

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

**Федеральное государственное автономное  
образовательное учреждение высшего образования  
«Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет  
им. Н.И. Лобачевского»**

Институт экономики и предпринимательства  
*(факультет / институт / филиал)*

---

УТВЕРЖДЕНО  
решением ученого совета ННГУ  
протокол от  
«30» ноября 2022 г. № 13

## **Рабочая программа дисциплины**

**Математика**

---

*(наименование дисциплины (модуля))*

Уровень высшего образования

**бакалавриат**

---

*(бакалавриат / магистратура / специалитет)*

Направление подготовки / специальность

**38.03.04 Государственное и муниципальное управление**

---

*(указывается код и наименование направления подготовки / специальности)*

Направленность образовательной программы

**Региональное и муниципальное управление**

---

*(указывается профиль / магистерская программа / специализация)*

Форма обучения

**Очная, очно-заочная**

---

*(очная / очно-заочная / заочная)*

Нижегород

2023 год

## 1. Место дисциплины в структуре ООП

Дисциплина Б1.О.11 «Математика» относится к обязательной части ООП направления подготовки 38.03.04 Государственное и муниципальное управление для освоения в 1 и 2 семестрах.

Дисциплина «Математика» имеет логические и методологические последующие связи с такими дисциплинами как «Статистика», «Экономико-математические методы и модели в управлении».

Дисциплина «Математика» должна обеспечить подготовку будущих специалистов владеющих теоретическими знаниями, практическими навыками, умеющих использовать эти знания в профессиональной деятельности. Она является основной среди дисциплин обеспечивающих базовую подготовку обучаемых и должна способствовать развитию творческих способностей будущих специалистов, умению решать прикладные задачи в области профессиональной деятельности.

### Цели освоения дисциплины (модуля):

- владение системой математических знаний и умений в той степени, которая достаточна для изучения смежных дисциплина современном уровне и для продолжения образования в магистратуре;
- интеллектуальное развитие, формирование уровня абстрактного и логического мышления и алгоритмической культуры, которые необходимы для прохождения обучения в университете и будущей профессиональной деятельности;
- получение базовых знаний и формирование основных навыков, необходимых для решения задач возникающих в практической управленческой деятельности.

## 2. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями и индикаторами достижения компетенций)

Формируемые компетенции (код, содержание компетенции)	Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), в соответствии с индикатором достижения компетенции	
	Индикатор достижения компетенции* (код, содержание индикатора)	Результаты обучения по дисциплине**
УК-2  Способен определять круг задач в рамках поставленной цели и выбирать оптимальные способы их решения, исходя из действующих правовых норм, имеющихся ресурсов и ограничений.	УК-2.1.  Формирует в рамках поставленной цели проекта совокупность взаимосвязанных задач, обеспечивающих ее достижение.  УК-2.2  Проектирует решение конкретной задачи проекта, выбирая оптимальный способ ее решения, исходя из действующих правовых норм, имеющихся ресурсов	<i>Знать:</i> 1. Фундаментальные разделы математики необходимые для логического осмысления и обработки информации в профессиональной деятельности. 2. Методы обработки и анализа статистических данных.  <i>Уметь:</i> 1. Использовать математический

	и ограничений.  УК-2.3 Определяет ожидаемые результаты решения выделенных задач.  УК-2.4 Публично представляет результаты решения конкретной задачи проекта.	язык , математическую символику и математические методы при построении организационно-управленческих моделей для решения практических задач управления.  <i>Владеть:</i> Математическими методами решения типовых управленческих задач.
--	--	--

### 3. Структура и содержание дисциплины

#### 3.1 Трудоемкость дисциплины

	очная форма обучения	очно-заочная форма обучения
<b>Общая трудоемкость, ч</b>	<b>324</b>	<b>324</b>
<b>Часов по учебному плану, ч</b>	<b>324</b>	<b>324</b>
<b>в том числе</b>		
<b>аудиторные занятия (контактная работа):</b>	<b>128</b>	<b>28</b>
- занятия лекционного типа, ч	64	12
- занятия семинарского типа, ч	64	16
( практические занятия / лабораторные работы)		
<b>самостоятельная работа</b>	<b>121</b>	<b>280</b>
<b>КСР</b>	<b>3</b>	<b>3</b>
<b>Промежуточная аттестация – экзамен/зачет</b>	<b>72</b>	<b>13</b>

### 3.2. Содержание дисциплины

Наименование и краткое содержание разделов и тем дисциплины	Всего (часы)		в том числе					
			Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы				Самостоятельная работа обучающегося, часы	
	из них		Занятия лекционного типа		Занятия семинарского типа			
	Очная	Очно-заочная	Очная	Очно-заочная	Очная	Очно-заочная	Очная	Очно-заочная
<b>Раздел 1. Дифференциальное исчисление</b>								
Тема 1 Введение.	2	2	2				3	4
Тема 2. Предел и непрерывность функции	24	24	8	8	8	8	8	8
Тема 3. Дифференциальное исчисление функции одной переменной.	24	24	8	8	8	8	8	8
Тема 4. Дифференциальное исчисление функции нескольких переменных.	22	22	6	8	8	8	8	8
<b>Итого</b>	<b>72</b>	<b>72</b>	<b>24</b>	<b>24</b>	<b>24</b>	<b>24</b>	<b>24</b>	<b>24</b>
<b>Раздел 2. Интегральное исчисление</b>								
Тема 5. Неопределенный интеграл.	18	18	4	2	4	6	10	16
Тема 6. Определенный интеграл.	18	18	4	2	6	6	18	14
<b>Раздел 3. Векторная алгебра</b>								
Тема 7 Векторы на плоскости и в пространстве.	18	16	4	2	2	4	12	10
Тема 8 Размерность и базис векторного пространства.	16	18	6	8	2	4	8	6
Текущий контроль	2	2	2	2				
<b>Итого</b>	<b>36</b>	<b>36</b>	<b>12</b>	<b>12</b>	<b>4</b>	<b>8</b>	<b>20</b>	<b>16</b>
<b>Итого в 1 семестре</b>	<b>144</b>	<b>144</b>	<b>48</b>	<b>48</b>	<b>48</b>	<b>48</b>	<b>48</b>	<b>48</b>
<b>Промежуточная аттестация – зачет.</b>								
<b>Раздел 4. Матрицы и системы линейных уравнений.</b>								
Тема 9 Матрицы и определители.	20	20	4	1	4	1	2	8

Тема 10 Системы линейных уравнений.	10	10	4	1	4	1	2	8
Итого	30	30	8	2	8	2	6	18
<b>Раздел 5. Аналитическая геометрия</b>								
Тема 11 Уравнение прямой линии. Условие параллельности и перпендикулярности прямых.	10	10	2	1	2	1	2	4
Тема 12 Окружность и эллипс.	10	10	2	1	2	1	2	4
Тема 13. Гипербола и парабола	10	10	4		4		2	10
Итого	30	30	8	2	8	2	6	18
<b>Раздел 6. Теория вероятностей и математическая статистика</b>								
Тема 14. Случайные события.	24	24	2	2	2	2	2	2
Тема 15. Случайные величины и их числовые характеристики.	24	24	4	2	4	4	4	2
Тема 16. Основные законы распределения случайных величин.	24	24	8	10	8	8	8	10
Тема 17. Случайные векторы.	24	24	6	8	8	8	6	6
Тема 18. Статистическое оценивание.	6	6	6	6	8	8	10	8
Тема 19. Проверка гипотез.	4	4	8	8	6	4	6	8
Текущий контроль.	2	2	2			2		
Итого	108	108	36	36	36	36	36	36
<b>Итого во 2 семестре</b>	<b>180</b>	<b>180</b>	<b>60</b>	<b>60</b>	<b>60</b>	<b>60</b>	<b>60</b>	<b>60</b>
<b>Промежуточная аттестация- экзамен</b>								

#### 4. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся

К каждому практическому занятию по текущим темам студенты самостоятельно решают в качестве домашних заданий задачи из сборников, указанных в списке основной литературы, либо разработанных преподавателями кафедры (см. Методическое обеспечение)..

Кроме этого, ниже приводится список заданий и вопросов различной сложности, которые также могут быть использованы студентами для самостоятельной работы с целью углубленного изучения предмета.

Тема 2. Предел и непрерывность функции.

1. Привести примеры элементарных и неэлементарных функций.
2. Привести примеры сходящихся и расходящихся числовых последовательностей.
3. Привести пример функции имеющей разрывы 1-го рода.
4. Привести пример функции имеющей разрывы 2-го рода.
5. Доказать, что первый замечательный предел равен 1.

Тема 3. Дифференциальное исчисление функций одной переменной. функции.

1. Определение производной. Зависимость между непрерывностью и дифференцируемостью функции.
2. Производная сложной и обратной функций.
3. Понятие производных высших порядков.

4. Схема вычисления производной. Основные правила дифференцирования.
5. Физический смысл производной.

Тема 4. Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных.

1. Понятие частных производных функции многих переменных.
2. Частные производные высших порядков..
3. Дифференцирование неявных функций.

Тема 5. Неопределенный интеграл.

1. Доказать формулу интегрирования по частям для неопределенного интеграла.
2. Метод замены переменной при взятии неопределенного интеграла.
3. Свойства неопределенного интеграла. Интегралы от основных элементарных функций.

Тема 6. Определенный интеграл.

1. Найти точное значение интеграла  $\int_0^1 \sqrt{1+x^2} dx$ .
2. Вычислить интеграл  $\int_0^x \frac{\sin x}{x} dx$  с точностью до 0,001.
3. Найти приближенное значение  $\int_0^1 \sqrt{1+x^2} dx$  по формуле трапеций с  $n = 10$ .
4. Геометрическое приложение определенного интеграла.
5. оценить интеграл  $\int_0^{\infty} \frac{1}{1+x^4} dx$ .

Тема 7. Векторы на плоскости и в пространстве...

1. Скалярное, векторное и смешанное произведения векторов.
2. Доказать, что при элементарных преобразованиях сохраняется линейная зависимость системы векторов.
3. Понятие  $n$ -мерного вектора и векторного пространства.

Тема 8. Размерность и базис векторного пространства.

1. Выяснить являются ли векторы  $\bar{a}_1 = (1,3,1,3)$ ,  $\bar{a}_2 = (2,1,1,2)$ ,  $\bar{a}_3 = (3,-1,1,1)$  линейно зависимыми.
2. В базисе  $e_1, e_2, e_3$  заданы векторы  $\bar{a}_1 = (1,1,0)$ ,  $\bar{a}_2 = (1,-1,1)$ ,  $\bar{a}_3 = (-3,5,-6)$ . Показать, что векторы  $\bar{a}_1, \bar{a}_2, \bar{a}_3$  образуют базис.
3. По условию предыдущего примера вектор  $\bar{b} = (4,-4,5)$  заданный в базисе  $e_1, e_2, e_3$  выразить в базисе  $\bar{a}_1, \bar{a}_2, \bar{a}_3$ .

Тема 9 Матрицы и определители.

1. Вычислить определитель матрицы: 
$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 3 & 4 & 1 \\ 3 & 4 & 1 & 2 \\ 4 & 1 & 2 & 3 \end{vmatrix}.$$
2. Найти ранг матрицы 
$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & 4 \\ 0 & 5 & -1 & 4 \\ -1 & 3 & 4 & 6 \end{pmatrix}.$$
3. Определить имеет ли матрица обратную, и если имеет, то вычислить ее 
$$\begin{pmatrix} 4 & -8 & -5 \\ -4 & 7 & -1 \\ -3 & 5 & 1 \end{pmatrix}.$$
4. Решить матричное уравнение: 
$$\begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 5 & -2 \end{pmatrix} \cdot X \cdot \begin{pmatrix} 5 & 6 \\ 7 & 8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 14 & 16 \\ 9 & 10 \end{pmatrix}.$$

#### Тема 10 Системы линейных уравнений (СЛУ).

1. Доказать, что элементарные преобразования приводят к равносильной СЛУ.
2. Вывести формулы Крамера из формулы разложения определителя по строке.
3. Доказать, что элементарные преобразования (СЛУ) могут быть заменены на умножение на некоторые «элементарные» матрицы.

#### Тема 11 Уравнение прямой линии. Условие параллельности и перпендикулярности прямых.

1. Прямая как линия первого порядка. Общее уравнение прямой на плоскости. Уравнение прямой, проходящей через заданную точку перпендикулярно заданному вектору.
2. Различные виды задания прямой на плоскости.
3. Взаимное расположение двух прямых на плоскости. Вычисление угла между прямыми.

#### Тема 12. Окружность и эллипс.

1. Общее уравнение линии второго порядка.
2. Эллипс и его свойства.

#### Тема 13. Гипербола и парабола.

1. Общее уравнение линии второго порядка. Классификация линий второго порядка.
2. Парабола и ее свойства.
3. Гипербола и ее свойства.

#### Тема 14. Случайные события.

1. Привести пример зависимых и независимых событий.
2. Привести примеры совместных и несовместных событий.
3. Доказать самостоятельно формулу полной вероятности.
4. Вывести основные комбинаторные формулы.

#### Тема 15. Случайные величины и их числовые характеристики.

1. Построить функцию распределения для числа успехов в 7 независимых испытаниях, если вероятность успеха в одном испытании равна  $p = 0,5$ .
2. Найти числовые характеристики нормального распределения.
3. Найти числовые характеристики биномиального распределения.
4. Найти среднее значение пуассоновской случайной величины.

Тема 16. Основные законы распределения случайных величин.

1. Записать формулу Пуассона для параметра  $\lambda = 3$  и  $n = 6$ .
2. Вычислить числовые характеристики равномерного, нормального и показательного распределений.
3. Записать ряд распределения числа успехов в серии  $n = 6$  независимых испытаний для вероятности успеха в одном испытании  $p = 0,5$ .
4. Построить функцию распределения биномиальной случайной величины из задания 3.

Тема 17. Случайные векторы.

1. Найти закон распределения суммы двух независимых биномиально распределенных величин с  $n = 4$  и  $p = 0,5$ .

Тема 18. Статистическое оценивание

1. Провести серию из 10 испытаний состоящих в 6 кратном подбрасывании монеты.
2. Найти выборочное среднее и выборочную дисперсию числа успехов (закрывающихся, например, в появлении «орла»).
3. Составить гистограмму.
4. Построить эмпирическую функцию распределения.
5. Построить доверительный интервал с уровнем значимости  $0,01$ , предполагая что число успехов имеет нормальное распределение.

Тема 19. Проверка гипотез.

1. Проверить гипотезу о нормальном характере распределения случайной величины числа успехов заданий к теме 18 по критерию Пирсона.

Для реализации самостоятельной работы на заочной ферме обучения предлагается контрольная работа по дисциплине «Математика».

**Теоретические вопросы для подготовки к промежуточной аттестации за 1-й семестр.**

1. Понятие функции. Способы задания функций. Примеры. Элементарные функции.
2. Числовая последовательность. Предел числовой последовательности. Примеры.
3. Предел функции (два определения). Основные теоремы о пределах. Второй замечательный предел.
4. Бесконечно малые и бесконечно большие функции. Первый замечательный предел, его геометрический смысл.
5. Предел функции. Непрерывность функции в точке. Точки разрыва функции и их классификация. Примеры.
6. Функции непрерывные на отрезке (определение). Свойства функций непрерывных на отрезке.
7. Производная функции, ее геометрический и механический смысл. Дифференцируемость и непрерывность функции.

8. Производные элементарных функций.
  9. Основные правила дифференцирования.
  10. Дифференциал функции. Производные и дифференциалы высших порядков.
  11. Правило Лопиталя.
  12. Возрастание и убывание функции. Исследование возрастания и убывания функции с помощью производной.
  13. Экстремум функции. Необходимое условие экстремума. Достаточные условия экстремума.
  14. Формулы Тейлора и Маклорена.
  15. Выпуклость функции. Исследование выпуклости с помощью второй производной. Точки перегиба.
  16. Асимптоты. Общая схема исследования функций.
  17. Понятие функции нескольких переменных. Предел и непрерывность, частные производные и дифференциал.
  18. Первообразная. Понятие неопределенного интеграла.
  19. Свойства неопределенного интеграла.
  20. Взятие неопределенного интеграла методом замены переменной. Интегрирование по частям.
  21. Определенный интеграл и его геометрический смысл. Формула Ньютона-Лейбница.
  22. Геометрические приложения определенного интеграла.
  23. Несобственные интегралы. Определение, примеры.
  24. Векторы и линейные операции над ними.
  25. Скалярное произведение векторов и его свойства. Длина вектора, угол между векторами.
  26. Линейно зависимые и линейно независимые системы векторов.
  27. Разложение вектора по произвольному базису.
  28. Различные виды уравнения прямой на плоскости. Угол между прямыми.
  29. Прямая и плоскость в пространстве
  30. Кривые 2-го порядка: эллипс, парабола, гипербола.
- За 2-й семестр.**

1. Системы линейных алгебраических уравнений. Метод Гаусса.
2. Определители 2-го и 3-го порядка и их свойства.
3. Матрицы и действия над ними. Свойства операций над матрицами.
4. Обратная матрица и способы ее нахождения.
5. Решение систем линейных алгебраических уравнений с использованием формул Крамера и с помощью обратной матрицы.
6. Основные понятия теории вероятностей. Операции над событиями.
7. Аксиоматическое построение теории вероятностей. Классическая вероятностная схема.
8. Элементы комбинаторики и вычисление вероятностей событий. Геометрическая вероятность.
9. Теорема сложения вероятностей.
10. Условная вероятность. Независимость событий. Теорема умножения вероятностей.
11. Формула полной вероятности.
12. Формула Байеса.
13. Вероятность событий в схеме Бернулли.
14. Локальная и интегральная теоремы Муавра-Лапласа.
15. Определение случайной величины. Функция распределения и ее свойства.

16. Ряд распределения, полигон и функция распределения дискретной случайной величины.
17. Плотность распределения и функция распределения непрерывной случайной величины.
18. Математическое ожидание и функция распределения непрерывной случайной величины.
19. Дисперсия и среднее квадратическое отклонение дискретной и непрерывной случайной величины.
20. Распределения дискретных случайных величин: биномиальное распределение, распределение Пуассона и их числовые характеристики.
21. Равномерное распределение случайных величин и их числовые характеристики.
22. Нормальное распределение и его числовые характеристики.
23. Числовые характеристики системы случайных величин.
24. Выборка из генеральной совокупности. Гистограмма.
25. Статистический ряд распределения случайной величины. Гистограмма.
26. Статистические оценки числовых параметров распределения и их свойства. Доверительный интервал.
27. Понятие об ошибках первого и второго рода. Уровень значимости.
28. Проверка гипотез по критерию Стьюдента.
29. Проверка гипотез по критерию Фишера.
30. Проверка гипотез по критерию Пирсона.

Билеты (варианты тестов) к зачетам экзаменам состоят из нескольких теоретических вопросов выбранных из приведенных выше списков, а также задач аналитических решаемых на практических занятиях.

## 5. Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации по дисциплине (модулю), включающий:

### 5.1. Описание шкал оценивания результатов обучения по дисциплине

Уровень сформированности компетенций (индикатора достижения компетенций)	Шкала оценивания сформированности компетенций						
	плохо	неудовлетворительно	удовлетворительно	хорошо	очень хорошо	отлично	превосходно
	не зачтено			зачтено			
<u>Знания</u>	Отсутствие знаний теоретического материала.  Невозможность оценить полноту знаний вследствие отказа обучающегося от ответа	Уровень знаний ниже минимальных требований. Имели место грубые ошибки.	Минимально допустимый уровень знаний. Допущено много негрубых ошибок.	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько негрубых ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько несущественных ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки, без ошибок.	Уровень знаний в объеме, превышающем программу подготовки.
<u>Умения</u>	Отсутствие	При решении	Продемон-	Продемон-	Продемон-	Продемон-	Продемон-

	минимальных умений . Невозможность оценить наличие умений вследствие отказа обучающегося от ответа	стандартных задач не продемонстрированы основные умения.  Имели место грубые ошибки.	стрированы основные умения. Решены типовые задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания но не в полном объеме.	стрированы все основные умения. Решены все основные задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, в полном объеме, но некоторые с недочетами.	стрированы все основные умения. Решены все основные задачи . Выполнены все задания, в полном объеме, но некоторые с недочетами.	стрированы все основные умения, решены все основные задачи с отдельными несущественными недочетами, выполнены все задания в полном объеме.	стрированы все основные умения, Решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме без недочетов
<u>Навыки</u>	Отсутствие владения материалом. Невозможность оценить наличие навыков вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы базовые навыки.  Имели место грубые ошибки.	Имеется минимальный набор навыков для решения стандартных задач с некоторыми недочетами	Продемонстрированы базовые навыки  при решении стандартных задач с некоторыми недочетами	Продемонстрированы базовые навыки  при решении стандартных задач без ошибок и недочетов.	Продемонстрированы навыки  при решении нестандартных задач без ошибок и недочетов.	Продемонстрирован творческий подход к решению нестандартных задач

### Шкала оценки при промежуточной аттестации

Оценка		Уровень подготовки
зачтено	<b>превосходно</b>	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «превосходно», продемонстрированы знания, умения, владения по соответствующим компетенциям на уровне, выше предусмотренного программой
	<b>отлично</b>	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «отлично», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «отлично»
	<b>очень хорошо</b>	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «очень хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «очень хорошо»
	<b>хорошо</b>	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «хорошо»
	<b>удовлетворительно</b>	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «удовлетворительно», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «удовлетворительно»

не зачтен	неудовлетворительно	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «неудовлетворительно», ни одна из компетенций не сформирована на уровне «плохо»
	плохо	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «плохо»

## 5.2. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения.

### 5.2.1 Контрольные вопросы

<i>Вопросы</i>	<i>Код формируемой компетенции</i>
1. Способы задания функций.	УК-2
2. Предел функции (два определения). Основные теоремы о пределах.	УК-2
3. Бесконечно малые и бесконечно большие функции	УК-2
4. Производная функции, ее геометрический и механический смысл.	УК-2
5. Основные правила дифференцирования.	УК-2
6. Дифференциал функции.	УК-2
7. Экстремум функции. Необходимое условие экстремума.	УК-2
8. Асимптоты. Общая схема исследования функций.	УК-2
9. Понятие функции нескольких переменных	УК-2
10. Свойства неопределенного интеграла	УК-2
11. Определенный интеграл и его геометрический смысл.	УК-2
12. Основные понятия теории вероятностей. Операции над событиями	УК-2
13. Несобственные интегралы.	УК-2
14. Векторы и линейные операции над ними.	УК-2
15. Разложение вектора по произвольному базису.	УК-2
16. Прямая и плоскость в пространстве.	УК-2
17. Кривые 2-го порядка: эллипс, парабола, гипербола.	УК-2
18. Определители 2-го и 3-го порядка и их свойства.	УК-2
19. Матрицы и действия над ними.	УК-2
20. Основные понятия теории вероятностей.	УК-2
21. Теорема сложения вероятностей.	УК-2
22. Формула Байеса.	УК-2
23. Локальная и интегральная теоремы Муавра-Лапласа.	УК-2
24. Определение случайной величины. Функция распределения и ее свойства.	УК-2

25. Плотность распределения и функция распределения непрерывной случайной величины.	УК-2
26. Распределения дискретных случайных величин: биномиальное распределение, распределение Пуассона и их числовые характеристики.	УК-2
27. Равномерное распределение случайных величин и их числовые характеристики.	УК-2

### 5.2.2. Типовые задания/задачи для оценки сформированности компетенции УК-2

**Контрольная работа №1.** Тема «Предел функции».

Найти пределы функций:

$$1) \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{2x^2 - 5x - 3}{2x^2 - 4x - 15} \text{ при а) } x_0 = 2, \text{ б) } x_0 = 3, \text{ в) } x_0 = \infty;$$

$$2) \lim_{x \rightarrow -4} \frac{\sqrt{x-1} - \sqrt{7-x}}{x-4}, 3) \lim_{x \rightarrow -0} \frac{3x}{\operatorname{arctg} 4x}, 4) \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{2n-3}{2n+5} \right)^{2n+2}.$$

**Контрольная работа №2.** Тема «Производная. Исследование функции с помощью производной»

Задание 1. Найти производные заданных функций.

$$\text{а) } y = \left( 3x^4 - \frac{5}{\sqrt{x}} + 2 \right)^3, \text{ б) } y = \ln \sqrt{\frac{1-5x}{1+5x}}, \text{ в) } y = \arccos 2x + \sqrt{1-4x^2},$$

$$\text{г) } y = 2^{\operatorname{tg} x} + x \sin 2x$$

Задание 2. Исследовать функцию и построить ее график.  $y = x^3 - 14x^2$

**Контрольная работа №3.** Тема «Интегральное исчисление функции одной переменной» Задание 1. Найти неопределенные интегралы. Результаты проверить дифференцированием.

$$\text{а) } \int \frac{3x^6 + e^x}{x^6 + e^x} dx; \text{ б) } \int \frac{\operatorname{arctg} 2x}{1+4x^2} dx; \text{ в) } \int x \cos 2x dx; \text{ г) } \int \frac{x^2 + 6}{x^2 + 5x - 6} dx.$$

Задание 2. Вычислить по формуле Ньютона-Лейбница определенный интеграл

$$\text{а) } \int_3^9 \frac{\ln x}{x} dx, \text{ б) } \int_1^2 x \ln x dx, \text{ в) } \int_0^{\pi/2} \sin^2 x dx$$

**Контрольная работа №4.** Тема: «Матрицы и системы линейных алгебраических уравнений».

Задание 1. Найти матрицу, обратную к данной матрице  $A = \begin{pmatrix} 6 & 7 & 3 \\ 3 & 1 & 0 \\ 2 & 2 & 1 \end{pmatrix}$  Проверить результат

пользуясь определением обратной матрицы.

Задание 2. Решить систему линейных алгебраических уравнений

$$\begin{cases} 2x_1 - 3x_2 - x_3 + 6 = 0 \\ 3x_1 + 4x_2 + 3x_3 + 5 = 0 \\ x_1 + x_2 + x_3 + 2 = 0 \end{cases}$$

а) методом Крамера; б) методом Гаусса; в) матричным методом.

**Контрольная работа №5.** Тема «Элементы аналитической геометрии на плоскости»

Задание 1. Даны вершины  $A(1;1)$ ,  $B(7; 4)$ ,  $C(4; 5)$ ). Найти:

1. длину стороны  $AB$ ;
2. внутренний угол  $A$  в радианах с точностью до  $0,01$ ;
3. уравнение высоты, проведенной через вершину  $C$ ;
4. уравнение медианы, проведенной через вершину  $C$ ;
5. точку пересечения высот треугольника;
6. длину высоты, опущенной из вершины  $C$ . Сделать чертеж.

Задание 2. Составить уравнение линии, для каждой точки которой ее расстояние до точки  $F(-1; -2)$  равно расстоянию от прямой  $x = -3$ . Сделать чертеж.

Раздел 1. Дифференциальное исчисление.

Тема 1. Введение.

1. Что изучает математика? Существует ли в природе некоторая вещественная область, являющаяся предметом изучения математики?
2. В чем особенность математического метода? Что такое “правило вывода”?
3. Чем отличается понятие истины в математике от такого же понятия в других естественнонаучных дисциплинах и в философии?
4. В чем состоит философский смысл теоремы Гёделя о неполноте аксиоматических теорий?

Тема 2. Предел и непрерывность функции.

1. Сформулируйте определение понятия функции. Что называется областью определения функции?
2. Какие функции называются элементарными?
3. Какой вид имеют графики функций  $y = a^x$  при  $a > 1$ ,  $y = \sin x$ ,  $y = \cos x$ ,  $y = \operatorname{tg} x$ ,  $y = \arcsin x$ ,  $y = \operatorname{arctg} x$ ? Укажите области определения и множества значений этих функций. Какие из этих функций являются чётными, нечётными или периодическими.

Какому числу равен предел  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x}$ ?

5. Какие правила применяются при вычислении пределов суммы, разности и отношения двух функций?
6. Как определяется непрерывность функции  $f(x)$  в точке  $a$ ?

Тема 3. Дифференциальное исчисление функций одной переменной.

1. Сформулируйте определение производной. Каков геометрический смысл производной?
2. Функция имеет производную в данной точке. Следует ли отсюда, что она непрерывна в этой точке?
3. Сформулируйте теоремы Ролля и Лагранжа. Каков геометрический смысл этих теорем? Сформулируйте теорему Коши.
4. В чем заключается правило Лопиталя? При каких условиях применяется правило Лопиталя? Перечислите различные типы неопределённостей, для раскрытия которых может быть использовано это правило. Приведите примеры.
5. Что называется дифференциалом функции? Приведите примеры.
6. Каковы признаки возрастания и убывания функции?

7. Что такое экстремум функции? Каковы необходимые и достаточные условия экстремума? Приведите примеры.

8. Приведите пример, показывающий, что обращение производной в нуль не является достаточным условием экстремума.

9. Как найти интервалы выпуклости и точки перегиба графика функции? Приведите примеры.

Тема 4. Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных.

1. Сформулируйте определения частных производных, градиента, производной по направлению.

2. Что называется полным приращением и полным дифференциалом функции двух переменных?

3. Приведите примеры непрерывных, но недифференцируемых функций двух переменных.

3. Приведите пример недифференцируемой функций двух переменных, имеющей частные производные.

4. Каковы необходимые условия минимума (максимума) функции двух переменных? Приведите пример критической точки функции двух переменных, не являющейся точкой локального экстремума.

5. Каковы достаточные условия минимума (максимума) функции двух переменных? Приведите пример когда в точке минимума достаточные условия не выполняются.

6. Что такое условный экстремум? Какими методами решается задача отыскания условного экстремума?

Раздел 2. Интегральное исчисление.

Тема 5. Неопределенный интеграл.

1. Сформулируйте определение первообразной функции. Докажите, что любые две первообразные одной и той же функции отличаются на константу.

2. Что называется неопределённым интегралом?

3. Сформулируйте основные правила вычисления неопределённого интеграла.

4. Выведите формулу интегрирования по частям из правила дифференцирования произведения функций.

5. Приведите пример неинтегрируемой функции.

## Тема 6. Определенный интеграл.

1. Что называется интегральной суммой функции  $f(x)$  на отрезке  $[a, b]$ .
2. Какая фигура называется криволинейной трапецией? По какой формуле вычисляется её площадь?
3. Получите формулу Ньютона-Лейбница.
4. Перечислите свойства определённого интеграла.
5. Какие свойства определённого интеграла отличают его от неопределённого интеграла?
4. В чём состоят определение и геометрический смысл несобственного интеграла с бесконечным пределом интегрирования?

## Раздел 3. Векторная алгебра и аналитическая геометрия.

### Тема 7. Векторная алгебра.

1. Сформулируйте два правила сложения векторов.
2. Как записывается скалярное произведение в декартовых координатах?
3. Какие вектора называются линейно-зависимыми?
4. Чему равен ранг системы векторов?
5. Может ли базис трёхмерного пространства содержать 4 вектора?

### Тема 8. Аналитическая геометрия.

1. Как выражаются функции угла между прямыми через их угловые коэффициенты?
2. Выведите условия параллельности и перпендикулярности прямых.
3. Равен ли ранг системы векторов рангу соответствующей им матрицы?
4. Дайте определение и приведите примеры уравнений окружности, эллипса, гиперболы, параболы.
5. Выведите каноническое уравнение плоскости.
6. Как преобразовать векторное уравнение прямой в параметрическое?

## Раздел 4. Матрицы и системы линейных уравнений.

## Тема 9. Матрицы и определители.

1. Сформулируйте свойства определителей.
2. Что такое алгебраическое дополнение элемента матрицы?
3. Напишите формулу элемента обратной матрицы.
4. Чему равен ранг матрицы?
5. Приведите пример вырожденной матрицы.
6. Приведите пример некоммутирующих матриц.

## Тема 10. Системы линейных уравнений (СЛУ).

1. Какие СЛУ называются совместными? Приведите пример несовместной СЛУ.
2. Какие СЛУ называются неопределенными? Приведите пример определенной СЛУ.
3. Докажите формулы Крамера.
4. Как найти общее решение неоднородной системы линейных уравнений?
5. Какие переменные называются свободными?
6. Какое решение называется базисным? Приведите пример небазисного решения.

## Раздел 5. Аналитическая геометрия.

### Тема 11. Уравнение прямой линии. Условие параллельности и перпендикулярности прямых.

1. Как можно задать прямую линию на плоскости?
2. Как можно описать линию в пространстве?
3. Как выяснить взаимное расположение двух прямых на плоскости ?
4. Как с помощью нормированного уравнения прямой найти расстояние от точки до плоскости ?
5. Как выяснить взаимное расположение двух прямых в пространстве ?

### Тема 12. Окружность и эллипс.

1. Что называют стандартным упрощением уравнения линии второго порядка?
2. Какая линия называется эллипсом и каковы его основные свойства?
3. Какие линии второго порядка называются центральными ?
4. Общее уравнение линии второго порядка.

#### Тема 13. Гипербола и парабола.

1. Какая линия называется гиперболой и каковы ее основные свойства?
2. Какая линия называется параболой и каковы ее основные свойства?

#### Раздел 6. Теория вероятностей.

#### Тема 14. Случайные события

1. Найдите число перестановок из 10 элементов.
2. Дайте классическое определение вероятности.
2. Выведите классическое определение вероятности из аксиом.
3. Получите формулу числа сочетаний из  $n$  элементов.
4. Для каких событий вероятность суммы равна сумме вероятностей?
5. Для каких событий вероятность произведения равна произведению вероятностей?
6. Сформулируйте теорему о полной вероятности. Приведите пример неолной группы событий.

#### Тема 15. Случайные величины и их числовые характеристики

1. Дайте определение дискретной случайной величины.
2. Дайте определение непрерывной случайной величины.
3. Приведите формулу математического ожидания дискретной случайной величины.
4. Приведите формулу математического ожидания непрерывной случайной величины.
5. Выведите свойства дисперсии, исходя из свойств математического ожидания.

## Тема 16. Основные распределения случайных величин

1. Какое распределение называется биномиальным?
2. Выведите формулу Бернулли, используя теоремы теории вероятностей.
3. Чему равно приближенное значение вероятности попадания в заданный интервал биномиальной случайной величины по предельной теореме Муавра-Лапласа.
4. Запишите формулу Пуассона и вычислите сумму всех вероятностей.
5. Среднее значение случайной величины в два раза больше дисперсии. Может ли она быть распределена по закону Пуассона?
5. Вычислите числовые характеристики равномерного, нормального и показательного распределений.

## Тема 17. Случайные векторы.

1. Что называется совместным распределением случайных величин?
2. Как найти распределение случайных величин, зная их совместное распределение?
3. Чему равна плотность совместного распределения независимых случайных величин?
4. Вычислите матрицу ковариаций нормально распределенного случайного вектора.

## Тема 18. Статистическое оценивание.

1. Дайте определение генеральной совокупности.
2. Что такое выборка? Какую выборку следует считать представительной?
3. Подбросьте монету 50 раз и постройте статистический ряд распределения случайного числа выпадения цифры при 5 подбрасываниях монеты в серии из 10 опытов. Сравните результат с теоретическим значением, найденным по формуле Бернулли.
4. Что такое доверительный интервал?
5. сформулируйте общие требования к статистическим оценкам.
6. Какие оценки параметров распределения называются несмещенными?
7. Приведите формулу исправленной выборочной дисперсии и объясните, почему она «исправлена».

8. Откуда следует устойчивость среднего выборочного значения случайной величины?

#### Тема 19. Проверка гипотез

1. Что такое ошибки первого и второго рода? Какие из них «опаснее»?
2. Как связаны уровень значимости и доверительная вероятность для двустороннего критерия?
2. При каких условиях применим критерий Стьюдента?
3. Какую гипотезу проверяют по критерию Фишера?
5. Сформулируйте критерий Пирсона.

#### 6. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания

1. Положение «О текущем контроле успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся при реализации образовательных программ высшего образования в ННГУ», утвержденное приказом ректора ННГУ от 29.12.2017 № 630-ОД.
2. Положение о фонде оценочных средств, утвержденное приказом ректора ННГУ от 10.06.2015 №247-ОД.

#### 7. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

а) основная литература:

1. Высшая математика для экономистов: учеб. для студентов вузов, обучающихся по экон. специальностям./Кремер Н. Ш., Путко Б. А., Тришин И. М., Фридман М. Н. - М.: Юнити-Дана, 2014. - 479 с. Режим доступа: <http://www.lib.unn.ru/php/details.php?DocId=466275>
2. Гмурман В. Е. - Теория вероятностей и математическая статистика: учеб. пособие для бакалавров. - М.: Юрайт, 2014. - 479 с. Режим доступа: [http://www.lib.unn.ru/php/details.php? DocId=465455](http://www.lib.unn.ru/php/details.php?DocId=465455)

б) дополнительная литература:

1. Высшая математика в упражнениях и задачах: [учеб. пособие для вузов]/Данко П. Е., Попов А. Г., Кожевникова Т. Я., Данко С. П. - М.: АСТ : Мир и Образование, 2014. - 816 с. Режим доступа: <http://www.lib.unn.ru/php/details.php?DocId=465158>
2. Шипачев В. С. - Высшая математика: учеб. и практикум для бакалавров. - М.: Юрайт, 2014. - 447 с. Режим доступа: <http://www.lib.unn.ru/php/details.php?DocId=465629>
3. Ильин В. А., Позняк Э. Г. - Линейная алгебра: учеб. для студентов физ. специальностей и

специальности "Приклад. математика". - М.: Физматлит, 2014. - 280 с. Режим доступа:  
<http://www.lib.unn.ru/php/details.php?DocId=465591>

в) программное обеспечение и Интернет-ресурсы (в соответствии с содержанием дисциплины)

1. [www.Math-Net.ru](http://www.Math-Net.ru) – имеется свободный доступ (по истечении 3-х лет со дня публикации) к математическим журналам Отделения Математики РАН,
2. <http://mathworld.wolfram.com> – краткие энциклопедические статьи по математике,
3. <http://eqworld.ipmnet.ru> – решение различных типов уравнений, в том числе, дифференциальных,
4. <http://www-history.mcs.st-andrews.ac.uk> – статьи по истории математики.

## **7. Материально-техническое обеспечение дисциплины**

Для проведения лекционных занятий по данной дисциплине используются аудитории, оснащенные мультимедийным оборудованием. Применяется программное обеспечение: MSWindows, MicrosoftOffice.

Программа составлена в соответствии с требованиями ОС ННГУ 38.03.04 «Государственное и муниципальное управление», профиль «Региональное и муниципальное управление».

Автор (ы) Колпаков А.Б.

Заведующий кафедрой Болдыревский П.Б.