла от функции комплексного переменного, его вычисление.
22. Свойства интеграла от функции комплексного переменного.
23. Теорема Коши для односвязной области.
24. Обобщение теоремы Коши на случай многосвязной области.
25. Теорема о первообразной аналитической функции в односвязной области.
26. Введение неопределенного интеграла. Формула Ньютона-Лейбница.
27. Вывод формулы Коши. Следствия: формула среднего значения.
28. Принцип максимума модуля аналитической функции.
29. Аналитическая зависимость интеграла от параметра.
30. Существование производных всех порядков у аналитической функции.
31. Теоремы Морера и Лиувилля. Основная теорема алгебры.
32. Равномерная сходимость рядов функций комплексного переменного. Достаточный признак Вейерштрасса. Критерий Коши.
33. Первая теорема Вейерштрасса для рядов аналитических функций.
34. Свойства равномерно сходящихся рядов. Вторая теорема Вейерштрасса для рядов аналитических функций.
35. Теорема Абеля об области абсолютной и равномерной сходимости степенного ряда.
36. Следствия теоремы Абеля. Круг и радиус сходимости степенного ряда.
37. Формула Коши-Адамара для радиуса сходимости степенного ряда.
38. Теорема Тейлора.
39. Нули аналитической функции. Целая функция. Единственность определения аналитической функции.
40. Определение аналитического продолжения. Аналитическое продолжение в комплексную плоскость элементарных функций действительного переменного и соотношений между ними.
41. Аналитическое продолжение с помощью степенных рядов. Понятие полной аналитической функции.
42. Определение ряда Лорана. Область его сходимости. Теорема о разложении аналитической функции в ряд Лорана.
43. Правильные и особые точки. Классификация изолированных особых точек. Ограниченность функции в окрестности устранимой особой точки.
44. Поведение функции в окрестности полюса.
45. Теорема Сохоцкого-Вейерштрасса.
46. Разложение в ряд Лорана в окрестности бесконечно удаленной точки, классификация изолированной особой точки  $z=\infty$ .

47. Определение вычета. Вычисление вычетов.

48. Основная теорема теории вычетов. Теорема о сумме вычетов в расширенной комплексной плоскости.

49. Вычисление интегралов, содержащих тригонометрические функции, с помощью вычетов.

50. Вычисление главных значений несобственных интегралов вида  $\int_{-\infty}^{\infty} f(x)dx$  с помощью вычетов.

51. Лемма Жордана. Вычисление главных значений несобственных интегралов вида  $\int_{-\infty}^{\infty} \Phi(x)e^{imx}dx$  с помощью вычетов.

52. Логарифмический вычет. Вычисление вычетов логарифмической производной функции.

53. Теорема о числе нулей и полюсов, ее геометрический смысл.

### 5.2.3. Типовые практические задания для оценки сформированности компетенции ОПК-1

Практические задания направлены на формирование и контроль у обучающихся индикаторов компетенций ОПК-1.2, ОПК-1.3.

1. Построить область  $Re(z(1-i)^2) < 2$
2. Вычислить  $(-3-3i)^3/(1-i)^{1/2}$
3. Разложить в ряд Фурье на  $(0, \pi)$   $F(x) = x * \sin(2x - \pi)$
4. Проверить функции на аналитичность  $(3z-5)\sin z$
5. Вычислить интеграл, если а) контур содержит точку 0; б) контур содержит обе точки

$$\frac{1}{2\pi i} \oint \frac{\cos(z)}{(z-a)z^3} dz$$

6. Проверить функции на аналитичность  $f(x,y) = (x^2 + y^2)\exp(-x-i)$
7. Разложить в ряд Лорана  $\sin(z)/((z-2)(z-3))$  в окрестности точки  $z=3$ , в кольце  $2 < |z| < 3$
- 8.
9. Вычислить интеграл

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{x \sin 6x}{x^2 + 4x + 13} dx;$$

10. Вычислить интеграл

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{(x-1)e^{ix}}{x^2 - 2x + 2} dx.$$

11. Вычислить

$$\int_0^{2\pi} \frac{dx}{(2 + 3 \cos^2 x)^2}$$

## 6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

а) основная литература:

1. Свешников А.Г., Тихонов А.Н. Теория функций комплексной переменной. – М.: Физматлит, 2010. - [http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_id=48167](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=48167)

2. Лаврентьев М.А., Шабат Б.В. Методы теории функций комплексного переменного. – М.: Наука, 1987. – 42 экз.

3. Волковський Л.І., Лунц Г.Л., Араманович І.Г. Сборник задач по теории функций комплексного переменного. – М.: Физматлит, 2006. -

[https://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_cid=25&pl1\\_id=2763](https://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=25&pl1_id=2763)

4. Семерикова Н.П., Дубков А.А., Харчева А.А. Вычеты и их применение к вычислению интегралов Учебно-методическое пособие (электр.). Нижний Новгород: ННГУ, 2016 (35 с.) [http://www.unn.ru/books/met\\_files/raf-2016.pdf](http://www.unn.ru/books/met_files/raf-2016.pdf)

в) программное обеспечение и Интернет-ресурсы

Фонд образовательных электрон. ресурсов ННГУ

<http://www.unn.ru/books/resources>

Библиотека Eqworld (<http://eqworld.ipmnet.ru/>)

## **7. Материально-техническое обеспечение дисциплины**

Помещения представляют собой учебные аудитории для проведения учебных занятий, предусмотренных программой (лекционного типа), оснащенные оборудованием и техническими средствами обучения.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечены доступом в электронную информационно-образовательную среду.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО – бакалавриат по направлению подготовки 03.03.03 Радиофизика, утвержденного приказом Министерства науки и высшего образования РФ от 7 августа 2020 г. N 912.

Составитель: С.А. Лапинова

Заведующий кафедрой «Математические методы в радиофизике» И.С. Павлов

Программа одобрена на заседании методической комиссии радиофизического факультета/института  
от «25» мая 2023 года, протокол № 04/23.