

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

**федеральное государственное автономное  
образовательное учреждение высшего образования\_  
«Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет  
им. Н.И. Лобачевского»**

Арзамасский филиал ННГУ - Психолого-педагогический факультет

---

УТВЕРЖДЕНО

решением президиума Ученого совета ННГУ

протокол № 1 от 16.01.2024 г.

**Рабочая программа дисциплины**

Математический анализ

---

Уровень высшего образования

Бакалавриат

---

Направление подготовки / специальность

38.03.01 - Экономика

---

Направленность образовательной программы  
Экономика и финансы организаций (предприятий)

---

Форма обучения

очно-заочная

---

г. Арзамас

2024 год начала подготовки

## 1. Место дисциплины в структуре ОПОП

Дисциплина Б1.О.11 Математический анализ относится к обязательной части образовательной программы.

## 2. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями и индикаторами достижения компетенций)

Формируемые компетенции (код, содержание компетенции)	Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), в соответствии с индикатором достижения компетенции		Наименование оценочного средства	
	Индикатор достижения компетенции (код, содержание индикатора)	Результаты обучения по дисциплине	Для текущего контроля успеваемости	Для промежуточной аттестации
УК-1: Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	<p>УК-1.1: Четко описывает состав и структуру требуемых данных и информации, грамотно реализует процессы их сбора, обработки и интерпретации.</p> <p>УК-1.2: Грамотно, логично, аргументировано формирует собственные суждения и оценки.</p> <p>УК-1.3: Отличает факты от мнений, интерпретаций, оценок и т.д. в рассуждениях других участников деятельности.</p> <p>УК-1.4: Аргументированно и логично представляет свою точку зрения посредством и на основе системного описания.</p>	<p>УК-1.1:</p> <p>Знать состав и структуру математиче-ской информации, необходимой для решения поставленных в ходе иссле-дования задач</p> <p>Уметь реализовать алгоритм сбора и обработки информации, необходимой для решения поставленных в ходе ис-следования задач</p> <p>Владеть навыками интерпретации ин-формации, необходимой для решения поставленных задач</p> <p>УК-1.2:</p> <p>Знать экономическую сущность математической информации, необходимой для формулировки выводов по результатам исследования</p> <p>Уметь выполнить анализ и синтез информации в ходе исследования</p> <p>Владеть навыком грамотно, логично и аргументировано сформулировать выводы по результатам математических вычислений</p> <p>УК-1.3:</p> <p>Знать формы и методы научного познания и анализа информации в ходе исследования</p>	<p>Коллоквиум</p> <p>Контрольная работа</p> <p>Опрос</p> <p>Тест</p>	<p>Экзамен:</p> <p>Контрольные вопросы</p>

		<p>Уметь на основе критического анализа и синтеза математической информации отличить факты от мнений, интерпретаций, оценок</p> <p>Владеть навыками анализа и логического мышления в ходе решения поставленных задач</p> <p>УК-1.4:</p> <p>Знать основы аргументированного ведения полемики на основе современных знаний в исследуемой области</p> <p>Уметь аргументированно и логично на основе статистических данных представить свою точку зрения, применять принципы и методы системного подхода для решения поставленных задач</p> <p>Владеть навыками аргументации, ведения дискуссии и полемики в ходе исследования</p>		
ОПК-5: Способен использовать современные информационные технологии и программные средства при решении профессиональных задач.	<p>ОПК-5.1: Осуществляет выбор инструментальных и программных средств для решения профессиональных задач.</p> <p>ОПК-5.2: Использует современные информационные технологии и программные средства для решения профессиональных задач.</p>	<p>ОПК-5.1:</p> <p>Знать инструментальные и программные средства для решения профессиональных задач на основе основных методов линейной алгебры</p> <p>Уметь применять современные информационные технологии и программные средства для решения профессиональных задач и задач линейной алгебры</p> <p>Владеть навыками обоснованного выбора необходимых инструментальных и программных средств для решения профессиональных задач</p> <p>ОПК-5.2:</p> <p>Знать: состав и содержание современных информационных технологий, используемых для</p>	Коллоквиум Контрольная работа Опрос Тест	Экзамен: Контрольные вопросы

		<p>решения профессиональных задач.</p> <p>Уметь: использовать средства информационных технологий в профессиональной сфере.</p> <p>Владеть: профессиональными навыками работы с программными средствами для решения профессиональных задач.</p>		
--	--	--	--	--

### 3. Структура и содержание дисциплины

#### 3.1 Трудоемкость дисциплины

	очно-заочная
<b>Общая трудоемкость, з.е.</b>	<b>8</b>
<b>Часов по учебному плану</b>	<b>288</b>
в том числе	
<b>аудиторные занятия (контактная работа):</b>	
- занятия лекционного типа	<b>12</b>
- занятия семинарского типа (практические занятия / лабораторные работы)	<b>18</b>
- КСР	<b>4</b>
<b>самостоятельная работа</b>	<b>182</b>
<b>Промежуточная аттестация</b>	<b>72</b>
	<b>Экзамен</b>

#### 3.2. Содержание дисциплины

(структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и виды учебных занятий)

Наименование разделов и тем дисциплины	Всего (часы)	в том числе			
		Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы из них			Самостоятельная работа обучающегося, часы
		Занятия лекционного типа	Занятия семинарского типа (практические занятия/лабораторные работы), часы	Всего	
	о з ф о	о з ф о	о з ф о	о з ф о	о з ф о
Тема 1. Введение. Элементы теории множеств и функций.	23	1	2	3	20
Тема 2. Предел и непрерывность функции одной переменной	23	1	2	3	20
Тема 3. Производная и дифференциал функции одной переменной.	23	1	2	3	20
Тема 4. Исследование дифференцируемых функций одной переменной.	23	1	2	3	20
Тема 5. Интегральное исчисление	23	1	2	3	20

Тема 6. Основные понятия теории дифференциальных уравнений.	23	1	2	3	20
Тема 7. Числовые, функциональные и степенные ряды.	24	2	2	4	20
Тема 8. Функции нескольких переменных.	24	2	2	4	20
Тема 9. Классические методы оптимизации.	26	2	2	4	22
Аттестация	72				
КСР	4			4	
Итого	288	12	18	34	182

### Содержание разделов и тем дисциплины

Тема 1. Введение. Элементы теории множеств и функций.

Вещественные числа. Система действительных чисел. Непрерывность множества действительных чисел. Принцип Дедекинда. Верхняя и нижние грани. Свойства. Ограниченные и неограниченные числовые множества. Верхняя и нижняя грани множества. Свойство Архимеда действительных чисел. Принцип вложенных отрезков. Функции. Основные понятия. Свойства. Понятие функции. Числовая функция действительной переменной. Обратная функция. Композиция функций. Понятие последовательности.

Тема 2. Предел и непрерывность функции одной переменной. Эквивалентные определения предела функции. Свойства. Способы вычисления пределов функции. Предел суммы, произведения и частного. Предел композиции функций. Предельный переход в неравенствах. Односторонние пределы. Простейшие приемы раскрытия неопределенностей при вычислении пределов. Первый и второй замечательный пределы. Сравнение бесконечно малых. Сравнение функций. Эквивалентные функции. Главная часть. Использование эквивалентных бесконечно малых при вычислении пределов. Непрерывность.

Непрерывность функции в точке, различные определения и их эквивалентность. Свойства непрерывных функций. Точки разрыва и их классификация. Понятие равномерно непрерывной функции. Равномерная непрерывность непрерывной функции на отрезке. Теорема о непрерывности обратной функции. Свойства непрерывных функций на отрезке. Элементарные функции и их свойства. Ограниченность, наибольшее и наименьшее значения непрерывной функции на отрезке. Теорема Вейерштрасса. Промежуточные значения непрерывных функций. Теорема Больцано-Коши. Определение основных элементарных функций. Свойства. Степенная функция с рациональным показателем. Степень с иррациональным показателем. Показательные и логарифмические функции, их непрерывность.

Тема 3. Производная и дифференциал функции одной переменной.

Дифференцируемость и производная. Правила дифференцируемости. Дифференциал. Основные теоремы о дифференцируемых функциях. Дифференцируемость функции. Производная и дифференциал, их геометрический и механический смысл. Касательная к кривой. Непрерывность дифференцируемой функции. Дифференцирование суммы, произведения и частного. Производная и дифференциал композиции функций. Производная обратной функции. Производные основных элементарных функций. Производные и дифференциалы высших порядков. Механический смысл производной второго порядка. Применения дифференциального исчисления к вычислению пределов и приближенным вычислениям. Раскрытие неопределенностей по правилу Лопиталя. Формула Тейлора. Разложение элементарных функций по формуле Тейлора.

Тема 4. Исследование дифференцируемых функций одной переменной.

Приложения дифференциального исчисления к исследованию функций и построению их графиков. Признаки постоянства, возрастания и убывания функции в точке и на промежутке. Максимум и минимум. Необходимое условие экстремума. Достаточные условия максимума и минимума.

Нахождение наибольших и наименьших значений. Выпуклые функции. Точки перегиба. Асимптоты. Общая схема исследования функции.

## Тема 5. Интегральное исчисление.

Первообразная и неопределенный интеграл. Интегрирование подстановкой и по частям.

Задача восстановления функции по ее производной. Первообразная функция и неопределенный интеграл. Основные свойства неопределенного интеграла. Таблица основных интегралов. Общие методы интегрирования: метод интегрирования по частям и метод замены переменной. Интегрирование в конечном виде.

Интегрирование рациональных функций. Интегрирование алгебраических иррациональностей. Классы простейших дробей. Интегрирование простейших дробей. Интегрирование иррациональных функций. Биномиальный дифференциал. Интегрирование трансцендентных функций. Определенный интеграл и его свойства. Интегрируемость некоторых классов функций.

Задачи, приводящие к понятию определенного интеграла. Интегрируемость функции и определенный интеграл. Нижние и верхние суммы Дарбу. Необходимое и достаточное условие интегрируемости. Интегрируемость непрерывной функции. Интегрируемость монотонной функции. Интегрируемость ограниченной функции с конечным числом точек разрыва. Основные свойства определенного интеграла. Теорема о среднем.

Формула Ньютона-Лейбница. Приложения определенного интеграла. Несобственный интеграл. Определенный интеграл с переменным верхним пределом. Существование первообразной функции. Формула Ньютона-Лейбница. Методы интегрирования по частям и заменой переменной в определенном интеграле.

Вычисление площадей плоских фигур в декартовых и полярных координатах. Принцип Кавальери.

Вычисление объема тела вращения. Вычисление длины гладкой дуги. Дифференциал длины дуги.

Вычисление площади поверхности вращения.

Понятие несобственного интеграла. Геометрическая интерпретация несобственного интеграла.

Несобственные интегралы от неограниченных функций.

## Тема 6. Основные понятия теории дифференциальных уравнений.

Дифференциальные уравнения и уравнения в частных производных.

Понятие дифференциального уравнения. Поле направлений. Изоклины. Понятие фазового пространства.

Задачи, приводящие к обыкновенным дифференциальным уравнениям. Основные понятия теории дифференциальных уравнений. Дифференциальные уравнения первого порядка.

Обыкновенные дифференциальные уравнения. Основные понятия. Решение дифференциального уравнения. Частное и общее решение. Особое решение. Дифференциальные уравнения первого порядка.

Уравнения с разделяющимися переменными. Однородные дифференциальные уравнения первого порядка. Дифференциальные уравнения в полных дифференциалах.

Уравнения, допускающие понижение порядка. Линейные уравнения. Теорема существования и единственности.

Линейные дифференциальные уравнения первого порядка и методы их решения. Уравнение Бернулли.

Дифференциальные уравнения порядка выше первого. Уравнения допускающие понижение порядка.

Теорема существования и единственности решения дифференциального уравнения. Однородное

линейное дифференциальное уравнение порядка выше первого. Характеристическое уравнение.

Линейное уравнение второго порядка с постоянными коэффициентами.

Линейное однородное дифференциальное уравнение второго порядка с постоянными коэффициентами и его общее решение. Уравнения в частных производных.

## Тема 7. Числовые, функциональные и степенные ряды.

Сходящиеся и расходящиеся числовые ряды. Сходящиеся ряды. Сложение рядов и умножение ряда на число. Остаток сходящегося ряда. Необходимое условие сходимости числового ряда. Гармонический ряд. Критерий Коши сходимости числовой последовательности и числового ряда. Необходимое и достаточное условие сходимости ряда с положительными членами. Признаки сходимости числовых рядов.

Положительные ряды. Сравнение рядов с положительными членами. Признаки Даламбера и Коши. Предельные формы признаков Коши и Даламбера. Интегральный признак Коши-Маклорена.

Абсолютная и условная сходимость рядов.

Знакопеременные и знакочередующиеся ряды. Теорема Лейбница. Абсолютно сходящиеся ряды.

Теорема Коши. Функциональные ряды. Основные понятия.

Функциональная последовательность и функциональный ряд. Предельная функция. Область сходимости.

Степенные ряды. Формула Тейлора. Разложение функциональных рядов в степенные ряды.

Приближенные вычисления с помощью рядов.

Понятие степенного ряда. Интервал и радиус сходимости. Теорема Коши-Адамара. Равномерная сходимость степенного ряда. Интегрирование и дифференцирование степенных рядов. Задача разложения функции в степенной ряд. Ряд Тейлора. Разложение функций  $\sin x$ ,  $\cos x$ ,  $\ln(1+x)$  в степенной ряд. Разложение в степенной ряд показательной и степенной функций. Приближенные вычисления с помощью степенных рядов.

## Тема 8. Функции нескольких переменных.

Функции нескольких переменных.

Действительная функция  $n$  действительных переменных как функция точки  $n$ -мерного пространства.

График функции двух переменных, линии уровня. Поверхности уровня функции трех переменных. Дифференцируемые функции нескольких переменных.

Частные производные, дифференцируемость и дифференциал функции нескольких переменных.

Достаточное условие дифференцируемости. Дифференцирование сложной функции, Инвариантность формы первого дифференциала. Производная по направлению. Градиент. Теорема о существовании и дифференцируемости неявной функции. Вычисление частных производных неявно заданных функций.

Частные производные и дифференциалы высших порядков.

Частные производные высших порядков. Равенство смешанных производных. Дифференциалы высших порядков. Формула Тейлора для функции двух переменных.

Экстремум функции нескольких переменных.

Понятия максимума и минимума функции нескольких переменных. Необходимое условие экстремума.

Достаточные условия максимума и минимума для функции двух переменных. Нахождение наибольших и наименьших значений.

## Тема 9. Классические методы оптимизации.

Метод множителей Лагранжа для нахождения условного экстремума функции двух переменных. Задачи линейного программирования. Симплекс метод.

## 4. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся

Самостоятельная работа обучающихся включает в себя подготовку к контрольным вопросам и заданиям для текущего контроля и промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины приведенным в п. 5.

Для обеспечения самостоятельной работы обучающихся используются:

Электронные курсы, созданные в системе электронного обучения ННГУ:

«Математический анализ», <https://e-learning.unn.ru/course/view.php?id=8375>, для 2 семестра: <https://e-learning.unn.ru/course/view.php?id=9291>.

Иные учебно-методические материалы:

<https://arz.unn.ru/sveden/document/>

[http://www.arz.unn.ru/pdf/Metod\\_all\\_all.pdf](http://www.arz.unn.ru/pdf/Metod_all_all.pdf)

## **5. Фонд оценочных средств для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)**

### **5.1 Типовые задания, необходимые для оценки результатов обучения при проведении текущего контроля успеваемости с указанием критериев их оценивания:**

#### **5.1.1 Типовые задания (оценочное средство - Коллоквиум) для оценки сформированности компетенции УК-1:**

1 семестр

1. Ограниченные и неограниченные числовые множества. Верхняя и нижняя грань множества. Свойства Архимеда действительных чисел. Принцип вложенных отрезков.
2. Понятие функции. Числовая функция действительной переменной. Обратная функция. Композиция функций. Понятие последовательности.
3. Определение предела последовательности. Сходящиеся и расходящиеся последовательности. Бесконечные пределы.
4. Свойства сходящихся последовательностей. Предельный переход в равенствах и неравенствах для последовательностей.
5. Свойства пределов, связанные с арифметическими операциями над последовательностями.
6. Бесконечно малые последовательности и их свойства.
7. Предел монотонной последовательности.
8. Число  $e$  как предел последовательности.

2 семестр

1. Числовой ряд, его частичные суммы. Сходящиеся и расходящиеся ряды. Примеры. Критерий Коши для рядов.
2. Геометрическая прогрессия.
3. Необходимый признак сходимости. Гармонический ряд.
4. Остаток ряда. Свойства остатка.
5. Сложение рядов и умножение ряда на число.
6. Положительные ряды. Признак сравнения рядов с положительными членами.

#### **5.1.2 Типовые задания (оценочное средство - Коллоквиум) для оценки сформированности компетенции ОПК-5:**

1 семестр

1. Критерий Коши сходимости последовательностей.
2. Представление действительных чисел десятичными дробями.



3. Понятие предела функции. Эквивалентность различных определений предела функции. Односторонние пределы.
4. Свойства предела функции. Замена переменной при вычислении предела функции. Пределы монотонных функций.
5. Критерий Коши существования предела функции.
6. Понятие непрерывности функции в точке. Точки разрыва функции и их классификация. Свойства функций непрерывных в точке.
7. Ограниченность функций непрерывных на отрезке. Достижение экстремальных значений (теорема Вейерштрасса).
8. Промежуточные значения непрерывных функций. Теорема Больцано-Коши.
9. Показательная функция и её свойства.
10. Существование и непрерывность обратной функции. Логарифмическая и степенная функции и их свойства.
11. Замечательные пределы

## 2 семестр

1. Признаки Даламбера и Коши.
2. Предельная форма признаков Даламбера и Коши.
3. Интегральный признак Коши-Маклорена.
4. Знакопеременные ряды. Теорема Лейбница.
5. Абсолютная и условная сходимость рядов. Теорема Коши.
6. Степенные ряды, их область сходимости.
7. Ряд Тейлора.

### Критерии оценивания (оценочное средство - Коллоквиум)

Оценка	Критерии оценивания
отлично	Оценка «отлично» выставляется, когда студент глубоко и прочно усвоил весь программный материал, исчерпывающе, последовательно, грамотно и логически стройно его излагает, не затрудняется с ответом при видоизменении задания, правильно обосновывает решения, умеет самостоятельно обобщать и излагать материал, не допуская ошибок.
хорошо	Оценка «хорошо» выставляется, если студент твердо знает программный материал, грамотно и по существу излагает его, не допускает существенных неточностей в ответе на вопрос, может правильно применять теоретические положения.
удовлетворительно	Оценка «удовлетворительно» выставляется в том случае, при котором студент освоил только основные категории темы (определения, формулы, свойства, формулировки теорем), но допускает неточности, нарушает последовательность в изложении программного материала, испытывает существенные затруднения при доказательствах или совсем их не проводит.
неудовлетворительно	Оценка «неудовлетворительно» выставляется студенту, в ответе которого обнаружились существенные пробелы в знании основного содержания учебной программы дисциплины или грубые ошибки.

### 5.1.3 Типовые задания (оценочное средство - Контрольная работа) для оценки сформированности компетенции УК-1:

1 семестр

1. Вычислить предел  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{2x^2 - 7x + 3}{x - 3}$  и доказать его существование по определению (найти  $\delta(\varepsilon)$ ).

2. Вычислить пределы функций, не пользуясь правилом Лопиталя-Бернулли:

2.1  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 3x}{2x^2};$

2.2  $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{2x(x+1)}{3(x^2-1)};$

2.3  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{3}{x}\right)^{7x};$

2.4  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{2x^3 + 3x^2 + 5}}{\sqrt{x^3 + 2} + \sqrt{3x^3 + x + 1}}.$

3. Найти точки разрыва функции  $y = \begin{cases} x^2, & x < 2; \\ 3^{1/(3-x)}, & x \geq 2. \end{cases}$  и исследовать их характер.

2 семестр

1. Исследовать ряд на сходимость:  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2 + \sin n\alpha}.$

2. Исследовать ряд на сходимость:  $\sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{3n^2 + 5n - 1}{5n^2 + 2n + 1} \right)^n.$

3. Исследовать ряд на сходимость:  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{2^n(n+1)}.$

4. Найти область сходимости ряда:  $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}(x-5)^n}{n3^n}.$

5. Разложить функцию в ряд Тейлора по степеням  $x$ :  $\frac{1}{x^2 + 9x + 20}.$

### 5.1.4 Типовые задания (оценочное средство - Контрольная работа) для оценки сформированности компетенции ОПК-5:

1 семестр

1. Найти производную  $y = (x - 2)\sqrt{x^2 + 4x + 5}$
2. Найти первый  $dy$ , и второй  $d^2y$  дифференциалы функции  $y = \ln(e^{-x} + e^x)$ .
3. Записать формулу для производной  $n$ -ого порядка функции  $y = \frac{2x + 5}{13(3x + 1)}$  и вычислить ее значение в точке  $x_0 = -1$ .
4. Вычислить предел, используя правило Лопиталя  $\lim_{x \rightarrow +0} x \ln^2 x$ .
5. Исследовать функцию и построить ее график  $y = x^2 e^x$ .

2 семестр

1. Найти интеграл (занесение под знак дифференциала)  $\int \frac{x^3}{x^2 + 4} dx$
2. Найти интеграл (интегрирование по частям)  $\int (x\sqrt{2} - 3) \cos 2x dx$ .
3. Найти интеграл (интегрирование дробей)  $\int \frac{-x^5 + 9x^3 + 4}{x^2 + 3x} dx$ .
4. Найти интеграл (интегрирование иррациональностей)  $\int \frac{\sqrt[5]{(1 + \sqrt[3]{x^2})^4}}{x^{2.5}\sqrt{x}} dx$ .

#### Критерии оценивания (оценочное средство - Контрольная работа)

Оценка	Критерии оценивания
отлично	Оценка «отлично» в работе представлено полностью верное решение всех обязательных задач.
хорошо	Оценка «хорошо» в работе представлено полностью верное решение $\frac{3}{4}$ обязательных задач.
удовлетворительно	Оценка «удовлетворительно» в работе представлено полностью верное решение половины обязательных задач.
неудовлетворительно	Оценка «неудовлетворительно» решено меньше половины обязательных задач.

#### 5.1.5 Типовые задания (оценочное средство - Опрос) для оценки сформированности компетенции УК-1:

1 семестр

1. Понятие последовательности.
2. Определение предела последовательности.
3. Предельный переход в равенствах и неравенствах для последовательностей.
4. Свойства пределов, связанные с арифметическими операциями над последовательностями.
5. Бесконечно малые последовательности и их свойства.
6. Число  $e$  как предел последовательности.

## 2 семестр

1. Числовой ряд, его частичные суммы. Сходящиеся и расходящиеся ряды.
2. Геометрическая прогрессия.
3. Необходимый признак сходимости.
4. Гармонический ряд. Обобщенный гармонический ряд.
5. Сложение рядов и умножение ряда на число.
6. Положительные ряды. Признак сравнения рядов с положительными членами.

### 5.1.6 Типовые задания (оценочное средство - Опрос) для оценки сформированности компетенции ОПК-5:

#### 1 семестр

1. Понятие предела функции.
2. Односторонние пределы.
3. Свойства предела функции.
4. Замена переменной при вычислении предела функции.
5. Понятие непрерывности функции в точке.
6. Точки разрыва функции и их классификация.
7. Замечательные пределы.
8. Эквивалентности бесконечно малых.

#### 2 семестр

1. Признаки Даламбера и Коши.
2. Предельная форма признаков Даламбера и Коши.
3. Интегральный признак Коши-Маклорена.
4. Знакопеременные ряды. Теорема Лейбница.
5. Абсолютная и условная сходимость рядов. Теорема Коши.
6. Степенные ряды, их область сходимости.

### Критерии оценивания (оценочное средство - Опрос)

Оценка	Критерии оценивания
отлично	Оценка «отлично» выставляется, когда студент глубоко и прочно усвоил весь программный материал, исчерпывающе, последовательно, грамотно и логически стройно его излагает, правильно обосновывает решения, умеет самостоятельно обобщать и излагать материал, не допуская ошибок.
хорошо	Оценка «хорошо» выставляется, если студент твердо знает программный материал, грамотно и по существу излагает его, не допускает существенных неточностей в ответе на вопрос, может правильно применять теоретические положения.
удовлетворительно	Оценка «удовлетворительно» выставляется в том случае, при котором студент освоил только основные категории темы (определения, формулы, свойства, формулировки теорем), но допускает неточности, нарушает последовательность в изложении программного материала.
неудовлетворительно	Оценка «неудовлетворительно» выставляется студенту, в ответе которого обнаружили существенные пробелы в знании основного содержания

Оценка	Критерии оценивания
	учебной программы дисциплины или грубые ошибки.

### 5.1.7 Типовые задания (оценочное средство - Тест) для оценки сформированности компетенции УК-1:

1 семестр

1. Предел функции равен:  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x^2 + x - 4}{x^2}$   
1) 4; 2) 3; 3) 5; 4) 0
2. Предел функции равен:  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{8x^4 + 6x + 1}{3x^4}$   
1) 1; 2)  $\frac{4}{3}$ ; 3)  $\frac{8}{4}$ ; 4)  $\frac{8}{3}$
3. Предел функции равен:  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(3 + \frac{1}{x}\right)^2$   
1) 9; 2) 2; 3) 3; 4) 0
4. Предел функции равен:  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{3x^2 + 3x - 4}{2x + 3}$   
1) 3; 2) 2; 3) 0; 4) 1
5. Предел функции равен:  $\lim_{x \rightarrow 8} \frac{x - 8}{\sqrt[3]{x} - 2}$   
1) 8; 2) 4; 3) 12; 4) 9

2 семестр

1. Интеграл  $\int_0^1 \frac{x dx}{x^4 + 1}$  равен:  
1)  $\frac{3\pi}{8}$ ; 2)  $-\frac{\pi}{8}$ ; 3)  $\frac{\pi}{8}$ ; 4)  $\frac{\pi}{4}$
2. Площадь фигуры, ограниченной графиками функций  $y = (x - 1)^2$ ,  $y^2 = x - 1$  равна:  
1) 1; 2) 3; 3)  $\frac{2}{3}$ ; 4)  $\frac{1}{3}$
3. Объем тела, образованного вращением фигуры, ограниченной графиками функций  $y = x^3$ ;  $y = \sqrt{x}$  вокруг оси  $Ox$  равен:  
1) 1; 2)  $\frac{5\pi}{7}$ ; 3)  $\frac{5\pi}{14}$ ; 4)  $\frac{3\pi}{14}$

### 5.1.8 Типовые задания (оценочное средство - Тест) для оценки сформированности компетенции ОПК-5:

1. Предел функции равен:  $\lim_{x \rightarrow 0} \operatorname{ctg} 5x \cdot \sin 3x$

- 1)  $\frac{3}{5}$ ; 2)  $\frac{5}{3}$ ; 3)  $\frac{8}{5}$ ; 4) 0

2. Предел функции равен:  $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\sin 7x}{\sin 4x}$

- 1)  $\frac{7}{4}$ ; 2)  $\frac{1}{4}$ ; 3)  $-\frac{7}{4}$ ; 4) 0

3. Предел функции равен:  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin x}{x}$

- 1) 1; 2) 0; 3) 2; 4)  $\frac{1}{2}$

4. Предел функции равен:  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^{5x}$

- 1)  $e$ ; 2) 1; 3)  $e^2$ ; 4)  $e^5$

5. Предел функции равен:  $\lim_{x \rightarrow \infty} (\cos x)^{1/x^2}$

- 1)  $e^{-1/2}$ ; 2) 0; 3)  $e^{1/2}$ ; 4)  $e$

1. Исследовать на сходимость ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n^3 + 2}}{n^2 \sin^2 n}$ .

- 1) Сходится; 2) Расходится

2. Исследовать на сходимость ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1 \cdot 4 \cdot 7 \cdot \dots \cdot (3n-2)}{2^{n+1} \cdot n!}$ .

- 1) Сходится; 2) Расходится

3. Исследовать на сходимость ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n+1}{n^2(n+1)^2}$ .

- 1) Сходится; 2) Расходится

4. Исследовать на сходимость ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+1) \ln^2(n+1)}$ .

- 1) Сходится; 2) Расходится

5. Исследовать на сходимость ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{1}{n\sqrt{n}}$ .

- 1) Сходится; 2) Расходится

### Критерии оценивания (оценочное средство - Тест)

Оценка	Критерии оценивания
отлично	Оценка "отлично" - 85-100% правильных ответов;
хорошо	Оценка "хорошо" 66-84 % правильных ответов;
удовлетворительно	Оценка "удовлетворительно" – 40-65 % правильных ответов;

Оценка	Критерии оценивания
неудовлетворительно	Оценка "неудовлетворительно" - меньше 40 %.

## 5.2. Описание шкал оценивания результатов обучения по дисциплине при промежуточной аттестации

### Шкала оценивания сформированности компетенций

Уровень сформированности компетенций (индикатора достижения компетенций)	неудовлетворительно	удовлетворительно	хорошо	отлично
	не зачтено	зачтено		
<u>Знания</u>	Уровень знаний ниже минимальных требований. Имели место грубые ошибки	Минимально допустимый уровень знаний. Допущено много негрубых ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько негрубых ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки, без ошибок
<u>Умения</u>	При решении стандартных задач не продемонстрированы основные умения. Имели место грубые ошибки	Продemonстрированы основные умения. Решены типовые задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, но не в полном объеме	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания в полном объеме, но некоторые с недочетами	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с отдельными несущественными недочетами, выполнены все задания в полном объеме
<u>Навыки</u>	При решении стандартных задач не продемонстрированы базовые навыки. Имели место грубые ошибки	Имеется минимальный набор навыков для решения стандартных задач с некоторыми недочетами	Продemonстрированы базовые навыки при решении стандартных задач с некоторыми недочетами	Продemonстрированы навыки при решении нестандартных задач без ошибок и недочетов

### Шкала оценивания при промежуточной аттестации

Оценка		Уровень подготовки
зачтено	отлично	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «отлично», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «отлично»
	хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «хорошо»
	удовлетворительно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «удовлетворительно», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «удовлетворительно»
не зачтено	неудовлетворительно	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «неудовлетворительно».

### **5.3 Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения на промежуточной аттестации с указанием критериев их оценивания:**

#### **5.3.1 Типовые задания (оценочное средство - Контрольные вопросы) для оценки сформированности компетенции УК-1**

Множества. Основные обозначения. Операции над множествами.  
Вещественные числа и их свойства.  
Числовая прямая (числовая ось) и множества на ней, грани числовых множеств, абсолютная величина числа.  
Числовые последовательности, предел числовой последовательности.  
Применение в экономике числовых последовательностей.  
Применение экстремума функции в задачах экономики.  
Дифференциальные уравнения первого порядка. Постановка задачи.  
Дифференциальные уравнения с разделяющимися переменными.  
Геометрический и механический смысл производной.  
Дифференциал и его связь с производной.  
Правила вычисления производных. Производная суммы, произведения и частного двух функций.  
Производная обратной и сложной функции. Инвариантность формы дифференциала первого порядка.  
Раскрытие неопределённостей по правилам Лопиталю. (теоремы 1, 1<sup>о</sup>, 2<sup>о</sup>)  
Формула Тейлора.  
Разложение элементарных функций по формуле Тейлора.  
Признак постоянства функции на промежутке.  
Признаки возрастания и убывания функции в точке и на промежутке.  
Понятия максимума и минимума. Необходимые условия экстремума.  
Основная формула интегрального исчисления.  
Основные правила интегрирования.  
Геометрические приложения определенного интеграла.  
Приложение определенного интеграла в экономике.  
Несобственные интегралы.  
Способы вычисления несобственных интегралов.  
Формула Маклорена.  
Разложение функции в степенной ряд Тейлора.  
Приложение рядов к приближенным вычислениям.  
Интегрирование простейших дробей I, II, и III типов.  
Интегрирование простейшей дроби IV типа.  
Интегрирование биномиальных дифференциалов.  
Интегрирование выражений содержащих тригонометрические функции.  
Задачи, приводящие к понятию определенного интеграла.  
Формула Ньютона-Лейбница.

#### **5.3.2 Типовые задания (оценочное средство - Контрольные вопросы) для оценки сформированности компетенции ОПК-5**

Функция, свойства функции, примеры.  
Предел функции. Теоремы о пределах функций.  
Два замечательных предела.  
Бесконечно малые и бесконечно большие функции.  
Непрерывность функции. Непрерывность элементарных функций. Понятие сложной функции.  
Точки экстремума функции. Основные теоремы.  
Правила дифференцирования суммы, произведения и частного функции.  
Таблица производных простейших элементарных функций.  
Дифференцирование сложной функции.  
Неполные дифференциальные уравнения.  
Линейные дифференциальные уравнения первого порядка.  
Дифференциальные уравнения второго порядка.  
Дифференциальные уравнения, допускающие понижение порядка.  
Линейные дифференциальные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами.  
Краевая задача для дифференциального уравнения второго порядка.  
Приложение дифференциальных уравнений в экономике.



Производные и дифференциалы высших порядков. Высшие производные для основных элементарных функций (логарифмическая, показательная, степенная, тригонометрические: синус и косинус).

Теорема Ферма.

Теорема Ролля.

Теорема Лагранжа о конечных приращениях.

Теорема Коши.

Достаточные условия экстремума. Первое и второе правило исследования функции на экстремум.

Выпуклые и вогнутые кривые. Необходимое условие выпуклости (вогнутости).

Достаточное условие выпуклости (вогнутости) кривой.

Точки перегиба. Поведение функции в окрестности точки перегиба.

Вертикальные, наклонные и горизонтальные асимптоты. Схема исследования функции.

Первообразная и неопределенный интеграл.

Основные свойства неопределенного интеграла.

Таблица основных неопределенных интегралов.

Основные методы интегрирования.

Условия существования определенного интеграла.

Основные свойства определенного интеграла.

Числовые ряды. Примеры. Основные понятия. Необходимый признак сходимости ряда.

Признак сходимости Даламбера.

Признак сходимости Коши.

Знакопеременные ряды. Примеры. Свойства.

Признак сходимости Лейбница.

Степенные ряды. Примеры. Свойства.

Радиус сходимости степенного ряда.

Числовые ряды. Примеры. Основные понятия. Необходимый признак сходимости ряда.

Интегрирование функций методом замены переменной.

Метод интегрирования по частям.

Формула интегрирования по частям в определённом интеграле.

Метод замены переменной в определённом интеграле.

Вычисление площадей плоских фигур в декартовых и полярных координатах

## Критерии оценивания (оценочное средство - Контрольные вопросы)

Оценка	Критерии оценивания
отлично	Оценка «отлично» выставляется, когда студент глубоко и прочно усвоил весь программный материал, исчерпывающе, последовательно, грамотно и логически стройно его излагает, не затрудняется с ответом при видоизменении задания, правильно обосновывает решения, умеет самостоятельно обобщать и излагать материал, не допуская ошибок.
хорошо	Оценка «хорошо» выставляется, если студент твердо знает программный материал, грамотно и по существу излагает его, не допускает существенных неточностей в ответе на вопрос, может правильно применять теоретические положения.
удовлетворительно	Оценка «удовлетворительно» выставляется в том случае, при котором студент освоил только основные категории темы (определения, формулы, свойства, формулировки теорем), но допускает неточности, нарушает последовательность в изложении программного материала, испытывает существенные затруднения при доказательствах или совсем их не проводит.
неудовлетворительно	Оценка «неудовлетворительно» выставляется студенту, в ответе которого обнаружились существенные пробелы в знании основного содержания учебной программы дисциплины или грубые ошибки.

## 6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля)

### Основная литература:

1. Фихтенгольц Г. М. Курс дифференциального и интегрального исчисления В 3-х тт. Курс дифференциального и интегрального исчисления. В 3-х тт. Том 3. Т. 3 / Фихтенгольц Г. М. - 13-е изд., стер. - Санкт-Петербург : Лань, 2022. - 656 с. - Книга из коллекции Лань - Математика. - ISBN 978-5-507-44238-6., <https://e-lib.unn.ru/MegaPro/UserEntry?Action=FindDocs&ids=801737&idb=0>.
2. Фихтенгольц Г. М. Курс дифференциального и интегрального исчисления: в 3-х тт. Курс дифференциального и интегрального исчисления. Т. 2 / Фихтенгольц Г. М. - 16-е изд., стер. - Санкт-Петербург : Лань, 2022. - 800 с. - Книга из коллекции Лань - Математика. - ISBN 978-5-8114-9780-5., <https://e-lib.unn.ru/MegaPro/UserEntry?Action=FindDocs&ids=798034&idb=0>.
3. Фихтенгольц Г. М. Курс дифференциального и интегрального исчисления. Т.1 : учебник для вузов. Т. 1 : Курс дифференциального и интегрального исчисления. Т.1 / Фихтенгольц Г. М. - 14-е изд., стер. - Санкт-Петербург : Лань, 2020. - 608 с. - Библиогр.: доступна в карточке книги, на сайте ЭБС Лань. - Книга из коллекции Лань - Математика. - ISBN 978-5-8114-5841-7., <https://e-lib.unn.ru/MegaPro/UserEntry?Action=FindDocs&ids=709770&idb=0>.

### Дополнительная литература:

1. Алексеев А. А. Применение пакета MAPLE в курсе "Математический анализ" : учебно-методическое пособие. Ч. 1 / А. А. Алексеев ; ННГУ им. Н. И. Лобачевского. - Нижний Новгород : Изд-во ННГУ, 2010. - 24 с. - Текст : электронный., <https://e-lib.unn.ru/MegaPro/UserEntry?Action=FindDocs&ids=849880&idb=0>.
2. Голубева Екатерина Александровна. Математический анализ : учебно-методическое пособие. Ч. 1 / Е. А. Голубева ; ННГУ им. Н. И. Лобачевского. - Нижний Новгород : Изд-во ННГУ, 2013. - 50 с. - Текст : электронный., <https://e-lib.unn.ru/MegaPro/UserEntry?Action=FindDocs&ids=850777&idb=0>.
3. Берман Г. Н. Сборник задач по курсу математического анализа : Учебное пособие для вузов / Берман Г. Н. - 10-е изд., стер. - Санкт-Петербург : Лань, 2022. - 492 с. - Книга из коллекции Лань - Математика. - ISBN 978-5-8114-9878-9., <https://e-lib.unn.ru/MegaPro/UserEntry?Action=FindDocs&ids=798067&idb=0>.
4. Калитвин А. С. Дифференциальное и интегральное исчисление функций нескольких переменных / Калитвин А. С. - Липецк : Липецкий ГПУ, 2019. - 81 с. - Библиогр.: доступна в карточке книги, на сайте ЭБС Лань. - Книга из коллекции Липецкий ГПУ - Математика. - ISBN 978-5-907168-66-4., <https://e-lib.unn.ru/MegaPro/UserEntry?Action=FindDocs&ids=732069&idb=0>.

Программное обеспечение и Интернет-ресурсы (в соответствии с содержанием дисциплины):

Профессиональные базы данных и информационные справочные системы

Российский индекс научного цитирования (РИНЦ), платформа Elibrary: национальная информационно-аналитическая система. Адрес доступа: [http://elibrary.ru/project\\_risc.asp](http://elibrary.ru/project_risc.asp)  
ГАРАНТ. Информационно-правовой портал [Электронный ресурс].– Адрес доступа: <http://www.garant.ru>

SCIENCE CITATION INDEX EXPANDED - база естественнонаучных, технических и медицинских журналов. Глубина архива – 1970 г.

SOCIAL SCIENCE CITATION INDEX - база журналов по экономическим и общественным наукам. Глубина архива – 1970 г.

ARTS AND HUMANITIES CITATION INDEX - база журналов по гуманитарным наукам. Глубина архива – 1975 г.

Свободно распространяемое программное обеспечение:

программное обеспечение LibreOffice;

программное обеспечение Yandex Browser;

Электронные библиотечные системы:

Электронная библиотечная система "Лань" <https://e.lanbook.com/>

Электронная библиотечная система "Консультант студента" <http://www.studentlibrary.ru/>

Электронная библиотечная система "Юрайт" <http://www.urait.ru/ebs>

Электронная библиотечная система "Znanium" <http://znanium.com/>

Электронно-библиотечная система Университетская библиотека ONLINE <http://biblioclub.ru/>

## **7. Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля)**

Учебные аудитории для проведения учебных занятий, предусмотренных образовательной программой, оснащены мультимедийным оборудованием (проектор, экран), техническими средствами обучения, компьютерами, специализированным оборудованием: Учебные аудитории для проведения учебных занятий, предусмотренных образовательной программой, оснащены мультимедийным оборудованием (проектор, экран), техническими средствами обучения, компьютерами, специализированным оборудованием: Помещения представляют собой учебные аудитории для проведения учебных занятий, предусмотренных программой, оснащенные оборудованием и техническими средствами обучения: ноутбук, проектор, экран. Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети Интернет и обеспечены доступом в электронную информационно-образовательную среду ННГУ

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечены доступом в электронную информационно-образовательную среду.

Программа составлена в соответствии с требованиями ОС ННГУ по направлению подготовки/специальности 38.03.01 - Экономика.

Автор(ы): Сангалова Марина Евгеньевна, кандидат педагогических наук, доцент.

Рецензент(ы): Менькова Светлана Викторовна, кандидат педагогических наук.

Заведующий кафедрой: Нестерова Лариса Юрьевна, кандидат педагогических наук.

Программа одобрена на заседании методической комиссии от 10.01.2024, протокол № 1.