

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

**федеральное государственное автономное  
образовательное учреждение высшего образования\_  
«Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет  
им. Н.И. Лобачевского»**

Институт информационных технологий, математики и механики

---

УТВЕРЖДЕНО

решением президиума Ученого совета ННГУ

протокол № 1 от 16.01.2024 г.

**Рабочая программа дисциплины**

Практикум по математическому анализу

---

Уровень высшего образования

Бакалавриат

---

Направление подготовки / специальность

01.03.03 - Механика и математическое моделирование

---

Направленность образовательной программы

Математическое моделирование и компьютерный инжиниринг

---

Форма обучения

очная

---

г. Нижний Новгород

2024 год начала подготовки

## 1. Место дисциплины в структуре ОПОП

Дисциплина Б1.О.35 Практикум по математическому анализу относится к обязательной части образовательной программы.

## 2. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями и индикаторами достижения компетенций)

Формируемые компетенции (код, содержание компетенции)	Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), в соответствии с индикатором достижения компетенции		Наименование оценочного средства	
	Индикатор достижения компетенции (код, содержание индикатора)	Результаты обучения по дисциплине	Для текущего контроля успеваемости	Для промежуточной аттестации
ОПК-1: Способен использовать фундаментальные знания, полученные в области математических и естественных наук, в профессиональной деятельности	ОПК-1.1: Знает основы фундаментальных физико-математических дисциплин и других естественных наук ОПК-1.2: Умеет анализировать и решать стандартные профессиональные задачи с применением фундаментальных знаний математики, физики и других естественных наук ОПК-1.3: Владеет навыками применения фундаментальных разделов механики, базовых знаний естественнонаучного и математического циклов при решении стандартных профессиональных задач	ОПК-1.1: Знать алгоритмы исследования функций при построении графиков и при вычислении основных характеристик геометрических фигур и физических величин, используя фундаментальные методы и приемы математического анализа.  ОПК-1.2: Уметь решать математические задачи и проблемы на основе полученных знаний из математического анализа при вычислении длины кривых, площади плоских фигур, объемов и массы тел, площади поверхностей, координат центра масс.  ОПК-1.3: Владеть различными методами и способами вычисления пределов, методами дифференциального и интегрального исчисления, методами разложения функции в степенные ряды и ряды Фурье.	Задания	Зачёт: Задания

### 3. Структура и содержание дисциплины

#### 3.1 Трудоемкость дисциплины

	<b>очная</b>
<b>Общая трудоемкость, з.е.</b>	<b>4</b>
<b>Часов по учебному плану</b>	<b>144</b>
в том числе	
<b>аудиторные занятия (контактная работа):</b>	
- занятия лекционного типа	<b>0</b>
- занятия семинарского типа (практические занятия / лабораторные работы)	<b>128</b>
- КСР	<b>2</b>
<b>самостоятельная работа</b>	<b>14</b>
<b>Промежуточная аттестация</b>	<b>0</b> <b>Зачёт</b>

#### 3.2. Содержание дисциплины

(структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и виды учебных занятий)

Наименование разделов и тем дисциплины	Всего (часы)	в том числе			
		Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы из них			Самостоятельная работа обучающегося, часы
		Занятия лекционного типа	Занятия семинарского типа (практические занятия/лабораторные работы), часы	Всего	
	0 0	0 0	0 0	0 0	0 0
Метод математической индукции и бином Ньютона. Решение задач.	5		4	4	1
Предел числовой последовательности. Решение задач.	12		10	10	2
Предел функции. Решение задач.	13		12	12	1
Непрерывные функции. Решение задач.	15		14	14	1
Производная функции. Решение задач.	11		10	10	1
Основные теоремы о дифференцируемых функциях и их приложения. Решение задач.	15		14	14	1
Неопределенный интеграл. Решение задач.	12		12	12	
Определенный интеграл. Решение задач.	13		12	12	1
Приложения определенного интеграла. Решение задач.	14		12	12	2
Функции многих переменных. Решение задач.	16		14	14	2
Кратные интегралы	16		14	14	2
Аттестация	0				

КСР	2			2	
Итого	144	0	128	130	14

### Содержание разделов и тем дисциплины

Решение задач по темам:

1 семестр

1. Метод математической индукции и бином Ньютона.
2. Предел числовой последовательности.
3. Предел функции.
4. Непрерывные функции: поиск и классификация точек разрыва.
5. Производная. Вычисление производных, поиск касательных и нормалей, вычисление дифференциалов, вычисление производных высших порядков. Применение правила Лопиталя при вычислении пределов, поиск разложений функций по формуле Тейлора. Исследование функций и построение графиков.

2 семестр.

6. Вычисление неопределенного интеграла. Непосредственное вычисление, подведение под знак дифференциала, замена переменного, интегрирование по частям, интегрирование дробно-рациональных функций, интегрирование выражений, содержащих тригонометрические функции, интегрирование простейших иррациональностей.
7. Вычисление определенного интеграла. Замена переменного, интегрирование по частям.
8. Приложение определенного интеграла: Вычисление площадей криволинейных фигур, длины дуги, объемов тел вращения, площадей поверхности вращения.
9. Функции нескольких переменных. Поиск областей определения и линий уровня функций двух переменных. Поверхности уровня функций трех переменных. Простейшие задачи на поиск пределов функции двух (трех) переменных и поиск точек разрыва. Частные производные, дифференциал. Касательная плоскость и нормаль к поверхности. Дифференцирование сложной функции, производная по направлению, градиент. Частные производные высших порядков. Формула Тейлора. Неявные функции. Локальные экстремумы. Условный экстремум.
10. Кратные интегралы. Вычисление двойных и тройных интегралов методом перехода к повторным и с помощью замены переменных. Переход к полярным координатам; к сферическим и цилиндрическим координатам.

#### 4. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся

Самостоятельная работа обучающихся включает в себя подготовку к контрольным вопросам и заданиям для текущего контроля и промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины приведенным в п. 5.

Самостоятельная работа обучающихся осуществляется в виде работы с рекомендованной обязательной и дополнительной литературой, подготовке к лекциям, подготовке к зачету.

#### 5. Фонд оценочных средств для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)

## 5.1 Типовые задания, необходимые для оценки результатов обучения при проведении текущего контроля успеваемости с указанием критериев их оценивания:

### 5.1.1 Типовые задания (оценочное средство - Задания) для оценки сформированности компетенции ОПК-1:

5.2.1. Задания к зачёту по дисциплине «Практикум по математическому анализу»	
1 семестр	
1.	ОПК-1
1. Найти предел $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[4]{1+x^2} + x^3 - 1}{\ln(\cos x)}$	
2. Найти $f'_+(0)$ ; $f'_-(0)$	
$f(x) = \arcsin(e^{x-1})$	
2.	ОПК-1
1. Доказать, что $\lim_{x \rightarrow 0} x \ln\left(\sin \frac{1}{x}\right)$ не существует.	
2. Разложить по формуле Тейлора функцию $f(x) = xe^{2x}$ в окрестности точки $x_0 = 1$ до $O((x-1)^6)$ .	
3.	ОПК-1
1. Доказать, что последовательность сходится	
$x_n = \frac{1}{n} + \frac{1}{n+1} + \dots + \frac{1}{2n}$	
2. Найти предел $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}-0} (x \sin x)^{\cot x}$ .	
4.	ОПК-1
1. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+3x+x^2) + \ln(1-3x+x^2)}{x^2}$ .	
2. Найти $f'_+(0)$ ; $f'_-(0)$	
$f(x) = \begin{cases} \frac{x}{2^x - 1}; & x \neq 0 \\ 0 & ; x = 0 \end{cases}$	

5.	ОПК-1
1. $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\sqrt[4]{\sin x} - \sqrt[4]{\sin x}}{\cos^2 x}$ .	
2. Найти $f'_+(0)$ ; $f'_-(0)$	
$f(x) = \begin{cases} x \arcsin\left(\cos \frac{1}{x}\right); & x \neq 0 \\ 0 & ; x = 0 \end{cases}$	
6.	ОПК-1
1. Найти предел $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{1+x} - 1 - \sin x}{\ln(1+x)}$	
2. Найти точки разрыва функции и установить их род $f(x) = \frac{1}{1+2^{\frac{1}{x}}}$ .	
7.	ОПК-1
1. Найти $y', y''$ , $y'''$ $\left[ \frac{1}{x}, \frac{1}{x^2}, \frac{1}{x^3}, \frac{1}{x^4}, \frac{1}{x^5}, \frac{1}{x^6}, \frac{1}{x^7}, \frac{1}{x^8}, \frac{1}{x^9}, \frac{1}{x^{10}} \right]$ , где $A$ — постоянная	
2. Исследовать на дифференцируемость функцию	
$f(x) = \begin{cases} x^2 \sin \frac{1}{x}; & x > 0 \\ e^{x^2} - 1; & x \leq 0 \end{cases}$	
8.	ОПК-1
1. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left( x + \sqrt{\frac{x^2 + 2x^2}{x+1}} \right)$ .	
2. Найти $f'(x)$	
$f(x) = \begin{cases} \frac{\sin x}{x} + x; & x \neq 0 \\ 1 & ; x = 0 \end{cases}$	

<p>9.</p> <p>1. <math>\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos(1 - \cos x)}{x^4}</math>.</p> <p>2. Найти асимптоты графика функции</p> $y = \sqrt{x^4 + x^2} - \sqrt{x^2 - x^2}$	ОПК-1
<p>10.</p> <p>1. <math>\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{1 + x \sin x} - \sqrt{\cos 2x}}{\lg^2\left(\frac{x}{2}\right)}</math>.</p> <p>2. Найти <math>f'(0)</math></p> $f(x) = \begin{cases} \sin\left(x^2 \sin \frac{2}{x}\right); & x \neq 0 \\ 0; & x = 0 \end{cases}$	ОПК-1
<p>11.</p> <p>1. Доказать, что последовательность расходится</p> $x_n = \frac{2^{n+1} - (-3)^n}{(-2)^n + 3^{n+1}}$ <p>2. <math>\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln x \ln(1+x)}{\sqrt{x}}</math></p>	ОПК-1
<p>12.</p> <p>1. Доказать, что последовательность расходится</p> $x_n = \frac{1}{2^2} + \frac{2}{3^2} + \dots + \frac{n}{(n+1)^2}$ <p>2. <math>\lim_{x \rightarrow 0} (2\sqrt{x} + x)^{\frac{1}{\sin x}}</math></p>	ОПК-1

### Критерии оценивания (оценочное средство - Задания)

Оценка	Критерии оценивания
зачтено	Ответ полный и правильный на основании изученной теории; теоретический материал и решение поставленных задач изложены в необходимой логической последовательности, грамотный научный язык; ответ самостоятельный. Могут быть допущены две-три не существенные ошибки, исправленные по требованию преподавателя.
не зачтено	Ответ обнаруживает непонимание студентом основного содержания учебного материала или допущены существенные ошибки, которые не могут быть исправлены при наводящих вопросах преподавателя.

### 5.2. Описание шкал оценивания результатов обучения по дисциплине при промежуточной аттестации

#### Шкала оценивания сформированности компетенций

Уровень сформированности компетенций (индикатора достижения компетенций)	плохо	неудовлетворительно	удовлетворительно	хорошо	очень хорошо	отлично	превосходно
	не зачтено		зачтено				
<u>Знания</u>	Отсутствие знаний теоретического материала. Невозможность оценить полноту знаний	Уровень знаний ниже минимальных требований. Имели место грубые ошибки	Минимально допустимый уровень знаний. Допущено много	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовк	Уровень знаний в объеме, превышающем программу подготовки.

	вследствие отказа обучающегося от ответа		негрубых ошибок	. Допущено несколько негрубых ошибок	. Допущено несколько несущественных ошибок	и. Ошибок нет.	
<u>Умения</u>	Отсутствие минимальных умений. Невозможность оценить наличие умений вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы основные умения. Имели место грубые ошибки	Продемонстрированы основные умения. Решены типовые задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, но не в полном объеме	Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания в полном объеме, но некоторые с недочетами	Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания в полном объеме, но некоторые с недочетами	Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с отдельным и несущественными недочетами, выполнены все задания в полном объеме	Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме без недочетов
<u>Навыки</u>	Отсутствие базовых навыков. Невозможность оценить наличие навыков вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы базовые навыки. Имели место грубые ошибки	Имеется минимальный набор навыков для решения стандартных задач с некоторым и недочетами	Продемонстрированы базовые навыки при решении стандартных задач с некоторым и недочетами	Продемонстрированы базовые навыки при решении стандартных задач без ошибок и недочетов	Продемонстрированы навыки при решении нестандартных задач без ошибок и недочетов	Продемонстрирован творческий подход к решению нестандартных задач

### Шкала оценивания при промежуточной аттестации

Оценка		Уровень подготовки
зачтено	<b>превосходно</b>	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «превосходно», продемонстрированы знания, умения, владения по соответствующим компетенциям на уровне выше предусмотренного программой
	<b>отлично</b>	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «отлично».
	<b>очень хорошо</b>	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «очень хорошо»
	<b>хорошо</b>	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «хорошо».
	<b>удовлетворительно</b>	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «удовлетворительно», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «удовлетворительно»
не зачтено	<b>неудовлетворительно</b>	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «неудовлетворительно».
	<b>плохо</b>	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «плохо»

## 5.3 Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения на промежуточной аттестации с указанием критериев их оценивания:

### 5.3.1 Типовые задания (оценочное средство - Задания) для оценки сформированности компетенции ОПК-1

5.3.1. Задания к зачёту по дисциплине «Практикум по математическому анализу»	
1 семестр	
1.	ОПК-1
1. Найти предел $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{1+x^3} + x^3 - 1}{\ln(\cos x)}$	
2. Найти $f'_+(0)$ ; $f'_-(0)$	
$f(x) = \arcsin(e^{-x^2})$	
2.	ОПК-1
1. Доказать, что $\lim_{x \rightarrow 0} x/g(x) \left( \sin \frac{1}{x} \right)$ не существует.	
2. Разложить по формуле Тейлора функцию $f(x) = xe^{x^2}$ в окрестности точки $x_0 = 1$ до $O((x-1)^3)$ .	
3.	ОПК-1
1. Доказать, что последовательность сходится	
$x_n = \frac{1}{n} + \frac{1}{n+1} + \dots + \frac{1}{2n}$	
2. Найти предел $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}-0} (x \sin x)^{\cos x}$ .	
4.	ОПК-1
1. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+3x+x^2) + \ln(1-3x+x^2)}{x^2}$ .	
2. Найти $f'_+(0)$ ; $f'_-(0)$	
$f(x) = \begin{cases} \frac{x}{2^x - 1}; & x \neq 0 \\ 0 & ; x = 0 \end{cases}$	

5.	ОПК-1
1. $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\sqrt[3]{\sin x} - \sqrt[3]{\sin x}}{\cos^2 x}$ .	
2. Найти $f'_+(0)$ ; $f'_-(0)$	
$f(x) = \begin{cases} x \arcsin\left(\cos \frac{1}{x}\right); & x \neq 0 \\ 0 & ; x = 0 \end{cases}$	
6.	ОПК-1
1. Найти предел $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[4]{1+x} - 1 - \sin x}{\ln(1+x)}$	
2. Найти точки разрыва функции и установить их род $f(x) = \frac{1}{1+2^{\frac{1}{x}}}$ .	
7.	ОПК-1
1. Найти $y^{(n)}$ , $y^{(n)} = \left[ \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} + \frac{1}{x^3} + \dots + \frac{1}{x^n} \right]$ , где $A$ - постоянная	
2. Исследовать на дифференцируемость функцию	
$f(x) = \begin{cases} x^2 \sin \frac{1}{x}; & x > 0 \\ e^{x^2} - 1 & ; x \leq 0 \end{cases}$	
8.	ОПК-1
1. $\lim_{x \rightarrow -1} \left( x + \sqrt{\frac{x^2 + 2x^2}{x+1}} \right)$ .	
2. Найти $f'(x)$	
$f(x) = \begin{cases} \frac{\sin x}{x} + x; & x \neq 0 \\ 1 & ; x = 0 \end{cases}$	



<p>9.</p> <p>1. <math>\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos(1 - \cos x)}{x^2}</math>.</p> <p>2. Найти асимптоты графика функции <math>y = \sqrt{x^4 + x^2} - \sqrt{x^2 - x^2}</math></p>	ОПК-1
<p>10.</p> <p>1. <math>\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{1+x} \sin x - \sqrt{\cos 2x}}{\lg^2\left(\frac{x}{2}\right)}</math>.</p> <p>2. Найти <math>f'(0)</math></p> <p><math>f(x) = \begin{cases} \sin\left(x^2 \sin \frac{2}{x}\right); &amp; x \neq 0 \\ 0 &amp; ; x = 0 \end{cases}</math></p>	ОПК-1
<p>11.</p> <p>1. Доказать, что последовательность расходится</p> <p><math>x_n = \frac{2^{n+1} - (-3)^n}{(-2)^n + 3^{n+1}}</math></p> <p>2. <math>\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln x \ln(1+x)}{\sqrt{x}}</math></p>	ОПК-1
<p>12.</p> <p>1. Доказать, что последовательность расходится</p> <p><math>x_n = \frac{1}{2^2} + \frac{2}{3^2} + \dots + \frac{n}{(n+1)^2}</math></p> <p>2. <math>\lim_{x \rightarrow 0} (2\sqrt{x} + x)^{\frac{1}{\sin x}}</math></p>	ОПК-1

### Критерии оценивания (оценочное средство - Задания)

Оценка	Критерии оценивания
зачтено	Ответ полный и правильный на основании изученной теории; теоретический материал и решение поставленных задач изложены в необходимой логической последовательности, грамотный научный язык; ответ самостоятельный. Могут быть допущены две-три не существенные ошибки, исправленные по требованию преподавателя.
не зачтено	Ответ обнаруживает непонимание студентом основного содержания учебного материала или допущены существенные ошибки, которые не могут быть исправлены при наводящих вопросах преподавателя.

### 6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля)

Основная литература:

1. Берман Георгий Николаевич. Сборник задач по курсу математического анализа : учеб. пособие. - СПб. : Лань, 2016. - 492 с. : ил. - (Учебники для вузов. Специальная литература). - ISBN 978-5-8114-0657-9 : 900.00., 1 экз.

Дополнительная литература:

1. Демидович Борис Павлович. Сборник задач и упражнений по математическому анализу : [для ун-тов и пед. ин-тов]. - Изд. 5-е, доп. - М. : Физматгиз, 1963. - 544 с. : черт. - 1.07., 2 экз.
2. Берман Георгий Николаевич. Сборник задач по курсу математического анализа : учеб. пособие. - СПб. : Лань, 2016. - 492 с. : ил. - (Учебники для вузов. Специальная литература). - ISBN 978-5-8114-0657-9 : 900.00., 1 экз.
3. Берман Георгий Николаевич. Сборник задач по курсу математического анализа : учеб. пособие.

- 22-е изд., перераб. - Стер. изд. - М. : Альянс, 2016. - 432 с. - ISBN 978-5-91872-089-9 : 969.90., 40 экз.

4. Берман Георгий Николаевич. Сборник задач по курсу математического анализа : учеб. пособие. - 22-е изд., перераб. - СПб. : Профессия, 2001. - 432 с. : ил. - (Специалист). - ISBN 5-93913-009-7 : 200.00., 1 экз.

5. Берман Георгий Николаевич. Сборник задач по курсу математического анализа : учеб. пособие для студентов вузов. - 22-е изд. - М. : Транспортная компания, 2015. - 432 с. - ISBN 978-5-4365-0169-7 : 896.00., 3 экз.

6. Берман Георгий Николаевич. Сборник задач по курсу математического анализа : учеб. пособие / Г. Н. Берман. - Санкт-Петербург ; Москва ; Краснодар : Лань, 2023. - 492 с. : ил. - (Высшее образование). - ISBN 978-5-507-46033-5 : 1572.00., 1 экз.

7. Берман Георгий Николаевич. Сборник задач по курсу математического анализа : учеб. пособие для вузов. - СПб. : Специальная Литература, 1998. - 445 с. - 45.50., 2 экз.

8. Берман Георгий Николаевич. Сборник задач по курсу математического анализа : [учеб. пособие для вузов]. - 19-е изд., стер. - М. : Наука, 1977. - 416 с. : ил. - 1.00., 40 экз.

9. Берман Георгий Николаевич. Сборник задач по курсу математического анализа : [для вузов]. - Изд. 17-е. - М. : Наука, 1972. - 416 с. : с черт. - 1.01., 3 экз.

Программное обеспечение и Интернет-ресурсы (в соответствии с содержанием дисциплины):

<http://www.unn.ru/books/resources.html>

<http://new.e-vmk.unn.ru/sites/>

## **7. Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля)**

Учебные аудитории для проведения учебных занятий, предусмотренных образовательной программой, оснащены мультимедийным оборудованием (проектор, экран), техническими средствами обучения, компьютерами, специализированным оборудованием: Мультимедийная техника (компьютер, проектор, экран).

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечены доступом в электронную информационно-образовательную среду.

Программа составлена в соответствии с требованиями ОС ННГУ по направлению подготовки/специальности 01.03.03 - Механика и математическое моделирование.

Автор(ы): Круглов Евгений Валентинович, кандидат физико-математических наук, доцент.

Заведующий кафедрой: Калинин Алексей Вячеславович, доктор физико-математических наук.

Программа одобрена на заседании методической комиссии от 13.12.2023, протокол № 3.